


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

BAB IV

PEMBAHASAN

Bab ini akan di bahas tentang kendali optimal pada model persediaan barang yang mengalami *Weibull deterioration* pada waktu berhingga yang diselesaikan dengan menggunakan teknik kendali optimal. Selanjutnya, dari sistem dinamik persediaan barang dengan *Weibull deterioration* dianalisis kestabilan.

4.1 Kendali Optimal pada Masalah Persediaan Barang

Penelitian ini membahas mengenai teori kendali dengan kasus penurunan barang. Sesuai Persamaan (2.5), persamaan diferensial dinamik untuk kasus persediaan barang yang mengalami penurunan barang adalah:

$$I = P(t) - D(t) + v(t)I(t), \quad t \in [t_1, t_2]$$

Dalam penelitian ini, fungsi permintaan $D(t)$ diubah menjadi fungsi kuadrat $(a + bt + ct^2)$ dan fungsi kerusakan $v(t)I(t)$ diubah menjadi distribusi Weibull $\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c} I(t)$. Sehingga persamaan diferensial dinamik untuk kasus persediaan barang yang mengalami penurunan dengan *Weibull Deterioration* berubah menjadi:

$$I = P(t) - (a + bt + ct^2) + \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c} I(t), \quad t \in [t_1, t_2] \quad (4.1)$$

Selanjutnya, dinotasikan $I(t) = I$ dan $P(t) = P$ dan *Weibull Deterioration* $(\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c})$ dinotasikan dengan W_b . Dari Persamaan (2.3) diketahui fungsi tujuan dari model persediaan barang yang mengalami penurunan adalah sebagai berikut:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^t \{ h [I - \hat{I}]^2 + K [P - \hat{P}]^2 \} dt \quad (4.2)$$

Kemudian, untuk mencari tingkat produksi yang optimal dilakukan dengan membentuk persamaan Hamilton sesuai Persamaan (2.4).



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$H = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + \lambda g \tag{4.3}$$

dengan

$$g = P - D + vI, \quad t \in [t_1, t_2]$$

Dan

$$H = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + \lambda(g)$$

$$H = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + \lambda(P - (a + bt + ct^2) + W_b I)$$

$$H = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + \lambda P - \lambda(a + bt + ct^2) + \lambda W_b I$$

Selanjutnya, dibentuk fungsi Lagrange sebagai berikut:

$$L = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + (\lambda - \mu)g$$

$$L = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + (\lambda - \mu)(P - (a + bt + ct^2) + W_b I)$$

$$L = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 \right] + \lambda P - \lambda(a + bt + ct^2) + \lambda W_b I - \mu P + \mu(a + bt + ct^2)$$

$$L = \frac{1}{2} \left[h(I - \hat{I})^2 + K(P - \hat{P})^2 + P(\lambda - \mu) + I(\lambda W_b - \mu W_b) + (\mu - \lambda)(a + bt + ct^2) \right]$$

Setelah didapatkan persamaan Hamilton dan fungsi Lagrange, selanjutnya adalah mencari syarat-syarat yang diperlukan untuk kondisi optimal. Syarat pertama yang harus dipenuhi sesuai Persamaan (2.7), yaitu $H_p = 0$ dimana fungsi

Hamilton diturunkan parsial terhadap P .

$$0 = \frac{K}{2} 2(P - \hat{P}) + \lambda$$

$$0 = K(P - \hat{P}) + \lambda$$

$$-K(P - \hat{P}) = \lambda$$

$$(P - \hat{P}) = -\frac{\lambda}{K}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$P = \hat{P} - \frac{\lambda}{K} \tag{4.4}$$

Syarat selanjutnya yang harus dipenuhi untuk kondisi optimal sesuai Persamaan (2.8) adalah $L_1 = -\lambda$. Fungsi Lagrange yang telah diperoleh sebelumnya diturunkan parsial terhadap I , sehingga diperoleh hasilnya sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -\lambda &= \frac{2h}{2}(I - \hat{I}) + \lambda W_b - \mu W_b \\ -\lambda &= h(I - \hat{I}) + (\lambda - \mu)W_b \\ \lambda &= -h(I - \hat{I}) + (\mu - \lambda)W_b \end{aligned} \tag{4.5}$$

Syarat selanjutnya yang diperlukan untuk kondisi optimal sesuai Persamaan (2.9) adalah fungsi Lagrange yang diturunkan parsial terhadap P bernilai 0, ($L_p = 0$). Dari fungsi Lagrange yang telah diperoleh sebelumnya dan diturunkan terhadap P , diperoleh:

$$\begin{aligned} L_p &= \frac{K}{2} 2(P - \hat{P}) + (\lambda - \mu) \\ 0 &= K(P - \hat{P}) + (\lambda - \mu) \\ -(\lambda - \mu) &= K(P - \hat{P}) \\ -(\lambda - \mu) &= K(P - \hat{P}) \end{aligned} \tag{4.6}$$

Selanjutnya, substitusi Persamaan (4.4) ke persamaan diferensial dinamik pada Persamaan (4.1) sehingga menjadi:

$$I = \left(\hat{P} - \frac{\lambda}{K} \right) - (a + bt + ct^2) + W_b I \tag{4.7}$$

Untuk mendapatkan fungsi penurunan barang yang optimal, Persamaan (4.7) diturunkan sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(I(t)) &= \frac{d}{dt} \left(\hat{P} - \frac{\lambda}{K} - (a + bt + ct^2) + W_b I \right) \\ I &= -\frac{\lambda}{K} - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) I + W_b I \end{aligned} \tag{4.8}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Substitusi Persamaan (4.5) dan Persamaan (4.7) ke Persamaan (4.8) sehingga diperoleh:

$$I = \frac{-h(I - \hat{I}) + (\mu - \lambda)W_b}{K} - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I + W_b \left(\left(\hat{P} - \frac{\lambda}{K} \right) - (a + bt + ct^2) + W_b I \right) \quad (4.9)$$

