PENGEMBANGAN TEOREMA CEVA PADA HEPTAGON NONKONVEKS

TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Program Studi Matematika

oleh:

RIMA ERFIANTI
11654200032

UIN SUSKA RIAU

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU
PEKANBARU
2020

LEMBAR PERSETUJUAN

PENGEMBANGAN TEOREMA CEVA PADA HEPTAGON NONKONVEKS

TUGAS AKHIR

oleh:

RIMA ERFIANTI
11654200032

Telah diperiksa dan disetujui sebagai laporan tugas akhir
di Pekanbaru, pada tanggal 17 Juni 2020

Ketua Program Studi	Pembimbing
Ari Pani Desvina, M.Sc.	**Zukrianto, M.Si.**
NIP. 19811225 200604 2 003	**NIP. 19861103 201801 1 001**

LEMBAR PENGESAHAN

PENGEMBANGAN TEOREMA CEVA PADA HEPTAGON NONKONVEKS

TUGAS AKHIR

oleh:

RIMA ERFIANTI
11654200032

Telah dipertahankan di depan sidang dewan penguji
sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
di Pekanbaru, pada tanggal 17 Juni 2020

Pekanbaru, 17 Juni 2020
Mengesahkan,

Dekan	**Ketua Program Studi**
Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag.	**Ari Pani Desvina, M.Sc.**
NIP. 19660604 199203 1 004	**NIP. 19811225 200604 2 003**

DEWAN PENGUJI :

Ketua	**: Fitri Aryani, M.Sc.**
Sekretaris	**: Zukrianto, M.Si.**
Anggota I	**: Corry Corazon Marzuki, M.Si.**
Anggota II	**: Ade Novia Rahma, M.Mat.**

LEMBAR HAK ATAS KEKAYAAN INTELEKTUAL

Tugas Akhir yang tidak diterbitkan ini terdaftar dan tersedia di Perpustakaan Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau adalah terbuka untuk umum dengan ketentuan bahwa hak cipta adalah pada Penulis. Referensi kepustakaan diperkenankan dicatat, tetapi pengutipan atau ringkasan hanya dapat dilakukan seizin penulis dan harus disertai dengan kebiasaan ilmiah untuk menyebutkan sumbernya.

Penggandaan atau penerbitan sebagian atau seluruh Tugas Akhir ini harus memperoleh izin dari Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Perpustakaan yang meminjamkan Tugas akhir ini untuk anggotanya diharapkan untuk mengisi nama, tanda peminjaman dan tanggal pinjam.

LEMBAR PERNYATAAN

Dengan ini saya menyatakan bahwa dalam Tugas Akhir ini tidak terdapat karya yang pernah diajukan untuk memperoleh gelar kesarjanaan di suatu Perguruan Tinggi dan sepanjang sepengetahuan saya juga tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali yang tertulis diacu dalam naskah ini dan disebutkan dalam daftar pustaka.

Pekanbaru, 17 Juni 2020
Yang membuat pernyataan,

Rima Erfianti
11654200032

LEMBAR PERSEMBAHAN

بِسْمِ اللهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

"Barangsiapa yang menghendaki kehidupan dunia maka wajib baginya memiliki ilmu, dan barang siapa yang menghendaki kehidupan akhirat, maka wajib baginya memiliki ilmu dan barang siapa menghendaki keduanya, maka wajib baginya memiliki ilmu" (HR.Turmudzi)

Sembah sujud serta syukur kepada Allah SWT. Taburan cinta dan kasih sayang-Mu telah memberikanku kekuatan, membekaliku dengan ilmu serta memperkenalkanku dengan cinta atas karunia dan kemudahan, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan. Shalawat dan Salam selalu terlimpahkan kepada Rosulullah Muhammad SAW.

Tugas Akhir ini adalah bagian dari ibadahku kepada Allah SWT, karena kepada-Nya kami menyembah dan kepada-Nya pula kami memohon pertolongan. Sekaligus sebagai ungkapan terimakasihku kepada kedua Orangtuaku:

Ayahanda Panani dan Ibunda Nurdiana

Sebagai tanda bukti, hormat dan rasa terimakasih yang tak terhingga atas segala kasih sayang, Do'a, dukungan, motivasi, nasehat serta ridhonya. Ayah dan ibuku tersayang tanpa kalian aku bukanlah apa-apa. Terimakasih selalu ada ketika suka maupun duka, menjadi motivasi terbesar dalam hidupku, mendukungku kala aku merasa lelah dan mendo'akan ku untuk kebaikan masa depanku. Semoga dengan selesainya Tugas Akhir ini bisa menjadi langkah awal untuk membuat Ayah dan Ibu bahagia. Aamiin.

PENGEMBANGAN TEOREMA CEVA PADA HEPTAGON NONKONVEKS

RIMA ERFIANTI
11654200032

Tanggal Sidang : 17 Juni 2020
Periode Wisuda :

Program Studi Matematika
Fakultas Sains Dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. Soebrantas KM 15 No. 155 Pekanbaru

ABSTRAK

Teorema Ceva pada dasarnya merupakan suatu teorema yang berlaku pada segitiga. Dalam penelitian ini teorema Ceva dikembangkan pada heptagon nonkonveks dalam dua kasus. Kasus satu menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis di dalam heptagon nonkonveks dan kasus dua menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis di luar heptagon nonkonveks. Proses ini dimulai dengan pengkontruksian heptagon nonkonveks menggunakan aplikasi Geogebra, selanjutnya pembuktian teorema Ceva dilakukan dengan menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga. Hasil yang diperoleh dari penelitian ini adalah eksistensi tujuh buah garis dari masing-masing titik sudut pada heptagon nonkonveks berpotongan di satu titik (konkuren) yaitu titik P yang berada di dalam dan di luar heptagon nonkonveks.

Kata kunci: *Segitiga, Teorema Ceva, Heptagon nonkonveks.*

DEVELOPMENT OF THE CEVA'S THEOREM IN NON-CONVEX HEPTAGON

RIMA ERFIANTI
11654200032

Date of Final Exam : June 17th 2020
Date of Graduation :

Departement of Mathematic
Faculty of Science and Technology
State Islamic University Of Sultan Syarif Kasim Riau
Soebrantas Street No. 155 Pekanbaru

ABSTRACT

Ceva's theorem is basically a theorem that applies to triangles. In this study the Ceva theorem developed on non-convex heptagon in two cases. Case one shows the concurrency of seven lines inside the non-convex heptagon and case two shows the concurrency of seven lines outside the non-convex heptagon. This process begins with the construction of non-convex heptagon using Geogebra application, then the proof of Ceva's theorem is carried out using the principle wide comparison on triangles. The results obtained from this study are the existence of seven lines from each vertex on a non-convex heptagon intersected at one point (concurrent), namely the P point inside and outside the non-convex heptagon.

Keywords: *Triangles, Ceva's Theorem, Non-convex heptagon.*

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum warohmatullahi wabarokatuh.

Alhamdulillah, segala puji dan syukur kehadirat Allah *Subhanahu Wata'ala* yang telah memberikan rahmat, nikmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini dengan judul "Pengembangan Teorema Ceva Pada Heptagon Nonkonveks". Shalawat dan salam disampaikan buat junjungan alam Nabi besar Muhammad SAW karena berkat perjuangan beliau umat manusia saat ini berada di alam yang penuh dengan ilmu pengetahuan.

Dalam penyusunan dan penyelesaian Tugas Akhir ini, penulis menyadari banyak mendapatkan bimbingan, bantuan, arahan, nasehat, perhatian serta dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan kali ini penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Prof. Dr. H. Akhmad Mujahidin, S.Ag., M.Ag., selaku Rektor Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
2. Bapak Dr. Drs. Ahmad Darmawi, M.Ag., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau.
3. Ibu Ari Pani Desvina, M.Sc., selaku Ketua Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
4. Ibu Fitri Aryani, M.Sc., selaku Sekretaris Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi.
5. Bapak Zukrianto, M.Si., selaku Pembimbing yang selalu memberikan bimbingan, dukungan serta arahan sehingga Tugas Akhir penulis dapat terselesaikan.
6. Ibu Corry Corazon Marzuki, M.Si., selaku Penguji I yang telah memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan lebih baik.
7. Ibu Ade Novia Rahma, M.Mat., selaku Penguji II yang telah banyak memberikan kritikan dan saran sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik.

8. Bapak Wartono, M.Sc., selaku Pembimbing Akademik yang telah banyak membantu dan memberikan nasehat kepada penulis.
9. Seluruh Dosen dan Staff di lingkungan Fakultas Sains dan Teknologi khususnya di Program Studi Matematika.
10. Kedua Orangtua Ayahanda Panani dan Ibunda Nurdiana tercinta yang selama ini menjadi motivasi terbesar dan penyemangat bagi penulis.
11. Adikku tersayang Anisa Ramaliya dan Nugi Leo Akbar yang turut memberikan do'a serta dukungan kepada penulis
12. Teman-teman Kost Natausanca (Siti, Mumut, Ice, Miftah, Yuni, Milea, Jijah) yang sama-sama berjuang dan selalu ada menemani penulis disaat suka maupun duka.
13. Rekan-rekan seangkatan Tahun 2016, kakak-kakak dan adik-adik Program Studi Matematika yang tidak dapat disebutkan satu persatu.
14. Semua pihak yang telah memberikan bantuan serta arahan dari awal hingga selesai Tugas Akhir ini yang tidak dapat disebutkan satu persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam penulisan Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaan, untuk itu penulis mengharapkan adanya kritik dan saran dari semua pihak demi kesempurnaan dari Tugas Akhir ini. Semoga dengan adanya Tugas Akhir ini banyak membawa manfaat bagi kita semua. Aamiin.

Akhir kata penulis mengucapkan terima kasih.

Wassalamu'alaikum Warohmatullahi Wabarokatuh.

Pekanbaru, 17 Juni 2020
Penulis

Rima Erfianti

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

Δ	: Segitiga
$\overline{AB}$	: Ruas Garis AB
ΔABC	: Segitiga ABC
$\cup$	: Gabungan
$\angle D$	: Sudut D
$\square ABCD$	: Persegi Panjang $ABCD$
$L\square ABCD$	: Luas Persegi Panjang $ABCD$
$=$	: Sama dengan
$\Rightarrow$	: Pembuktian dari kiri ke kanan
$\Leftarrow$	: Pembuktian dari kanan ke kiri

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu matematika terus berlangsung dari masa ke masa, salah satu diantaranya adalah bidang geometri. Geometri berasal dari bahasa Yunani, *Geo* artinya bumi dan *Metrein* artinya ukuran (Rizki, 2018). Dalam bahasa Indonesia, geometri sering disebut sebagai ilmu ukur. Geometri didefenisikan sebagai cabang dari ilmu matematika yang mempelajari mengenai titik, garis, bidang dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya dan hubungannya satu sama lain (Kamariah, 2015).

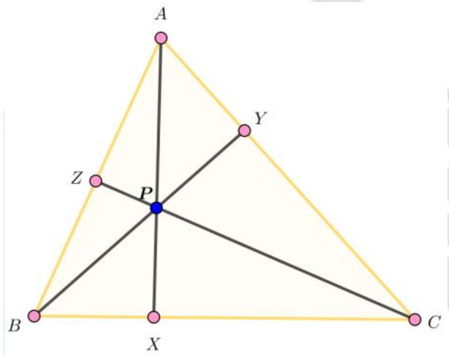
Menurut Zainul (2017) salah satu cabang ilmu matematika yang memiliki kontribusi besar dalam kehidupan adalah geometri. Beberapa bangun geometri seperti segitiga dan persegi, banyak digunakan dalam bidang arsitektur dan industri. Dalam bidang kesenian, para seniman memanfaatkan keindahan yang dapat muncul dari balik bangun-bangun geometri tertentu. Hal ini tidak dapat dipungkiri bahwa geometri sangat berperan penting dalam membantu manusia memecahkan permasalahan yang dihadapi.

Seiring perkembangannya, geometri terbagi menjadi beberapa cabang, dua diantaranya adalah *plane geometry* dan *solid geometry*. *Plane geometry* membahas masalah geometri terkait dengan garis, lingkaran, segitiga dan poligon pada bidang datar. Sedangkan *Solid geometry* membahas masalah geometri terkait bola dan *polyhedron* pada suatu ruang (Hart, 2013). Dari setiap cabang geometri tersebut muncul teorema-teorema yang berkaitan dengan pokok permasalahan geometri, salah satu diantaranya adalah teorema Ceva pada segitiga.

Teorema Ceva merupakan salah satu teorema pada cabang *plane geometry* yang digunakan untuk menunjukkan tiga buah cevian berpotongan di satu titik (Samsumarlin, 2017). Cevian adalah garis pada segitiga yang salah satu titik ujungnya terletak pada titik sudut segitiga dan titik ujung lainnya pada sisi segitiga yang berhadapan (Chen, 2016). Beberapa penelitian terkait teorema Ceva telah dilakukan, menurut Chen (2016) bentuk teorema Ceva pada segitiga yaitu Misalkan $\overline{AX}, \overline{BY}$dan $\overline{CZ}$ adalah cevian pada sebuah segitiga ABC. Ketiga cevian tersebut konkuren (berpotongan di satu titik) jika dan hanya jika

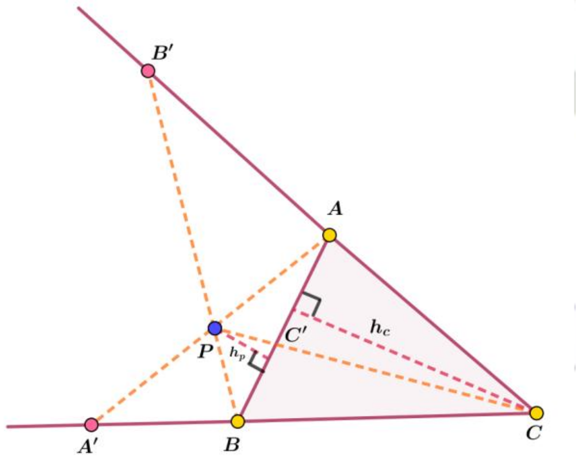
$$\frac{BX}{XC}\frac{CY}{YA}\frac{AZ}{ZB} = 1$$

Seperti terlihat pada Gambar 1.1



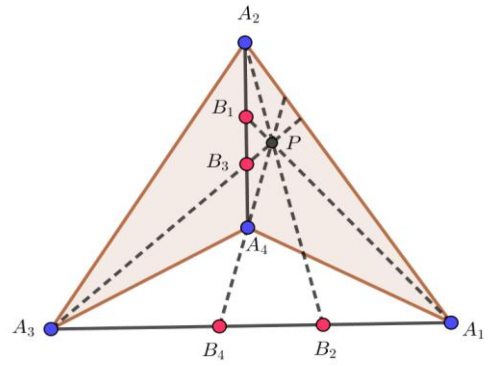
Gambar 1.1 Ilustrasi Teorema Ceva di Dalam Segitiga

Selanjutnya dalam penelitian Mashadi (2015), yang membahas kembali teorema Ceva pada segitiga untuk kasus tiga buah garis juga berpotongan di satu titik yang berada di luar segitiga dengan menggunakan prinsip perbandingan luas segitiga. Seperti terlihat pada Gambar 1.2



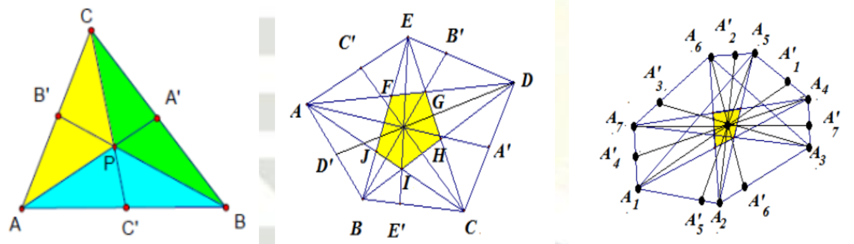
Gambar 1.2 Ilustrasi Teorema Ceva di Luar Segitiga

Pada Tahun 2015, Nurahmi juga membahas teorema Ceva pada segiempat nonkonveks yaitu berpotongan di satu titik yang berada di dalam segiempat. Seperti pada Gambar 1.3.



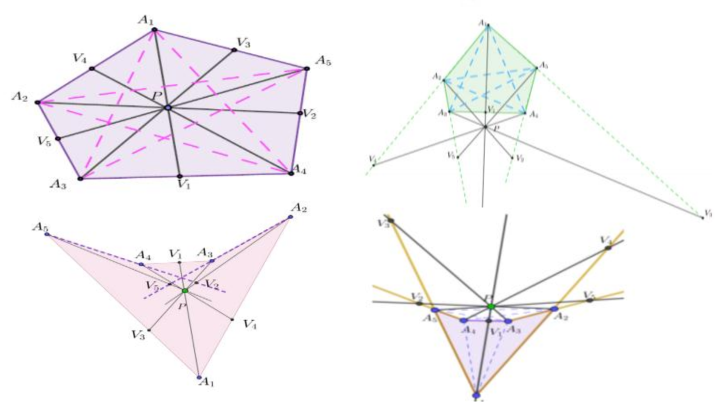
Gambar 1.3 Teorema Ceva Pada Segiempat Nonkonveks

Pengembangan teorema Ceva juga dilakukan oleh Hernandez (2016), dalam penelitiannya Hernandez mengembangkan teorema Ceva secara khusus yaitu hanya untuk poligon (segi banyak) konveks yang memiliki sisi (n) ganjil (segitiga, segilima, dan segitujuh). Seperti pada Gambar 1.4.