Substitusi nilai $(\mu - \lambda)$ dengan $(K(P - \hat{P}))$ dan λ dengan $-K(P - \hat{P})$ sesuai Persamaan (4.6) dan Persamaan (4.4) sehingga nilai I berubah menjadi:

$$\begin{aligned} I &= \frac{h(I - \hat{I})}{K} - (P - \hat{P})W_b - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I \\ &\quad + W_b \left(\left(\hat{P} - \frac{-K(P - \hat{P})}{K} \right) - (a + bt + ct^2) + W_b I \right) \\ I &= \frac{h(I - \hat{I})}{K} - (P - \hat{P})W_b - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I \\ &\quad + W_b \left((\hat{P} + (P - \hat{P})) - (a + bt + ct^2) + W_b I \right) \\ I &= \frac{h(I - \hat{I})}{K} - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I + W_b (\hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b I) \\ I &= \frac{hI}{K} - \frac{h\hat{I}}{K} - b - 2ct + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I + W_b (\hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b I) \\ I - \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right)I - W_b^2 I &= -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - b - 2ct \\ I - \left(\frac{h}{K} + \frac{d}{dt}(W_b) + (W_b)^2\right)I &= -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct) \end{aligned}$$

Dinotasikan $a_1(t) = -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$, sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned} I - \left(\frac{h}{K} + \frac{d}{dt}(W_b) + (W_b)^2\right)I &= -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct) \\ I - \left(\frac{h}{K} + \frac{d}{dt}(W_b) + (W_b)^2\right)I &= a_1 \end{aligned} \quad (4.10)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Selanjutnya, untuk menentukan persamaan tingkat persediaan yang optimal (I), persamaan tingkat fungsi produksi yang optimal (P), dan fungsi penurunan barang (W_b) harus diperoleh solusi dari Persamaan (4.10). Solusi Persamaan (4.10) akan diamati dua kasus dalam bentuk solusi eksplisit. Dua kasus yang akan di selesaikan dalam bentuk solusi eksplisit dijelaskan dalam pembahasan selanjutnya.

4.1.1 Fungsi W_b adalah Konstan

Saat fungsi W_b dalam bentuk konstan, maka persamaan differensial dari Persamaan (4.10) akan diperoleh sebagai berikut:

$$I - \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right) I = - \frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct) \tag{4.11}$$

Dengan Persamaan (4.11) merupakan persamaan differensial orde dua nonhomogen. Langkah pertama yang dilakukan dalam penyelesaian Persamaan (4.11), yaitu dengan menentukan terlebih dahulu penyelesaian umum persamaan homogen.

$$I - \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right) I = 0 \tag{4.12}$$

Persamaan (4.12) dapat diselesaikan dengan cara memisalkan $I = e^{rt}$, $I = re^{rt}$, $I = r^2 e^{rt}$, sehingga akan diperoleh persamaan karakteristiknya sebagai berikut:

$$r^2 - \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right) = 0 \tag{4.13}$$

Berdasarkan Persamaan (4.13), diketahui nilai $a = 1$, $b = 0$, dan $c = \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)$. Penyelesaian kasus dari persamaan diferensial orde dua homogen dengan persamaan karakteristik pada Persamaan (4.13) bergantung

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

padanya nilai deskriminan. Deskriminan untuk Persamaan (4.13) adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 D &= b^2 - 4ac \\
 &= -4(1) \left(- \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right) \right) \\
 &= 4 \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)
 \end{aligned}$$

Oleh karena $D > 0$ maka penyelesaian persamaan differensial tersebut adalah akar real dan berbeda dengan akar-akar persamaan yang diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 r_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \\
 &= \frac{\pm \sqrt{4 \left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)}}{2} \\
 &= \frac{\pm 2 \sqrt{\left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)}}{2} \\
 &= \pm \sqrt{\left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)}
 \end{aligned}$$

Maka diperoleh:

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)} = r$$

dan

$$r_2 = -\sqrt{\left(\frac{h}{K} + (W_b)^2 \right)} = -r$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Sehingga solusi dari Persamaan (4.13) adalah:

$$I(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + Q(t)$$

Dengan r_1 dan r_2 maka diperoleh:

$$I(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + Q(t) \quad (4.14)$$

Dengan turunan dari Persamaan (4.14) diperoleh:

$$I'(t) = r_1 c_1 e^{r_1 t} + r_2 c_2 e^{r_2 t} + Q'(t) \quad (4.15)$$

Selanjutnya, $Q(t)$ merupakan solusi untuk persamaan nonhomogen dari persamaan (4.11), untuk menentukan nilai $Q(t)$ diberikan oleh $I_c(t) = A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C$, $I = 2A\hat{I} + B$, dan $I = 2A$. Kemudian, untuk menentukan nilai A, B dan C maka disubstitusikan nilai-nilai I , I , dan I ke Persamaan (4.11), maka diperoleh:

$$2A - \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) (A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C) = -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$

$$2A \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) A\hat{I}^2 - \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) B\hat{I} - \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) C = -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) A\hat{I}^2 - \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) B\hat{I} - \left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) C + 2A = -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b (a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$

Maka, diperoleh nilai-nilai sebagai berikut:

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2 \right) A = 0$$

$$A = 0$$

Dan

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)B = -\frac{h}{K}$$

$$B = \frac{\frac{h}{K}}{\frac{h}{K} + W_b^2}$$

Serta

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)C + 2A = W_b\hat{P} - W_b(a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)C = W_b\hat{P} - W_b(a + bt + ct^2) - (b + 2ct) - 2(0)$$

$$-\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)C = W_b\hat{P} - W_b(a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$

$$C = \frac{-W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) - (b + 2ct)}{-\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

$$C = \frac{W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

Berdasarkan penjabaran di atas diperoleh nilai $A = 0$, $B = \frac{\frac{h}{K}}{\frac{h}{K} + W_b^2}$, dan

$$C = \frac{W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

yang selanjutnya disubsitusikan ke

$$Q(\hat{I}) = A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C, \text{ sehingga diperoleh:}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Q(t) = \frac{\frac{h\hat{I}}{K}}{\frac{h}{K} + W_b^2} + \frac{W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

$$Q(t) = \frac{\frac{h\hat{I}}{K} + W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

Sehingga diperoleh persamaan tingkat persediaan yang optimal ($I(t)$) untuk kasus dimana fungsi W_b dalam bentuk konstan, yaitu:

$$I(t) = c_1 e^{rt} + c_2 e^{-rt} + \frac{\frac{h\hat{I}}{K} + W_b(-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

Berdasarkan Persamaan (4.7) maka diperoleh:

$$I = \left(\hat{P} - \frac{\lambda}{K}\right) - (a + bt + ct^2) + W_b I$$

$$+ (a + bt + ct^2) - W_b I = \hat{P} - \frac{\lambda}{K}$$

$$I + (a + bt + ct^2) - W_b I - \hat{P} = -\frac{\lambda}{K}$$

$$\frac{\lambda}{K} = -I - (a + bt + ct^2) + W_b I + \hat{P}$$

$$\lambda = K(-I + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b I) \tag{4.16}$$

Kemudian substitusi Persamaan (4.14) dan Persamaan (4.15) ke Persamaan (4.16) sehingga diperoleh:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\lambda K \begin{pmatrix} (-rc_1e^{rt} - rc_2e^{-rt} + Q_c(t)) + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b \\ (c_1e^{rt} + c_2e^{-rt} + Q(t)) \end{pmatrix}$$

$$\lambda K \begin{pmatrix} -rc_1e^{rt} + rc_2e^{-rt} - Q_c(t) + P - (a + bt + ct^2) + W_b c_1 e^{rt} + W_b c_2 e^{-rt} \\ + W_b Q(t) \end{pmatrix}$$

$$\lambda K (c_1(W_b - r)e^{rt} + c_2(W_b + r)e^{-rt} - Q_c(t) + P - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t)) \tag{4.17}$$

Selanjutnya, Persamaan (4.17) disubstitusikan ke Persamaan (4.4) dan diperoleh penyelesaiannya sebagai berikut:

$$P = P - \frac{K(c_1(W_b - r)e^{rt} + c_2(W_b + r)e^{-rt} - Q(t) + P - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t))}{K} \tag{4.18}$$

Jadi, persamaan tingkat produksi yang optimal $P(t)$ untuk kasus dimana fungsi W_b dalam bentuk konstan, yaitu:

$$P(t) = \hat{P} - \frac{K(c_1(W_b - r)e^{rt} + c_2(W_b + r)e^{-rt} - Q(t) + P - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t))}{K}$$

$$P(t) = \hat{P} - (c_1(W_b - r)e^{rt} + c_2(W_b + r)e^{-rt} - Q(t) + P - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t)) \tag{4.19}$$

Pada Persamaan (4.19) masih terdapat koefisien c_1 dan c_2 yang perlu ditentukan, maka dengan menggunakan kondisi yang telah diberikan oleh Tadj (2008), yaitu $I(t_1) = M$ dan $\lambda(t_2) = 0$ serta dengan menggunakan Persamaan (4.14), dilakukan langkah sebagai berikut:

a. Untuk $t = t_1$ dengan kondisi $I(t_1) = M$, maka Persamaan (4.14) menjadi:

$$I(t_1) = c_1e^{rt_1} + c_2e^{-rt_1} + Q(t_1)$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$M = c_1 e^{rt_1} + c_2 e^{-rt_1} + Q(t_1) \tag{4.20}$$

Untuk $t = t_2$ dengan kondisi $\lambda(t_2) = 0$, maka Persamaan (4.17) menjadi:

$$\begin{aligned} \lambda(t_2) &= K(c_1(W_b - r)e^{rt_2} + c_2(W_b + r)e^{-rt_2} - Q_c(t_2) + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t_2)) \\ 0 &= K(c_1(W_b - r)e^{rt_2} + c_2(W_b + r)e^{-rt_2} - Q_c(t_2) + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t_2)) \end{aligned} \tag{4.21}$$

Nilai c_1 dan c_2 dapat diperoleh dari Persamaan (4.20) dan Persamaan (4.21) dengan langkah sebagai berikut:

$$A = Bx + C$$

$$\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{rt_1} & e^{-rt_1} \\ (W_b - r)e^{rt_2} & (W_b + r)e^{-rt_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q(t_1) \\ -Q_c(t_2) + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t_2) \end{bmatrix}$$

Maka:

$$x = B^{-1}(A - C)$$

$$B^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}} \begin{bmatrix} (W_b + r)e^{-rt_2} & -e^{-rt_1} \\ -(W_b - r)e^{rt_2} & e^{rt_1} \end{bmatrix}$$

Sehingga,

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}} \begin{bmatrix} (W_b + r)e^{-rt_2} & -e^{-rt_1} \\ -(W_b - r)e^{rt_2} & e^{rt_1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Q(t_1) \\ -Q_c(t_2) + P - (a + bt + ct^2) + W_b Q(t_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}}$$

$$\begin{bmatrix} (W_b + r)e^{-rt_2} & -e^{-rt_1} \\ -(W_b - r)e^{rt_2} & e^{rt_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M - Q(t_1) \\ Q_c(t_2) - P + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2) \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}}$$

$$\begin{bmatrix} (W_b + r)e^{-rt_2}(M - Q(t_1)) - e^{-rt_1}(Q(t_2) - P + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2)) \\ -(W_b - r)e^{rt_2}(M - Q(t_1)) + e^{rt_1}(Q(t_2) - P + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2)) \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh c_1 dan c_2 sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{(W_b + r)e^{-rt_2}(M - Q(t_1)) - e^{-rt_1}(Q(t_2) - \hat{P} + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2))}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}}$$

dan

$$c_2 = \frac{-(W_b - r)e^{rt_2}(M - Q(t_1)) + e^{rt_1}(Q(t_2) - \hat{P} + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2))}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}}$$

Diperoleh solusi konstanta untuk Persamaan (4.14), yaitu untuk nilai c_1 dan c_2 seperti yang telah diperoleh di atas. Selanjutnya, Persamaan (4.14) dengan nilai c_1 dan c_2 dan $Q(t)$ yang telah diperoleh mencapai stabil asimtotik untuk waktu t jika menuju kesatu nilai.