Gambar 1.4 Teorema Ceva Pada Segitiga, Segilima, dan Segitujuh

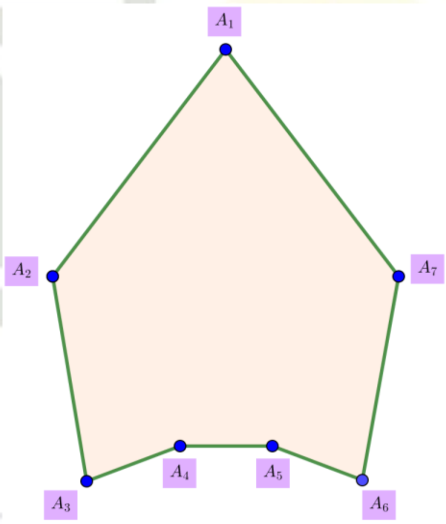
Selanjutnya teorema Ceva juga dikembangkan oleh Annersih (2018) yang membahas kembali teorema Ceva pada segilima konveks dan tidak konveks dengan menggunakan prinsip perbandingan luas segitiga. Seperti pada Gambar 1.5.



Gambar 1.5 Teorema Ceva Pada Segilima Konveks dan Nonkonveks

Dalam penelitiannya Annersih mengembangkan teorema Ceva berdasarkan empat kasus, kasus satu menunjukkan kekonkurenan lima garis di dalam segilima konveks, kasus dua kekonkurenan lima garis di luar segilima konveks, kasus tiga kekonkurenan lima garis di dalam segilima nonkonveks dan kasus empat kekonkurenan lima garis di luar segilima nonkonveks.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, penulis tertarik untuk meneliti lebih lanjut tentang pengembangan teorema Ceva pada segitujuh nonkonveks. Suatu bangun (bidang) dikatakan nonkonveks jika di ambil dua buah titik sembarang P dan Q di dalam bidang, kemudian dibuat garis lurus PQ, maka ruas garis tersebut tidak berada di dalam bangun (bidang) secara keseluruhan. Menurut Kohn (2001) segitujuh disebut juga heptagon yaitu sebuah poligon yang memiliki tujuh sisi dan tujuh sudut. Oleh karena itu, judul dari tugas akhir ini adalah ***"Pengembangan Teorema Ceva Pada Heptagon Nonkonveks"***. Adapun heptagon nonkonveks yang digunakan terlihat pada Gambar1.7.



Gambar 1.6 Heptagon Nonkonveks

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Apakah teorema Ceva dapat dikembangkan pada heptagon nonkonveks?
2. Bagaimana membuktikan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga?

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini yaitu :

1. Untuk menunjukkan bahwa teorema Ceva dapat dikembangkan pada heptagon nonkonveks menggunakan aplikasi Geogebra.
2. Untuk membuktikan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga.

1.5 Batasan Masalah

Dalam penulisan tugas akhir ini, penulis membatasi masalah yang akan diteliti yaitu:

1. Heptagon yang akan diteliti adalah heptagon nonkonveks, seperti pada Gambar 1.7.
2. Penelitian dilakukan berdasarkan dua kasus. Kasus pertama menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis yang berada di dalam heptagon nonkonveks dan kasus kedua menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis yang berada di luar heptagon nonkonveks.
3. Pembuktian teorema Ceva dilakukan dengan menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga.

1.6 Manfaat Penelitian

Penulis berharap hasil dari penelitian ini dapat memberikan kontribusi bagi penulis dan pembaca, yang secara rinci dapat ditulis sebagai berikut :

1. Manfaat untuk penulis

   Penelitian ini diharapkan dapat menambah wawasan serta meningkatkan pemahaman penulis tentang pengembangan teorema Ceva.

2. Manfaat untuk pembaca

Memberikan wawasan keilmuan matematika bagi para pembaca dan menambah referensi bagi mahasiswa dalam menyelesaikan tugas akhir.

1.7 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup lima bab, yaitu :

BAB I Pendahuluan

Bab ini berisikan dasar-dasar dari penulisan tugas akhir seperti latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, manfaat penelitian, dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi landasan tentang teori-teori yang digunakan dalam penelitian seperti defenisi bidang konveks, segitiga, luas segitiga, teorema perbandingan luas segitiga dan Teorema Ceva.

BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini membahas tentang langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam menyelesaikan tugas akhir dan menjabarkan tentang berbagai hal yang mendasari dalam proses pembahasan.

BAB IV Pembahasan

Bab ini membahas tentang pengkontruksian dan pengembangan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks berdasarkan dua kasus. Kasus pertama membuktikan kekonkurenan tujuh buah garis di dalam heptagon nonkonveks dan kasus kedua membuktikan kekonkurenan tujuh buah garis di luar heptagon nonkonveks.

BAB V Penutup

Bab ini berisikan kesimpulan dan saran sebagai hasil akhir dari penelitian yang telah dilakukan.

BAB II
LANDASAN TEORI

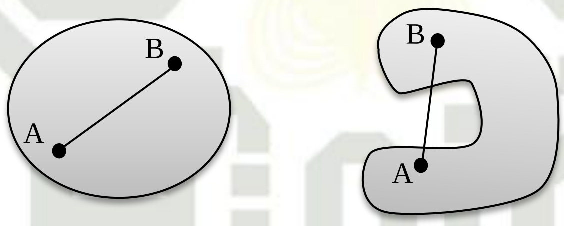
Pada bab ini akan dijelaskan teori-teori pendukung pemecahan masalah dalam tugas akhir ini, yang berkaitan dengan bidang konveks, defenisi segitiga, garis tinggi, luas segitiga, perbandingan luas segitiga dan teorema Ceva dalam beberapa kasus.

2.1 Bidang Konveks

Pada sub bab 2.1 akan dijelaskan mengenai defenisi dari bidang konveks.

Defenisi 2.1 Bidang Konveks (Venema, 2012)

Suatu bidang $\boldsymbol{S}$ disebut konveks jika untuk setiap pasangan titik A dan B anggota $\boldsymbol{S}$, maka setiap ruas garis $\overline{AB}$ termuat di $\boldsymbol{S}$.



(a) (b)

Gambar 2.1 (a) Bidang Konveks (b) Bidang Nonkonveks

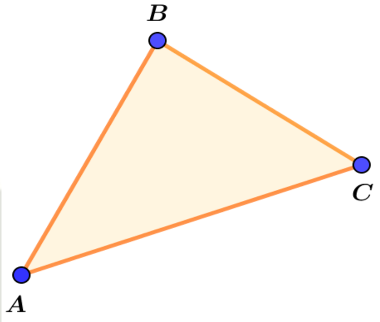
Gambar 2.1 (a) menunjukkan bidang konveks dengan titik A, B dan ruas garis $\overline{AB}$ berada di dalam bidang $\boldsymbol{S}$, hal ini bersesuaian dengan Defenisi 2.1. Gambar 2.1 (b) menunjukkan bidang nonkonveks dengan titik A dan B berada pada $\boldsymbol{S}$, namun ruas garis yang menghubungakan titik A dan B tidak berada di dalam $\boldsymbol{S}$ secara keseluruhan.

2.2 Perbandingan Luas Segitiga

Pada sub bab ini, terlebih dahulu akan dibahas mengenai pengertian segitiga, tinggi segitiga dan luas segitiga. Selanjutnya akan dibahas prinsip perbandingan luas pada segitiga.

Defenisi 2.2 Segitiga (Venema, 2012)

Misalkan A, B dan C merupakan tiga titik yang tidak segaris. Segitiga ΔABC terdiri dari gabungan tiga ruas garis $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, dan $\overline{AC}$ sehingga $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$.

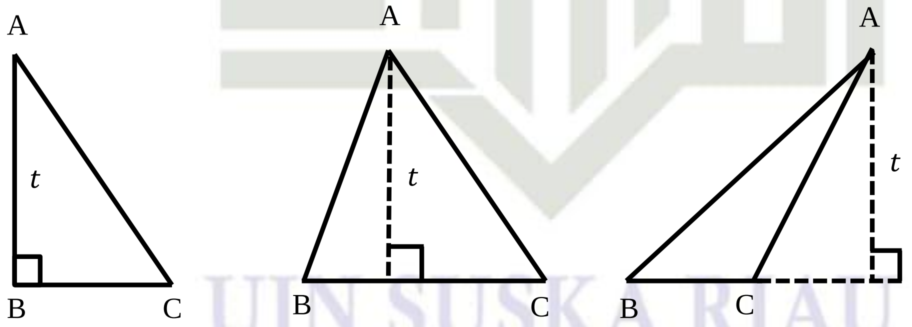


Gambar 2.2 Segitiga ABC

Gambar 2.2 menunjukkan segitiga ABC. Titik A, B dan C disebut titik sudut segitiga dan ketiga ruas garis $\overline{AB}, \overline{BC}$ dan $\overline{AC}$ disebut sisi segitiga yang disimbolkan dengan ΔABC.

Defenisi 2.3 Garis Tinggi Segitiga (Kamariah, 2015)

Garis tinggi segitiga adalah ruas garis yang melalui salah satu titik sudut segitiga dan tegak lurus dengan sisi di hadapannya (sisi alas).



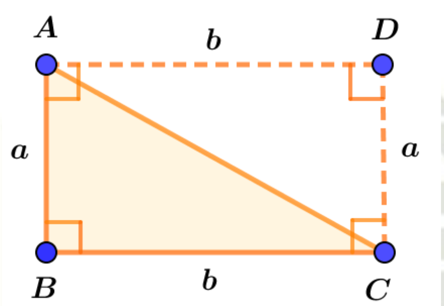
Gambar 2.3 Garis Tinggi pada Segitiga

Gambar 2.3 menunjukkan t sebagai garis tinggi pada segitiga, sesuai dengan definisinya, tinggi segitiga tidak selalu dalam posisi vertikal, tetapi dapat juga miring, bahkan horizontal.

Teorema 2.1 Luas Segitiga Siku-siku (Mashadi, 2015)

Luas segitiga siku-siku adalah setengah dari perkalian dua sisi yang mengapit sudut siku-sikunya.

Bukti: Perhatikan Gambar 2.4 bagian yang diarsir pada ΔABC adalah luas dari segitiga siku-siku ABC. Akan dibuktikan Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2}ab$.



Gambar 2.4 Segitiga Siku-siku ABC dan ADC

Misalkan titik D merupakan titik luar dari ΔABC, sehingga membentuk persegi panjang $ABCD$, dimana $\angle D$ juga merupakan sudut siku-siku, dan misalkan a dan b adalah sisi-sisi dari persegi panjang $ABCD$ yang dinotasikan dengan $\square ABCD$, maka

$$L\square ABCD = ab \tag{2.1}$$

$$L\square ABCD = L\Delta ABC + L\Delta ADC \tag{2.2}$$

Dari Persamaan (2.1) dan (2.2) diperoleh

$$L\Delta ABC + L\Delta ADC = ab$$

$$2L\Delta ABC = ab$$

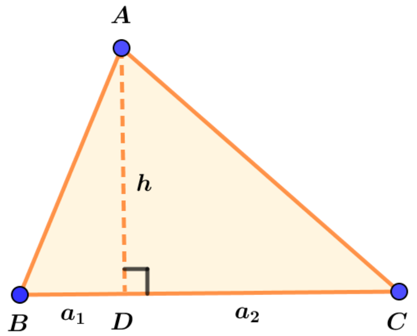
Sehingga diperoleh

$$\text{Luas } \Delta ABC = \frac{1}{2}ab$$

Teorema 2.2 Luas Segitiga (Mashadi, 2015)

Luas suatu segitiga adalah setengah dari perkalian panjang satu sisi alas dengan garis tinggi terhadap sisi tersebut.

Bukti: Perhatikan Gambar 2.5. Diberikan suatu ΔABC dengan garis tinggi h dari A ke BC dengan D adalah titik potongnya. Akan dibuktikan $L\Delta ABC = \frac{1}{2}hBC$.



Gambar 2.5 Ilustrasi Garis Tinggi pada ΔABC

Misalkan $BD = a_1$ dan $CD = a_2$, sehingga $BC = a_1 + a_2$ adalah sisi alasnya. Perhatikan ΔADB dan ΔADC, karena ΔADB dan ΔADC adalah segitiga siku-siku, yang menyebabkan

$$L\Delta ABC = L\Delta ADB + L\Delta ADC \tag{2.3}$$

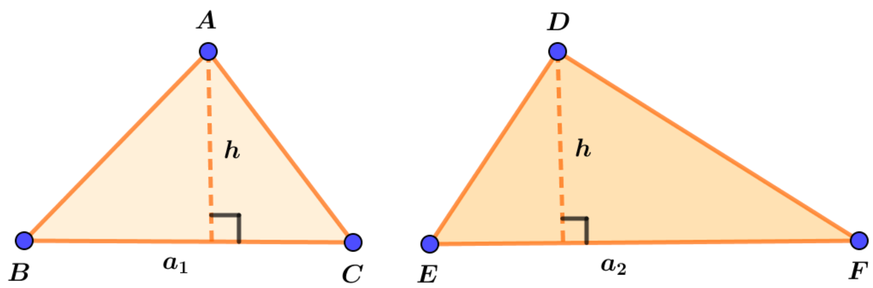
Dari Teorema 2.1, maka Persamaan (2.3) menjadi

$$\begin{aligned} L\Delta ABC &= \frac{1}{2}a_1 h + \frac{1}{2}a_2 h \\ &= \frac{1}{2}h(a_1 + a_2) \\ &= \frac{1}{2}hBC \end{aligned}$$

Teorema 2.3 Perbandingan Luas Segitiga (Mashadi, 2015)

Jika dua buah segitiga mempunyai garis tinggi yang sama maka perbandingan luas dua segitiga tersebut sama dengan perbandingan sisi alasnya.

Bukti: Perhatikan Gambar 2.6



Gambar 2.6 ΔABC dan ΔDEF dengan Tinggi h

Pada ΔABC dan ΔDEF, misalkan sisi alas $BC = a_1$ dan $EF = a_2$, dan garis tinggi dari kedua segitiga adalah h, akan ditunjukkan

$$\frac{L\Delta ABC}{L\Delta DEF} = \frac{a_1}{a_2}$$

Dari Teorema 2.2 diperoleh

$$L\Delta ABC = \frac{1}{2}a_1 h \tag{2.4}$$

$$L\Delta DEF = \frac{1}{2}a_2 h \tag{2.5}$$

Maka dari Persamaan (2.4) dan (2.5) diperoleh

$$\frac{L\Delta ABC}{L\Delta DEF} = \frac{\frac{1}{2}a_1 h}{\frac{1}{2}a_2 h}$$

$$\frac{L\Delta ABC}{L\Delta DEF} = \frac{a_1}{a_2} \tag{2.6}$$

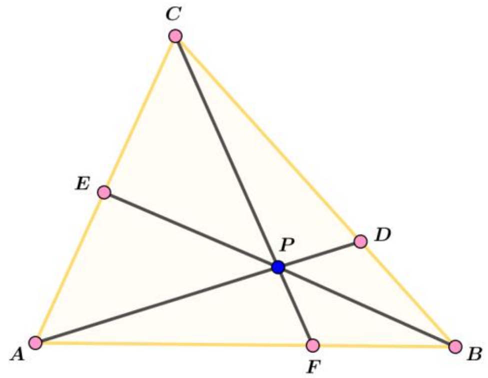
Persamaan (2.6) inilah yang kemudian disebut perbandingan luas pada segitiga.

2.3 Teorema Ceva

Pada sub bab ini akan dibahas mengenai teorema Ceva pada segitiga. Teorema Ceva merupakan cara terbaik yang digunakan untuk menunjukkan eksistensi konkurensi (garis yang berpotongan di satu titik) dari beberapa buah garis lurus (Mashadi, 2016). Teorema ini dapat dilihat dalam dua kasus, kasus pertama menunjukkan kekonkurenan tiga buah garis di dalam segitiga dan kasus kedua menunjukkan kekonkurenan tiga buah garis di luar segitiga.

2.3.1 Teorema Ceva untuk Tiga Buah Garis Berpotongan di Satu Titik yang Berada di Dalam Segitiga

Teorema Ceva pada segitiga kasus I menjelaskan tiga buah garis cevian berpotongan di satu titik yang berada di dalam segitiga. Adapun ilustrasi teorema Ceva untuk kasus I disajikan pada Gambar 2.7.