4.1.1 Fungsi $\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right) + (W_b)^2$ adalah Konstan

Apabila fungsi $\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right) + (W_b)^2$ dalam bentuk konstan, persamaannya dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right) + (W_b)^2 = k_1^2 \tag{4.22}$$

Sehingga persamaan diferensial dari Persamaan (4.10) akan berubah menjadi:

$$I - \left(\frac{h}{K}\right)I = -\frac{h\hat{I}}{K} + W_b \hat{P} - W_b(a + bt + ct^2) - (b + 2ct)$$



$$= -\frac{h\hat{I}}{K} - W_b(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \quad t \in [t_1, t_2] \quad (4.23)$$

Maka akan diperoleh persamaan diferensial orde dua nonhomogen. Selanjutnya, untuk menyelesaikan Persamaan (4.22) perlu dihitung W_b terlebih dahulu untuk mendapatkan solusi Persamaan (4.23). Pada Persamaan (4.22), diasumsikan

$$k_1^2 \frac{h}{K} = a^2, \text{ maka penyelesaian persamaan (4.22) adalah:}$$

$$\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) + (W_b)^2 = k_1^2$$

$$\left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) + (W_b)^2 = k_1^2 - \frac{h}{K}$$

Diasumsikan $\left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) + (W_b)^2 = a^2$, maka:

$$k_1^2 - \frac{h}{K} = a^2$$

Selanjutnya, diselesaikan $\left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) + (W_b)^2 = a^2$ sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}(W_b) = a^2 - (W_b)^2$$

$$\int \frac{d(W_b)}{dt} = \int a^2 - (W_b)^2$$

$$\int \frac{d(W_b)}{-(W_b)^2} = \int dt$$

Bentuk tersebut dapat diselesaikan dengan mengintegalkan kedua ruas menjadi:

$$\int \frac{d(W_b)}{a^2 - (W_b)^2} = t$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$t = \int \frac{d(W_b)}{a^2 - (W_b)^2}$$

$$t = \frac{1}{2a} \ln(W_b + a) - \frac{1}{2a} \ln(W_b - a)$$

$$t = \ln \left| \frac{(W_b + a)^{\frac{1}{2a}}}{(W_b - a)^{\frac{1}{2a}}} \right|$$

$$e^t = e^{\ln \left| \frac{(W_b + a)^{\frac{1}{2a}}}{(W_b - a)^{\frac{1}{2a}}} \right|}$$

$$e^t = \left| \frac{(W_b + a)^{\frac{1}{2a}}}{(W_b - a)^{\frac{1}{2a}}} \right|$$

$$e^{2at} = \frac{W_b + a}{W_b - a}$$

$$e^{2at}(W_b - a) = (W_b + a)$$

$$e^{2at}W_b - e^{2at}a = (W_b + a)$$

$$e^{2at}W_b - W_b = e^{2at}a + a$$

$$W_b(e^{2at} - 1) = a(e^{2at} + 1)$$

$$W_b(e^{2at} - 1) = a(e^{2at} + 1)$$

$$W_b = \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}$$

Sehingga diperoleh $W_b(t) = \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}$.

Selanjutnya, disubstitusikan $W_b(t) = \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}$ ke Persamaan (4.23)

sehingga Persamaan (4.23) menjadi:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$I - (k_1^2)I = -\frac{h\hat{I}}{K} - \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \tag{4.24}$$

Dengan Persamaan (4.22) merupakan persamaan differensial orde dua non-homogen. Langkah pertama yang dilakukan dalam menyelesaikan Persamaan (4.20) yaitu dengan menentukan terlebih dahulu penyelesaian umum persamaan homogen:

$$I - (k_1^2)I = 0 \tag{4.25}$$

Persamaan (4.19) dapat diselesaikan dengan cara memisalkan $I = e^{rt}$, $I = re^{rt}$, dan $I = r^2 e^{rt}$, sehingga akan diperoleh persamaan karakteristiknya sebagai berikut:

$$r^2 - (k_1^2) = 0 \tag{4.26}$$

Berdasarkan Persamaan (4.26) diketahui nilai $a = 1$, $b = 0$, dan $c = -(k_1^2)$. Penyelesaikan kasus dari persamaan differensial orde dua homogen dengan persamaan karakteristik pada Persamaan (4.26) bergantung pada nilai diskriminan. Diskriminan Persamaan (4.26) yaitu:

$$\begin{aligned} D &= -b^2 - 4ac \\ &= -4(1) - (k_1^2) \\ &= 4k_1^2 \end{aligned}$$

Oleh karena $D > 0$, maka penyelesaian persamaan differensial tersebut adalah akar real dan berbeda dengan akar-akar persamaan yang diperoleh sebagai berikut:

$$r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\pm \sqrt{4k_1^2}}{2} \\
 &= \frac{\pm 2k_1}{2} \\
 &= \pm k_1
 \end{aligned}$$

Maka diperoleh:

$$r_1 = k_1$$

dan

$$r_2 = k_2$$

Sehingga solusi dari Persamaan (4.25) yaitu:

$$I(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} + Q(t)$$

Dengan r_1 dan r_2 maka diperoleh:

$$I(t) = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{-k_2 t} + Q(t) \tag{4.27}$$

Selanjutnya, $Q(t)$ merupakan solusi untuk persamaan homogen dari Persamaan (4.24) untuk menentukan nilai $Q(t)$ diberikan $I = A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C$, $I = 2A\hat{I} + B$, dan $I = 2A$. Kemudian, untuk menentukan nilai A , B , dan C , maka substitusikan nilai-nilai I , I dan I ke Persamaan (4.24) maka:

$$\begin{aligned}
 2A \left(k_1^2 \right) (A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C) &= -\frac{h\hat{I}}{K} - \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)} (-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \\
 2A \left(k_1^2 \right) A\hat{I}^2 - \left(k_1^2 \right) B\hat{I} - \left(k_1^2 \right) C &= -\frac{h\hat{I}}{K} - \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)} (-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \\
 -\left(\frac{h}{K} \right) A\hat{I}^2 - \left(k_1^2 \right) B\hat{I} + (2A - \left(k_1^2 \right) C) &= -\frac{h\hat{I}}{K} - \frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)} (-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct)
 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh nilai-nilai sebagai berikut:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$-(k_1^2)A = 0$$

$$A = 0$$

Dan

$$-(k_1^2)B = -\frac{h}{K}$$

$$B = \frac{-\frac{h}{K}}{-(k_1^2)}$$

$$B = \frac{h}{Kk_1^2}$$

Sedangkan untuk nilai C di tentukan dengan menggunakan metode variasi parameter karena W_b berbentuk koefisien variabel, langkah-langkah dalam metode variasi parameter, yaitu:

Andaikan $y_1 = e^{k_1 t}$ dan $y_2 = e^{-k_1 t}$ dengan

$f(x) = -\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct)$ merupakan penyelesaian untuk persamaan nonhomogen.

Distribusikan nilai y_1 dan y_2 ke dalam sistem persamaan berikut:

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1})y_1 + \frac{d}{dt}(W_{b_2})y_2 = 0 \tag{4.28}$$

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1})y_1 + \frac{d}{dt}(W_{b_2})y_2 = f(x) \tag{4.29}$$

Sehingga Persamaan (4.28) dan Persamaan (4.29) menjadi:

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1})e^{k_1 t} + \frac{d}{dt}(W_{b_2})e^{-k_1 t} = 0 \tag{4.30}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$k_1 \frac{d}{dt}(W_{b_1})e^{k_1 t} - k_1 \frac{d}{dt}(W_{b_2})e^{-k_1 t} = -\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \quad (4.31)$$

Kemudian asumsikan dua fungsi, yaitu $\frac{d}{dt}(W_{b_1})$ dan $\frac{d}{dt}(W_{b_2})$ dengan menggunakan determinan sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1}) = \frac{W_1}{W} \text{ dan } \frac{d}{dt}(W_{b_2}) = \frac{W_2}{W} \quad (4.32)$$

Dimana determinan dari W_1 dan W_2 adalah:

$$W = \begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} \quad W = \begin{vmatrix} 0 & y_2 \\ f(x) & y_2 \end{vmatrix} \quad W = \begin{vmatrix} y_1 & 0 \\ y_1 & f(x) \end{vmatrix} \quad (4.33)$$

Diketahui $y_1 = e^{k_1 t}$ dan $y_2 = e^{-k_1 t}$ dengan

$f(x) = -\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct)$, maka diperoleh determinan

sebagai berikut:

$$\begin{aligned} W &= \begin{vmatrix} e^{k_1 t} & e^{-k_1 t} \\ k_1 e^{k_1 t} & -k_1 e^{-k_1 t} \end{vmatrix} \\ &= (e^{k_1 t})(-k_1 e^{-k_1 t}) - (e^{-k_1 t})(k_1 e^{k_1 t}) \\ &= -k_1 - k_1 \\ &= -2k_1 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} W_1 &= \begin{vmatrix} 0 & e^{-k_1 t} \\ -\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) & -k_1 e^{-k_1 t} \end{vmatrix} \\ &= \left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \right) e^{k_1 t} \end{aligned} \quad (4.35)$$


Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$W_2 = \begin{vmatrix} e^{k_1 t} & 0 \\ k_1 e^{-k_1 t} & -\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \end{vmatrix}$$

$$= \left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \right) e^{k_1 t} \quad (4.36)$$

Sehingga diperoleh nilai $\frac{d}{dt}(W_{b_1}) = \frac{W_1}{W}$ dan $\frac{d}{dt}(W_{b_2}) = \frac{W_2}{W}$ yaitu:

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1}) = \frac{\left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \right) e^{k_1 t}}{2k_1} \quad (4.37)$$

$$\frac{d}{dt}(W_{b_2}) = -\frac{\left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct) \right) e^{k_1 t}}{2k_1} \quad (4.38)$$

Dengan W_{b_1} dan W_{b_2} merupakan anti turunan dari $\frac{d}{dt}(W_{b_1})$ dan $\frac{d}{dt}(W_{b_2})$.

Kemudian diperoleh nilai C berdasarkan Persamaan (4.37) dan Persamaan (4.38) sebagai berikut:

$$C = W_{b_1} e^{k_1 t} + W_{b_2} e^{-k_1 t} \quad (4.39)$$

Sehingga diperoleh $A = 0$, $B = \frac{h}{Kk_1^2}$, dan $C = W_{b_1} e^{k_1 t} + W_{b_2} e^{-k_1 t}$.