Gambar 2.7 Garis AD, BE dan CF Konkuren di Dalam Segitiga

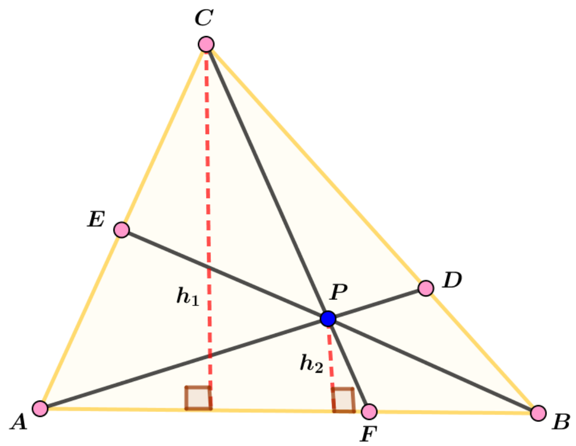
Pada Gambar 2.7 titik P berada di dalam ΔABC yaitu dapat dibentuk garis AD berasal dari titik sudut A yang memotong sisi BC di titik D, garis BE berasal dari titik sudut B yang memotong sisi AC di titik E, dan garis CF berasal dari titik sudut C yang memotong sisi AB di titik F. Sehingga garis AD, BE dan CF berpotongan di titik P.

Teorema 2.4 Teorema Ceva Kasus I (Mashadi, 2015)

Jika D, E, dan F masing-masing adalah titik pada sisi BC, CA dan AB pada segitiga ABC. Maka garis AD, BE dan CF adalah konkuren (berpotongan di satu titik) jika dan hanya jika

$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = 1 \qquad (2.7)$$

Bukti: Perhatikan Gambar 2.8 berikut



Gambar 2.8 Ilustrasi Kontruksi Garis Tinggi pada ΔABC

($\Rightarrow$) Misalkan ketiga ruas garis AD, BE dan CF konkuren (berpotongan disatu titik), katakan titik P. Misalkan pula $L\Delta ABC$ menyatakan luas segitiga ABC, akan dibuktikan Persamaan 2.7 berlaku.

Misalkan h_1 merupakan tinggi dari kedua ΔAFC dan ΔFBC, dengan masing-masing alasnya AF dan FB. Berdasarkan Teorema 2.2 diperoleh

$$L\Delta AFC = \frac{1}{2} AFh_1$$

$$L\Delta FBC = \frac{1}{2} FBh_1$$

Kemudian perhatikan ΔAFP dan ΔFBP dengan masing-masing alasnya AF dan FB. Misalkan h_2 merupakan tinggi dari kedua segitiga tersebut, sehingga diperoleh

$$L\Delta AFP = \frac{1}{2} AFh_2$$

$$L\Delta FBP = \frac{1}{2} FBh_2$$

Selanjutnya perhatikan ΔAPC dan ΔBCP

$$L\Delta APC = L\Delta AFC - L\Delta AFP$$

$$L\Delta BCP = L\Delta FBC - L\Delta FBP$$

Maka diperoleh perbandingan

$$\frac{L\Delta APC}{L\Delta BCP} = \frac{L\Delta AFC - L\Delta AFP}{L\Delta FBC - L\Delta FBP}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}AFh_1 - \frac{1}{2}AFh_2}{\frac{1}{2}FBh_1 - \frac{1}{2}FBh_2}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}AF(h_1 - h_2)}{\frac{1}{2}FB(h_1 - h_2)}$$

$$\frac{L\Delta APC}{L\Delta BCP} = \frac{AF}{FB} \tag{2.8}$$

Dengan cara yang sama akan diperoleh

$$\frac{L\Delta BPA}{L\Delta CPA} = \frac{BD}{DC} \tag{2.9}$$

$$\frac{L\Delta CPB}{L\Delta APB} = \frac{CE}{EA} \tag{2.10}$$

Dengan mengalikan Persamaan (2.8), (2.9) dan (2.10) diperoleh

$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = \frac{L\Delta APC}{L\Delta BCP}\frac{L\Delta BPA}{L\Delta CPA}\frac{L\Delta CPB}{L\Delta APB}$$

$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = \frac{L\Delta APC}{L\Delta CPA}\frac{L\Delta BPA}{L\Delta APB}\frac{L\Delta CPB}{L\Delta BCP}$$

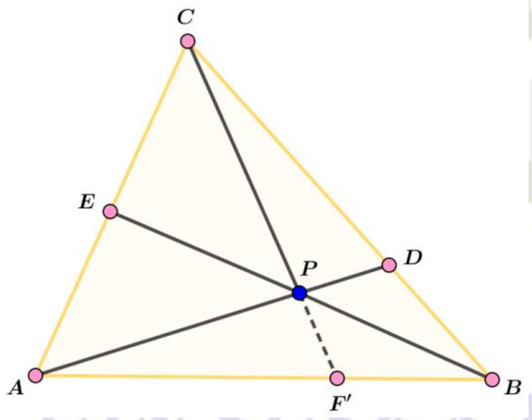
$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = 1 \times 1 \times 1$$

$$\frac{AF}{FB}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = 1$$

Berdasarkan pembuktian di atas, maka Teorema 2.4 untuk pembuktian dari kiri ke kanan terbukti.

($\Leftarrow$) Untuk membuktikan sebaliknya, misalkan Persamaan (2.7) berlaku, akan ditunjukkan bahwa ketiga garis AD, BE dan CF berpotongan di satu titik.

Perhatikan Gambar 2.9



Gambar 2.9 Ilustrasi Perpanjangan Garis CP

Untuk pembuktian dari kanan ke kiri ini menggunakan konsep ketunggalan. Misalkan garis AD dan BE berpotongan di titik P, selanjutnya dibuat garis CP yang diperpanjang sehingga memotong sisi AB tidak di titik F tetapi di F', maka diperoleh persamaan baru yaitu

$$\frac{AF'}{F'B}\frac{BD}{DC}\frac{CE}{EA} = 1 \tag{2.11}$$

Berdasarkan Persamaan (2.7) dan Persamaan (2.11) diperoleh

$$\frac{AF}{FB} = \frac{DC}{BD}\frac{EA}{CE} \tag{2.12}$$

$$\frac{AF'}{F'B} = \frac{DC}{BD}\frac{EA}{CE} \tag{2.13}$$

Dengan mensubstitusi Persamaan (2.12) dan Persamaan (2.13), diperoleh

$$\frac{AF}{FB} = \frac{AF'}{F'B}$$

$$\frac{AF}{FB} + 1 = \frac{AF'}{F'B} + 1$$

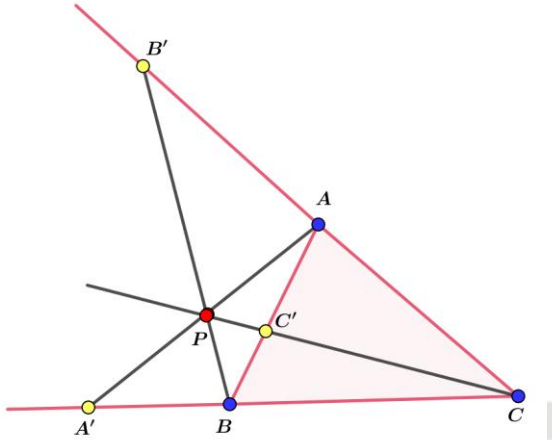
$$\frac{AF + FB}{FB} = \frac{AF' + F'B}{F'B}$$

$$\frac{AB}{F'B} = \frac{AB}{FB} \tag{2.14}$$

Berdasarkan Persamaan (2.14) diperoleh pembilang yang sama yaitu AB, oleh karena itu penyebut juga harus sama yaitu $F'B = FB$. $F'B$ merupakan jarak dari titik F' terhadap titik B, sedangkan FB merupakan jarak dari titik F terhadap titik B. Karena diperoleh penyebut yang sama, dapat dinyatakan bahwa $F' = F$ artinya F' dan F terletak di satu titik (tunggal). Sehingga dapat disimpulkan bahwa hanya ada satu garis yang merupakan perpanjangan dari titik sudut C yang memotong garis AD dan BE tepat dititik P yaitu garis CF, maka ketiga garis tersebut berpotongan di satu titik.

2.3.2 Teorema Ceva untuk Tiga Buah Garis Berpotongan di Satu Titik yang Berada di Luar Segitiga

Teorema Ceva pada segitiga kasus II menjelaskan tiga buah garis juga berpotongan di satu titik yang berada di luar segitiga. Teorema Ceva Segitiga untuk kasus II disajikan pada Gambar 2.10.