Selanjutnya, substitusi nilai masing-masingnya ke $Q(t) = A\hat{I}^2 + B\hat{I} + C$, sehingga diperoleh:

$$Q(t) = 0\hat{I}^2 + \frac{h}{Kk_1^2} \hat{I} + W_{b_1} e^{k_1 t} + W_{b_2} e^{-k_1 t}$$

$$= \frac{h}{Kk_1^2} \hat{I} + W_{b_1} e^{k_1 t} + W_{b_2} e^{-k_1 t}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$= W_{b_1}e^{k_1t} + W_{b_2}e^{-k_1t} + \frac{h}{Kk_1^2}\hat{I} \tag{4.40}$$

Jadi, diperoleh persamaan tingkat persediaan yang optimal ($Q(t)$) untuk fungsi $\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b)\right) + (W_b)^2$ dalam bentuk konstan dengan mensubstitusikan

Persamaan (4.41) ke Persamaan (4.27), yaitu:

$$I(t) = c_1e^{k_1t} + c_2e^{-k_1t} + W_{b_1}e^{k_1t} + W_{b_2}e^{-k_1t} + \frac{h}{Kk_1^2}\hat{I} \tag{4.41}$$

$$I(t) = (c_1 + W_{b_1})e^{k_1t} + (c_2 + W_{b_2})e^{-k_1t} + \frac{h}{Kk_1^2}\hat{I} \tag{4.41}$$

Dengan turunan dari Persamaan (4.42) diperoleh:

$$I(t) = k_1c_1e^{k_1t} - k_1c_2e^{-k_1t} + \frac{d}{dt}(W_{b_1})e^{k_1t} + W_{b_1}k_1e^{k_1t} + \frac{d}{dt}(W_{b_2})e^{-k_1t} - k_1W_{b_2}e^{-k_1t} + 0$$

$$I(t) = \left(k_1c_1 + \frac{d}{dt}(W_{b_1}) + W_{b_1}k_1\right)e^{k_1t} + \left(-k_1c_2 + \frac{d}{dt}(W_{b_2}) - k_1W_{b_2}\right)e^{-k_1t} \tag{4.42}$$

Dengan

$$\frac{d}{dt}(W_{b_1}) = \frac{\left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct)\right)e^{k_1t}}{2k_1}$$

dan

$$\frac{d}{dt}(W_{b_2}) = -\frac{\left(-\frac{a(e^{2at} + 1)}{(e^{2at} - 1)}(-\hat{P} - a + b + ct^2) - (b + 2ct)\right)e^{k_1t}}{2k_1}$$

Kemudian subsitusikan Persamaan (4.41) dan Persamaan (4.42) ke Persamaan (4.27), sehingga diperoleh:



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\lambda = K \left(-I + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_{b1}I \right) - \left(\left(k_1c_1 + \frac{d}{dt}(W_{b1}) + W_{b1}k_1 \right) e^{k_1t} + \left(-k_1c_2 + \frac{d}{dt}(W_{b2}) - k_1W_{b2} \right) e^{-k_1t} \right) + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b \left((c_1 + W_{b1})e^{k_1t} + (c_2 + W_{b2})e^{-k_1t} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right)$$

$$\lambda = K \left(-k_1c_1 + \frac{d}{dt}(W_{b1}) + W_{b1}k_1 \right) e^{k_1t} - \left(-k_1c_2 + \frac{d}{dt}(W_{b2}) - k_1W_{b2} \right) e^{-k_1t} + \hat{P} - (a + bt + ct^2) + W_b \left((c_1 + W_{b1})e^{k_1t} + (c_2 + W_{b2})e^{-k_1t} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right)$$

$$\lambda = K \left(\left((W_b - k_1)(c_1 + W_{b1})e^{k_1t} + (W_b + k_1)(c_2 + W_{b2})e^{-k_1t} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1t} \right) - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1t} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \tag{4.44}$$

Selanjutnya, Persamaan (4.44) dapat disubsitusikan ke Persamaan (4.4), sehingga diperoleh sebagai berikut:

$$P = \frac{K \left(\left((W_b - k_1)(c_1 + W_{b1})e^{k_1t} + (W_b + k_1)(c_2 + W_{b2})e^{-k_1t} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1t} \right) - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1t} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right)}{K} \tag{4.45}$$

Sehingga diperoleh persamaan tingkat produksi yang optimal $P(t)$ untuk kasus

fungsi $\frac{h}{K} + \left(\frac{d}{dt}(W_b) \right) + (W_b)^2$ dalam bentuk konstan, yaitu:

$$P(t) = \hat{P} - \left(\left((W_b - k_1)(c_1 + W_{b1})e^{k_1t} + (W_b + k_1)(c_2 + W_{b2})e^{-k_1t} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1t} \right) - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1t} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \tag{4.46}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumunkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Karena pada Persamaan (4.46) masih terdapat koefisien c_1 dan c_2 yang perlu ditentukan, maka dengan menggunakan kondisi yang telah diberikan (Tajd, 2008), yaitu $I(t_1) = M$ dan $\lambda(t_2) = 0$ serta dengan mengambil Persamaan (4.42), dilakukan langkah sebagai berikut:

- a. Untuk $t = t_1$ dengan kondisi $I(t_1) = M$, maka Persamaan (4.42) menjadi:

$$I(t_1) = (c_1 + W_{b1})e^{k_1 t_1} + (c_2 + W_{b2})e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2}$$

$$M = (c_1 + W_{b1})e^{k_1 t_1} + (c_2 + W_{b2})e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \quad (4.47)$$

- b. Untuk $t = t_2$ dengan kondisi $\lambda(t_2) = 0$, maka Persamaan (4.44) menjadi:

$$\lambda(t_2) = K \left(\begin{aligned} &(W_b - k_1)(c_1 + W_{b1})e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)(c_2 + W_{b2})e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1 t_2} \\ & - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1 t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \end{aligned} \right)$$

$$0 = K \left(\begin{aligned} &(W_b - k_1)(c_1 + W_{b1})e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)(c_2 + W_{b2})e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1 t_2} \\ & - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1 t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \end{aligned} \right) \quad (4.48)$$

Nilai c_1 dan c_2 diperoleh dari Persamaan (4.47) dan Persamaan (4.48) dengan langkah-langkah sebagai berikut:

$$Ax = Bx + C$$

$$\begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{k_1 t_1} & e^{-k_1 t_1} \\ (W_b - k_1)e^{k_1 t_2} & (W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\left[\begin{aligned} & W_{b1}e^{k_1t_1} + W_{b2}e^{-k_1t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \\ & + (W_b - k_1)W_{b1}e^{k_1t_2} + (W_b + k_1)W_{b2}e^{-k_1t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1t_2} \\ & + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \end{aligned} \right]$$