Gambar 2.10 Garis AA', BB' dan CC' Konkuren di Luar Segitiga

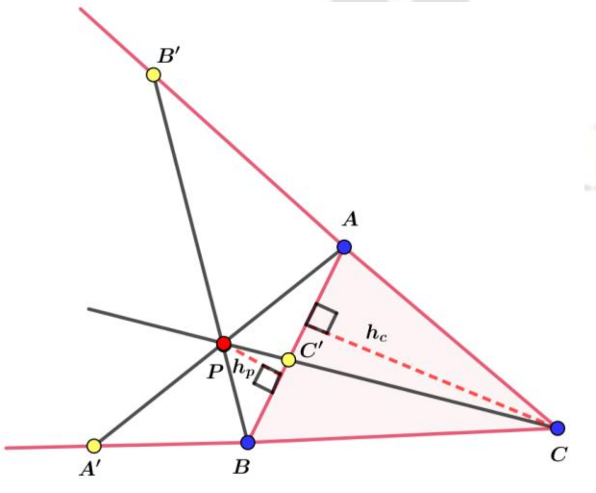
Pada Gambar 2.10 titik P berada di luar ΔABC yaitu dapat dibentuk garis dari titik sudut A memotong perpanjangan sisi BC di titik A', dari titik sudut B memotong perpanjangan sisi AC di titik B', dan dari titik sudut C memotong sisi AB di titik C', sehingga garis AA', BB' dan CC' berpotongan di titik P.

Teorema 2.5 Teorema Ceva Kasus II (Mashadi, 2015)

Jika titik A', B', dan C' masing-masing adalah titik pada perpanjangan sisi BC, CA, dan AB maka garis AA', BB' dan CC' berpotongan di satu titik jika dan hanya jika:

$$\frac{AC'}{BC'}\frac{BA'}{CA'}\frac{CB'}{AB'} = 1 \qquad (2.15)$$

Bukti: Perhatikan Gambar 2.11 berikut



Gambar 2.11 Garis AA', BB' dan CC' konkuren di titik P

($\Rightarrow$) Misalkan ketiga garis AA', BB' dan CC' konkuren di titik P, akan ditunjukkan persamaan (2.15) berlaku. Dengan menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga, perhatikan $\Delta AC'C$ dan $\Delta C'BC$. Misalkan h_c merupakan tinggi dari kedua segitiga tersebut, sehingga diperoleh

$$L\Delta AC'C = \frac{1}{2}AC'h_c$$

$$L\Delta C'BC = \frac{1}{2}BC'h_c$$

Kemudian perhatikan $\Delta C'AP$ dan $\Delta C'BP$ dengan masing-masing alasnya AC' dan $C'B$. Misalkan h_p merupakan tinggi dari kedua segitiga tersebut, sehingga diperoleh

$$L\Delta C'AP = \frac{1}{2}AC'h_p$$

$$L\Delta C'BP = \frac{1}{2}BC'h_p$$

Perhatikan ΔPCA dan ΔBCP,

$$L\Delta PCA = L\Delta AC'C + L\Delta C'AP$$

$$L\Delta BCP = L\Delta C'BC + L\Delta C'BP$$

Maka diperoleh perbandingan

$$\frac{L\Delta PCA}{L\Delta BCP} = \frac{L\Delta AC'C + L\Delta C'AP}{L\Delta C'BC + L\Delta C'BP}$$

$$\frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} = \frac{\frac{1}{2}AC'h_c + \frac{1}{2}AC'h_p}{\frac{1}{2}BC'h_c + \frac{1}{2}BC'h_p}$$

$$\frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} = \frac{\frac{1}{2}AC'(h_c + h_p)}{\frac{1}{2}BC'(h_c + h_p)}$$

$$\frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC} = \frac{AC'}{BC'} \tag{2.16}$$

Dengan cara yang sama untuk $\Delta A'CA$ dan $\Delta A'BA$ diperoleh

$$\frac{L\Delta PBA}{L\Delta PCA} = \frac{BA'}{CA'} \tag{2.17}$$

Kemudian untuk $\Delta CB'B$ dan $\Delta AB'C'$ diperoleh

$$\frac{L\Delta PBC}{L\Delta PBA} = \frac{CB'}{AB'} \tag{2.18}$$

Dengan mengalikan Persamaan (2.16), (2.17) dan (2.18), diperoleh

$$\frac{AC'}{BC'}\frac{BA'}{CA'}\frac{CB'}{AB'} = \frac{L\Delta PAC}{L\Delta PBC}\frac{L\Delta PBA}{L\Delta PCA}\frac{L\Delta PBC}{L\Delta PBA}$$

$$\frac{AC'}{BC'}\frac{BA'}{CA'}\frac{CB'}{AB'} = \frac{L\Delta PAC}{L\Delta PCA}\frac{L\Delta PBA}{L\Delta PBA}\frac{L\Delta PBC}{L\Delta PBC}$$

$$\frac{AC'}{BC'}\frac{BA'}{CA'}\frac{CB'}{AB'} = 1 \times 1 \times 1$$

$$\frac{AC'}{BC'}\frac{BA'}{CA'}\frac{CB'}{AB'} = 1 \times 1 \times 1$$

Berdasarkan pembuktian di atas, maka Teorema 2.5 untuk pembuktian dari kiri ke kanan terbukti.

($\Leftarrow$) Untuk membuktikan sebaliknya, dengan cara yang sama pada pembuktian Teorema Ceva Kasus I.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu studi literatur dengan cara mengumpulkan informasi terhadap materi-materi yang berkaitan dengan teorema Ceva melalui beberapa buku dan artikel. Selanjutnya dalam mengkontruksi heptagon nonkonveks penulis menggunakan aplikasi Geogebra. Pada penelitian ini penulis membahas dua kasus, kasus pertama kekonkurenan tujuh buah garis di dalam heptagon nonkonveks dan kasus kedua kekonkurenan tujuh buah garis di luar heptagon nonkonveks. Adapun langkah-langkah yang dilakukan penulis dalam mengembangkan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks adalah sebagai berikut:

3.1 Kasus I (Kekonkurenan Tujuh Buah Garis di Dalam Heptagon Nonkonveks)

1. Diberikan heptagon nonkonveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ seperti pada Gambar 1.6.
2. Dengan menggunakan aplikasi Geogebra, kontruksi titik P sebagai titik potong yang berada di dalam heptagon nonkonveks, dengan membentuk garis A_1V_1 berasal dari titik sudut A_1 yang memotong sisi A_4A_5 di titik V_1, selanjutnya garis A_2V_2 dari titik sudut A_2 yang memotong sisi A_5A_6 di titik V_2, kemudian garis A_3V_3 dari titik sudut A_3 yang memotong sisi A_6A_7 di titik V_3, garis A_4V_4 dari titik sudut A_4 yang memotong sisi A_1A_7 di titik V_4, garis A_5V_5 dari titik sudut A_5 yang memotong sisi A_1A_2 di titik V_5, garis A_6V_6 dari titik sudut A_6 yang memotong sisi A_2A_3 di titik V_6, dan garis A_7V_7 dari titik sudut A_7 yang memotong sisi A_3A_4 di titik V_7.
3. Selanjutnya berdasarkan langkah ke 2 dan teorema dasar dari teorema Ceva, dapat dibentuk pernyataan yaitu tujuh buah garis berpotongan di satu titik yaitu titik P, jika dan hanya jika :

$$\frac{A_1V_5}{V_5A_2}\frac{A_2V_6}{V_6A_3}\frac{A_3V_7}{V_7A_4}\frac{A_4V_1}{V_1A_5}\frac{A_5V_2}{V_2A_6}\frac{A_6V_3}{V_3A_7}\frac{A_7V_4}{V_4A_1}=1 \quad (3.1)$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan $(\Rightarrow)$ pada langkah ke 3, kontruksi garis A_1A_4, garis A_1A_5, garis A_2A_5, garis A_2A_6, garis A_3A_6, garis A_3A_7, dan garis A_4A_7, sehingga terbentuk tujuh buah segitiga yaitu $\Delta A_1A_2A_5$, $\Delta A_2A_3A_6$, $\Delta A_3A_4A_7$, $\Delta A_1A_4A_5$, $\Delta A_2A_5A_6$, $\Delta A_3A_6A_7$, dan $\Delta A_1A_4A_7$.
5. Partisi ketujuh buah segitiga yang terbentuk dari langkah ke 4.
6. Selanjutnya gunakan teorema Ceva dan prinsip perbandingan luas pada segitiga, maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga. Dengan menganalisa ketujuh persamaan tersebut, akan diperoleh pernyataan dari kiri ke kanan.
7. Jika langkah ke 6 terbukti, maka langkah selanjutnya yaitu membuktikan pernyataan dari kanan ke kiri $(\Leftarrow)$ dengan menggunakan konsep ketunggalan. Misalkan ketujuh garis A_1V_1, A_2V_2, A_3V_3, A_4V_4, A_5V_5, A_6V_6, dan garis A_7V_7 berpotongan di titik P, selanjutnya dibuat garis A_1P yang diperpanjang sehingga memotong sisi A_4A_5 bukan di titik V_1 tetapi di $V_1{}'$. Kemudian buat persamaan teorema Ceva yang baru yaitu

$$\frac{A_1V_5}{V_5A_2}\frac{A_2V_6}{V_6A_3}\frac{A_3V_7}{V_7A_4}\frac{A_4V_1{}'}{V_1{}'A_5}\frac{A_5V_2}{V_2A_6}\frac{A_6V_3}{V_3A_7}\frac{A_7V_4}{V_4A_1}=1 \quad (3.2)$$

Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.1) dan (3.2), maka akan diperoleh pernyataan dari kanan ke kiri.

3.2 Kasus II (Kekonkurenan Tujuh Buah Garis di Luar Heptagon nonkonveks)

1. Diberikan heptagon nonkonveks $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ seperti pada Gambar 1.6.
2. Dengan menggunakan aplikasi Geogebra, kontruksi titik P sebagai titik potong yang berada di luar heptagon nonkonveks, dengan membentuk garis A_1B_1 berasal dari titik sudut A_1 yang memotong sisi A_4A_5 di titik B_1, selanjutnya

garis A_2B_2 dari titik sudut A_2 yang memotong perpanjangan sisi A_5A_6 di titik B_2, kemudian garis A_3B_3 dari titik sudut A_3 yang memotong perpanjangan sisi A_6A_7 di titik B_3, garis A_4B_4 dari titik sudut A_4 yang memotong perpanjangan sisi A_1A_7 di titik B_4, garis A_5B_5 dari titik sudut A_5 yang memotong perpanjangan sisi A_1A_2 di titik B_5, garis A_6B_6 dari titik sudut A_6 yang memotong perpanjangan sisi A_2A_3 di titik B_6, dan garis A_7B_7 dari titik sudut A_7 yang memotong perpanjangan sisi A_3A_4 di titik B_7.

3. Selanjutnya berdasarkan langkah ke 2 dan teorema dasar dari teorema Ceva, dapat dibentuk pernyataan yaitu tujuh buah garis berpotongan di satu titik yaitu titik P, jika dan hanya jika :

$$\frac{A_1B_5}{B_5A_2}\frac{A_2B_6}{B_6A_3}\frac{A_3B_7}{B_7A_4}\frac{A_4B_1}{B_1A_5}\frac{A_5B_2}{B_2A_6}\frac{A_6B_3}{B_3A_7}\frac{A_7B_4}{B_4A_1} = 1 \tag{3.3}$$

4. Untuk membuktikan pernyataan dari kiri ke kanan $(\Rightarrow)$ pada langkah ke 3, kontruksi garis A_1A_4, garis A_1A_5, garis A_2A_5, garis A_2A_6, garis A_3A_6, garis A_3A_7, dan garis A_4A_7, sehingga terbentuk tujuh buah segitiga yaitu $\Delta A_1B_5A_5$, $\Delta A_2B_6A_6$, $\Delta A_4B_7A_7$, $\Delta A_1A_4A_5$, $\Delta A_5A_2B_2$, $\Delta A_3B_3A_7$, dan $\Delta A_1A_4B_4$.
5. Partisi ketujuh buah segitiga yang terbentuk dari langkah ke 4.
6. Selanjutnya gunakan teorema Ceva dan prinsip perbandingan luas pada segitiga, maka akan diperoleh tujuh persamaan dari masing-masing segitiga. Dengan menganalisa ketujuh persamaan tersebut, akan diperoleh pernyataan dari kiri ke kanan.
7. Jika langkah ke 6 terbukti, maka langkah selanjutnya yaitu membuktikan pernyataan dari kanan ke kiri $(\Leftarrow)$dengan menggunakan konsep ketunggalan. Misalkan ketujuh garis A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, A_4B_4, A_5B_5, A_6B_6, dan garis A_7B_7 berpotongan di titik P, selanjutnya dibuat garis A_1P yang diperpanjang sehingga memotong sisi A_4A_5 tidak di titik B_1 tetapi di $B_1{}'$. Kemudian buat persamaan teorema Ceva yang baru yaitu

$$\frac{A_1B_5}{B_5A_2}\frac{A_2B_6}{B_6A_3}\frac{A_3B_7}{B_7A_4}\frac{A_4{B_1}'}{{B_1}'A_5}\frac{A_5B_2}{B_2A_6}\frac{A_6B_3}{B_3A_7}\frac{A_7B_4}{B_4A_1} = 1 \qquad (3.4)$$

Selanjutnya bandingkan Persamaan (3.3) dan (3.4), maka akan diperoleh pernyataan dari kanan ke kiri.

BAB V
PENUTUP

5.1 Kesimpulan

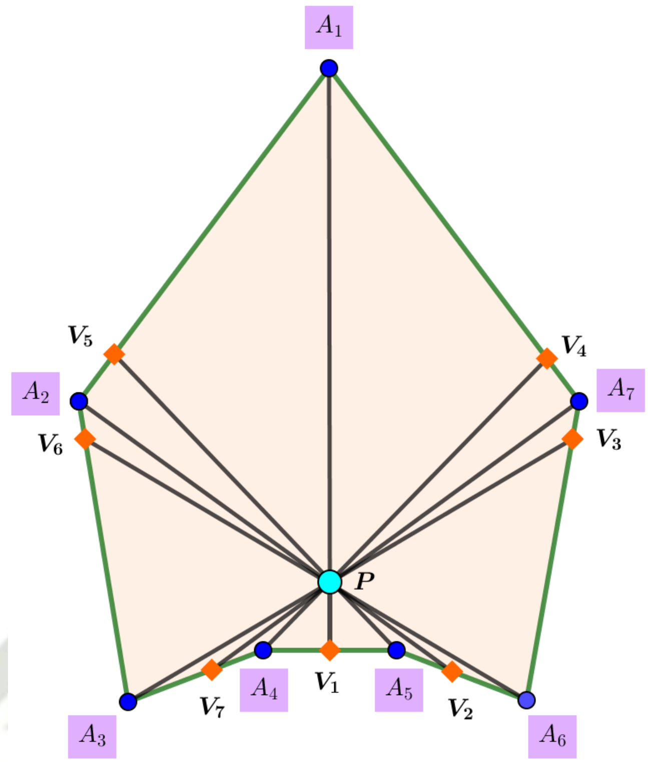
Berdasarkan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa teorema Ceva yang berlaku pada sebuah segitiga, ternyata dapat dikembangkan pada bangun datar lainnya yaitu heptagon nonkonveks dalam dua kasus. Kasus satu yaitu menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis di dalam heptagon nonkonveks dan kasus dua menunjukkan kekonkurenan tujuh buah garis di luar heptagon nonkonveks. Dalam mengkontruksi teorema Ceva penulis menggunakan bantuan perangkat lunak yaitu Geogebra, dengan menunjukkan eksistensi dari ketujuh garis yang ditarik dari masing-masing titik sudut pada heptagon nonkonveks sehingga berpotongan di satu titik yaitu titik P yang berada di dalam dan di luar heptagon nonkonveks. Selanjutnya pembuktian teorema Ceva dilakukan dengan menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga.