Maka:

$$x = B^{-1}(A - C)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} B^{-1} &= \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{(e^{k_1t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1t_2} - (e^{-k_1t_1})(W_b - k_1)e^{k_1t_2}} \begin{bmatrix} (W_b + k_1)e^{-k_1t_2} & -e^{-k_1t_1} \\ -(W_b - k_1)e^{k_1t_2} & e^{k_1t_1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga:

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{k_1t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1t_2} - (e^{-k_1t_1})(W_b - k_1)e^{k_1t_2}} \begin{bmatrix} (W_b + k_1)e^{-k_1t_2} & -e^{-k_1t_1} \\ -(W_b - k_1)e^{k_1t_2} & e^{k_1t_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} W_{b1}e^{k_1t_1} + W_{b2}e^{-k_1t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \\ (W_b - k_1)W_{b1}e^{k_1t_2} + (W_b + k_1)W_{b2}e^{-k_1t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \end{bmatrix}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{k_1 t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} - (e^{-k_1 t_1})(W_b - k_1)e^{k_1 t_2}} \begin{bmatrix} M - \left(W_{b_1} e^{k_1 t_1} + W_{b_2} e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right) \\ \left((W_b - k_1)W_{b_1} e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)W_{b_2} e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b_1}) e^{k_1 t_2} \right) \\ - \left(-\frac{d}{dt}(W_{b_2}) e^{-k_1 t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \end{bmatrix}$$

Maka, diperoleh nilai c_1 dan c_2 sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{(e^{k_1 t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} - (e^{-k_1 t_1})(W_b - k_1)e^{k_1 t_2}} \begin{bmatrix} \left((W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} \left(M - \left(W_{b_1} e^{k_1 t_1} + W_{b_2} e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right) \right) + (e^{-k_1 t_1}) \right. \\ \left. \left((W_b - k_1)W_{b_1} e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)W_{b_2} e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b_1}) e^{k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b_2}) e^{-k_1 t_2} \right) \right. \\ \left. + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \\ \left(- (W_b - k_1)e^{k_1 t_2} \left(M - \left(W_{b_1} e^{k_1 t_1} + W_{b_2} e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right) \right) - (e^{k_1 t_1}) \right. \\ \left. \left((W_b - k_1)W_{b_1} e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)W_{b_2} e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b_1}) e^{k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b_2}) e^{-k_1 t_2} \right) \right. \\ \left. + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \end{bmatrix}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$c_1 = \frac{\left((W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} \left(M - \left(W_{b1}e^{k_1 t_1} + W_{b2}e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right) \right) + (e^{-k_1 t_1}) \left((W_b - k_1)W_{b1}e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)W_{b2}e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1 t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \right)}{(e^{k_1 t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} - (e^{-k_1 t_1})(W_b - k_1)e^{k_1 t_2}}$$

$$c_2 = \frac{\left(-(W_b - k_1)e^{k_1 t_2} \left(M - \left(W_{b1}e^{k_1 t_1} + W_{b2}e^{-k_1 t_1} + \frac{hI}{Kk_1^2} \right) \right) - (e^{k_1 t_1}) \left((W_b - k_1)W_{b1}e^{k_1 t_2} + (W_b + k_1)W_{b2}e^{-k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b1})e^{k_1 t_2} - \frac{d}{dt}(W_{b2})e^{-k_1 t_2} + P - (a + bt + ct^2) + \frac{W_b hI}{Kk_1^2} \right) \right)}{(e^{k_1 t_1})(W_b + k_1)e^{-k_1 t_2} - (e^{-k_1 t_1})(W_b - k_1)e^{k_1 t_2}}$$

Diperoleh solusi konstanta untuk Persamaan (4.42), yaitu untuk nilai c_1 dan c_2 di atas. Selanjutnya, Persamaan (4.42) dengan nilai c_1 dan c_2 dan $I_c(t)$ yang telah diperoleh mencapai stabil asimtotik untuk waktu t jika menuju kesatu nilai.

Contoh 4.1:

Berdasarkan penelitian dari Hazmuzalipa (2018) diketahui sebuah perusahaan X memproduksi sebuah barang dengan rata-rata fungsi kenaikan (m) sebesar 0.01, tingkat persediaan tujuan (\hat{I}) sebesar 40, tingkat produksi tujuan (\hat{P}) sebesar 22, tingkat fungsi persediaan (t_2) sebesar 10, tingkat persediaan maksimum (M) sebesar 35, koefisien biaya penyimpanan (h) sebesar 1.8, fungsi permintaan ($a + bt + ct^2$) dengan parameter $a = 4, b = 10,$, koefisien biaya produksi (K) sebesar 64, dengan parameter untuk persamaan Weibull adalah

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$\alpha = 2, \beta = 1$, dan $c = 0$. Tentukan nilai optimal tingkat persediaan ($I(t)$) dan analisis kestabilannya pada saat $t \in [0,15]$, $t \in [0,18]$, dan $t \in [0,100]$.

Penyelesaian:

$$r = \sqrt{\left(\frac{h}{K} + (\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c})^2\right)}$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{1.8}{64} + ((2)(1)t^{1-1} (e^{-0.3t^0}))^2\right)}$$

$$r = \sqrt{\left((0.028125) + (2)^2\right)}$$

$$r = \sqrt{4.028125}$$

$$r = 2.0070189$$

$$r = -\sqrt{\left(\frac{h}{K} + (\alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c})^2\right)}$$

$$r = -\sqrt{\left(\frac{1.8}{64} + ((2)(1)t^{1-1} (e^{-0.3t^0}))^2\right)}$$

$$r = -\sqrt{\left((0.028125) + (2)^2\right)}$$

$$r = -\sqrt{4.028125}$$

$$r = -2.0070189$$

$$Q = \frac{\frac{h\hat{I}}{K} + \alpha\beta t^{\beta-1} e^{-\beta t^c} (-\hat{P} + a + bt + ct^2) + (b + 2ct)}{\left(\frac{h}{K} + W_b^2\right)}$$

$$= \frac{\frac{(1.8)(40)}{64} + (2)(1)t^{1-1} e^{-1t^0} (-22 + 4 + 10t + 0) + (10 + 2(20)t)}{\left((0.028125) + ((2)(1)t^{1-1} e^{-1t^0})^2\right)}$$

$$= \frac{1.125 + 2(-18 + 10t + 0) + (10 + 40t)}{4.028125}$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1.125 - 36 + 20t + 10 + 40t}{4.028125} \\
 &= 0.00027283165 + 60t \\
 &= 2.00701893
 \end{aligned}$$