Adapun teorema Ceva yang diperoleh pada heptagon nonkonveks dalam dua kasus yaitu:

1. Teorema Ceva pada heptagon nonkonveks kasus I

   Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon nonkonveks dan V_i masing-masing adalah titik yang berada pada sisi A_4A_5, A_5A_6, A_6A_7, A_1A_7, A_1A_2, A_2A_3 dan A_3A_4, dengan $i = 1, 2,3,4,5,6\ 7$. Garis A_iV_i berpotongan di titik P, jika dan hanya jika

$$\frac{A_1V_5}{V_5A_2}\frac{A_2V_6}{V_6A_3}\frac{A_3V_7}{V_7A_4}\frac{A_4V_1}{V_1A_5}\frac{A_5V_2}{V_2A_6}\frac{A_6V_3}{V_3A_7}\frac{A_7V_4}{V_4A_1} = 1$$

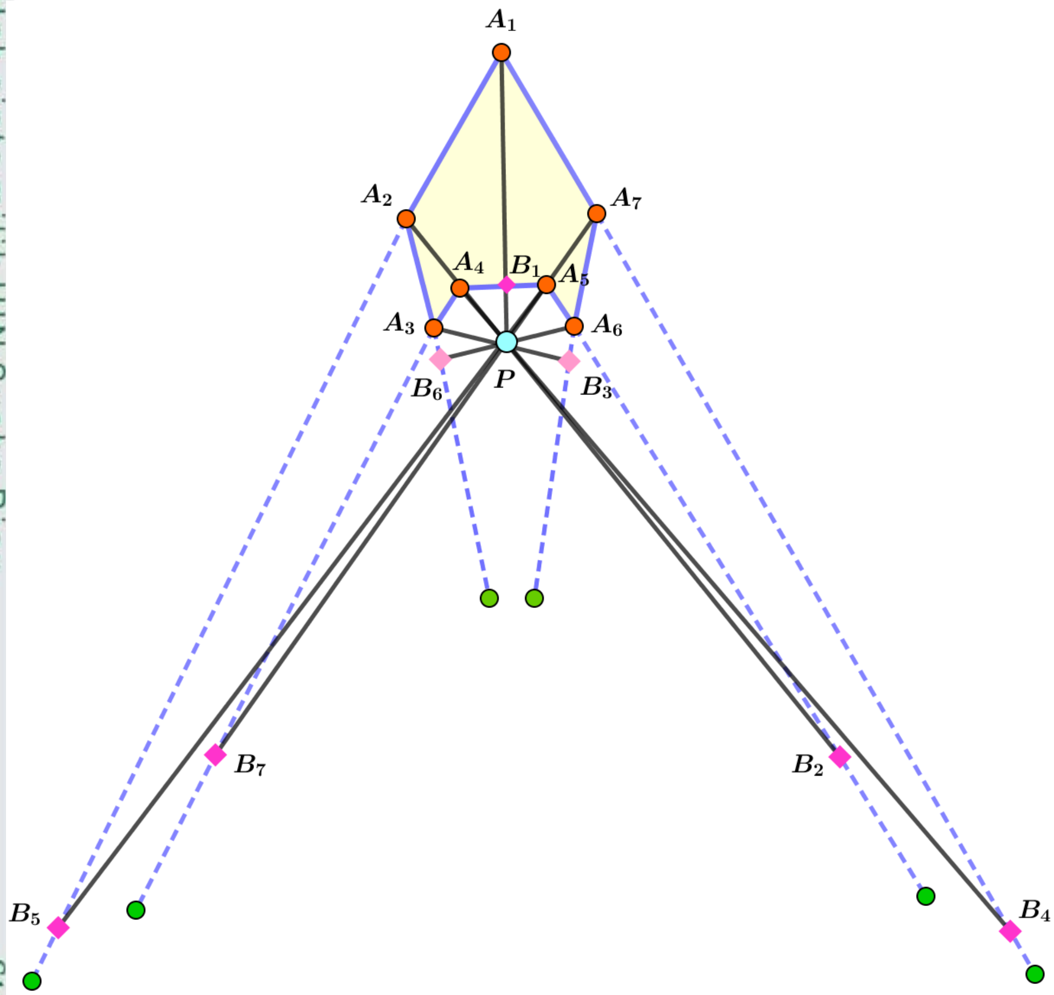


Gambar 5.1 Teorema Ceva pada Heptagon Nonkonveks Kasus I

2. Teorema Ceva pada heptagon nonkonveks kasus II

Misalkan $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ adalah heptagon nonkonveks dan B_i masing-masing adalah titik yang berada pada perpanjangan sisi A_4A_5, A_5A_6, A_6A_7, A_1A_7, A_1A_2, A_2A_3 dan A_3A_4, dengan $i = 1, 2,3,4,5,6, 7$. Garis A_iB_i berpotongan di titik P, jika dan hanya jika

$$\frac{A_1B_5}{B_5A_2}\frac{A_2B_6}{B_6A_3}\frac{A_3B_7}{B_7A_4}\frac{A_4B_1}{B_1A_5}\frac{A_5B_2}{B_2A_6}\frac{A_6B_3}{B_3A_7}\frac{A_7B_4}{B_4A_1} = 1$$



Gambar 5.2 Teorema Ceva pada Heptagon Nonkonveks Kasus II

5.2 Saran

Penelitian ini membahas tentang pengembangan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks dengan menggunakan prinsip perbandingan luas pada segitiga. Pembahasan dan pengembangan teorema Ceva dapat diterapkan pada bangun datar lainnya, seperti segi-8, segi-*n* serta pengembangan teorema Ceva pada heptagon nonkonveks dapat dikembangkan lagi dengan menggunakan prinsip kesebangunan, trigonometri dan prinsip lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

Annersih, N., Mashadi, dan M.D.H. Gamal. "Pengembangan Teorema Ceva pada Segilima". *Jurnal Mathematic Paedagogic*. Vol. 03. NO. 1. 2018.

Chen, E. "*Euclidean Geometry in Mathematical Olympiads"*. Washington: The Mathematical Association of America. 2016.

Hart, C.A. and Daniel D.F. "*Plane and Solid Geometry*". New York: American Book Company. 2013.

Hernandez, Omar and Jorge M. "Heuristic Conversations on Ceva's Theorem". *Matematics Subject Classification*. 51F-01-02. 2016

Kamariah. "Garis Istimewa pada Segitiga". *Jurnal Keguruan dan Ilmu Pendidikan*. Vol. 02. NO. 2. 2015.

Kohn, Ed. "*Cliffs Quick Review Geometry"*. New York: Hungry Minds, Inc. 2001.

Mashadi. "*Geometri*". Edisi Kedua. Pekanbaru: Pusbandik Universitas Riau. 2015.

Mashadi. "*Geometri Lanjut"* Pekanbaru: Pusbandik Universitas Riau. 2015.

Mashadi. "*Pembelajaran Matematika*". Pekanbaru: Pusbandik Universitas Riau. 2016.

Nurahmi, Mashadi, dan Hasriati. "Pengembangan Teorema Ceva dan Teorema Menelaus pada Segiempat*"*. *Prosiding Seminar Nasional dan Kongres IndoMS Wilayah Sumatra Bagian Tengah*. FMIPA Universitas Riau. Pekanbaru. 2014.

Rizki, N.A. "*Geometri Analitik"*. Samarinda: Universitas Mulawarman. 2018.

Samsumarlin. "Segitiga dan Segiempat pada Geometri Datar Euclid, Cevian Segitiga dan Segiempat Siklik". *Jurnal Pendidikan*. Vol. 1. No. 1. 2017.

Venema, G.A. "*Foundations of Geometry*" 2nd ed. New York: Pearson Education, Inc. 2012.

Zainul, Rahardian. "*Desain Geometri Sel PV*". Padang: CV. Berkah Prima. 2015

DAFTAR RIWAYAT HIDUP

Rima Erfianti, dilahirkan di Desa Tanjung Belit pada hari Sabtu, 30 Mei 1998. Anak pertama dari dua bersaudara pasangan Panani dan Nurdiana. Penulis menempuh pedidikan di SDN 08 Tanjung Belit pada tahun 2004 dan selesai pada tahun 2010. Pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan di SMPN 1 Siak Kecil dan selesai pada tahun 2013. Kemudian penulis melanjutkan pendidikan di SMAN 1 Siak Kecil pada tahun 2013 dan selesai pada tahun 2016. Pada tahun 2016 penulis melanjutkan pendidikan di Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Selama menempuh pendidikan di perguruan tinggi penulis mendapatkan Beasiswa Prestasi dari Dinas Pendidikan Kabupaten Bengkalis. Dalam masa studi penulis bersama salah satu Dosen yaitu Bapak M. Nizam Muhaijir, M.Si berhasil menerbitkan sebuah artikel yang berjudul "Optimasi Produksi Hijab Menggunakan Program Linear *Multi Objective Fuzzy*", selain itu penulis pernah menjadi Delegasi UIN Sultan Syarif Kasim Riau pada cabang pidato Bahasa Inggris dalam pertemuan Ma'had Al-jami'ah se-Sumatra, sebagian Jawa, dan Sulawesi di UIN Raden Fatah (Palembang, 26-28 Juli 2017). Di pertengahan tahun 2020, penulis berhasil menyelesaikan kuliah strata satu (S1) dan memperoleh gelar Sarjana Sains.