Pada saat $t = 10$, nilai $Q(t)$ menjadi:

$$\begin{aligned}
 Q(10) &= 0.00027283165 + 60(10) \\
 &= 0.00027283165 + 600 \\
 &= 600.00027283
 \end{aligned}$$

Kemudian, nilai-nilai di atas disubstitusikan ke persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \frac{(W_b + r)e^{-rt_2}(M - Q(t_1)) - e^{-rt_1}(Q(t_2) - \hat{P} + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2))}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}} \\
 c_1 &= 2.25889110310^{-17}
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 c_2 &= \frac{-(W_b - r)e^{rt_2}(M - Q(t_1)) + e^{rt_1}(Q(t_2) - \hat{P} + (a + bt + ct^2) - W_b Q(t_2))}{(e^{rt_1})(W_b + r)e^{-rt_2} - (e^{-rt_1})(W_b - r)e^{rt_2}} \\
 c_2 &= 0.0556005903
 \end{aligned}$$

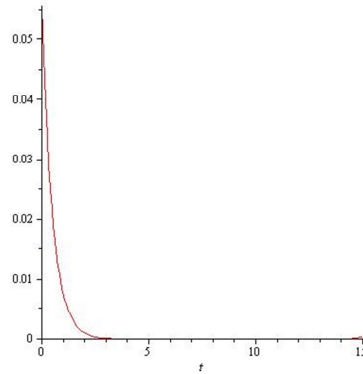
dan

$$\begin{aligned}
 I(t) &= c_1 e^{rt} + c_2 e^{r_2 t} + Q(t) \\
 I(t) &= 2.25889110310^{-17} e^{2.0070189t} + 0.0556005903 e^{-2.0070189t}
 \end{aligned}$$

Solusi persamaan $I(t)$ untuk $t \rightarrow 15$ hasilnya dapat dilihat pada grafik berikut:

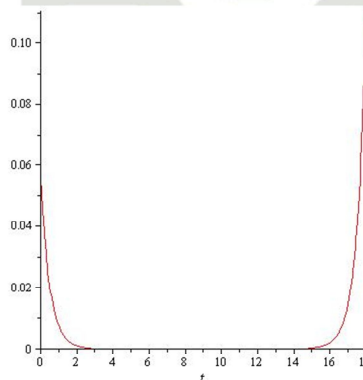
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Gambar 4.1 Grafik $I(t)$ untuk $t \rightarrow 15$

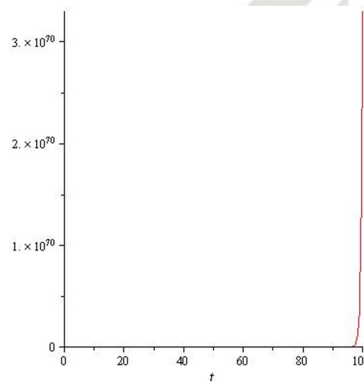
Berdasarkan Gambar 4.1 diperoleh bahwa tingkat persediaan $I(t)$ mengalami penurunan pada waktu $t \rightarrow 15$. Persediaan barang terus mengalami penurunan yang dimulai sejak $t=2$ sampai $t=15$. Hal ini disebabkan karena meskipun ada proses produksi barang, terdapat permintaan dan kerusakan yang terjadi pada barang. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa tingkat persediaan $I(t)$ mencapai stabil asimtotik pada saat $t \rightarrow 15$ dimana grafik menuju 0. Selanjutnya, akan dilihat solusi persamaan $I(t)$ untuk $t \rightarrow 18$ sebagai berikut:



Gambar 4.2 Grafik $I(t)$ untuk $t \rightarrow 18$

Berdasarkan Gambar 4.2 diperoleh bahwa tingkat persediaan $I(t)$ mengalami kenaikan pada waktu $t \rightarrow 18$. Persediaan barang terus mengalami penurunan yang dimulai sejak $t=2$ sampai $t=15$ namun mengalami kenaikan

ketika $t=16$ menuju tak hingga. Hal ini disebabkan karena meskipun terdapat permintaan dan kerusakan yang terjadi pada barang, produksi tetap dilakukan sehingga menyebabkan tingkat persediaan barang mengalami kenaikan. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa tingkat persediaan $I(t)$ menjadi tidak stabil pada saat $t \rightarrow 18$ dimana grafik menuju 0 sampai $t=15$ namun naik terus menuju ∞ pada saat $t \rightarrow 18$. Selanjutnya, akan dilihat solusi persamaan $I(t)$ untuk $t \rightarrow 100$ sebagai berikut:



Gambar 4.3 Grafik $I(t)$ untuk $t \rightarrow 100$

Berdasarkan Gambar 4.3 diperoleh bahwa tingkat persediaan $I(t)$ mengalami kenaikan pada waktu $t \rightarrow 100$. Persediaan barang terus mengalami kenaikan yang dimulai sejak $t=16$ sampai $t=100$. Hal ini disebabkan karena meskipun terdapat permintaan dan kerusakan yang terjadi pada barang, produksi tetap dilakukan sehingga menyebabkan tingkat persediaan barang terus mengalami kenaikan. Artinya, perusahaan harus mengurangi jumlah produksi untuk menstabilkan tingkat persediaan. Sehingga dapat diambil kesimpulan bahwa tingkat persediaan $I(t)$ tidak stabil untuk waktu $t \rightarrow 100$.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.