

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Aljabar merupakan salah satu cabang ilmu yang membahas permasalahan pada bidang matematika, salah satunya adalah matriks. Sejalan dengan perkembangan ilmu pengetahuan, aplikasi matriks banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, baik dalam matematika sendiri maupun bagi disiplin ilmu yang lain misalnya pada aplikasi perbankan yang senantiasa berhubungan dengan angka-angka, dalam dunia olahraga seperti penentuan klasemen suatu pertandingan, dalam bidang ekonomi biasa digunakan untuk menganalisa input dan output seluruh sektor ekonomi. Sedangkan dalam matematika, matriks dapat digunakan untuk menangani model-model linear, seperti mencari penyelesaian sistem persamaan linear.

Matriks adalah jajaran empat persegi dari bilangan-bilangan. Matriks dibagi menjadi beberapa jenis antara lain matriks bujursangkar, matriks identitas, matriks diagonal, matriks segitiga, matriks simetris, dan lain-lain. Dalam teori matriks juga terdapat berbagai macam operasi matriks yang pada dasarnya sama dengan operasi-operasi matematika pada umumnya, diantaranya perkalian matriks, penjumlahan matriks, determinan matriks, invers matriks, *trace* matriks dan lain sebagainya. Pada penelitian ini penulis lebih memfokuskan mengenai *trace* matriks. Menurut Anton pada tahun 2004, *trace* matriks merupakan jumlah dari elemen-elemen diagonal utama dari matriks bujur sangkar A , yang dinotasikan dengan $tr(A)$. Menurut Brezenski,dkk pada tahun 2012, *trace* matriks berpangkat sering digunakan pada beberapa bidang matematika, khususnya Analisis Jaringan, Teori Bilangan, Sistem Dinamik, Teori Matriks, dan Permasalahan Diferensial.

Pembahasan mengenai *trace* matriks telah banyak diteliti oleh beberapa peneliti sebelumnya. Pembahasan mengenai *trace* matriks telah dibahas oleh Zarelua pada tahun 2008 dalam makalahnya yang berjudul “*On Congruences for*

the Traces of Powers of Some Matrices” yang membahas mengenai *trace* pada matriks berpangkat bilangan bulat berhubungan dengan kekongruenan persamaan Euler. Selanjutnya pada tahun 2010, Avron dalam makalahnya yang berjudul “*Counting Triangles in Large Graphs Using Randomized Matrix Trace Estimation*” membahas mengenai analisis jaringan kompleks, suatu permasalahan yang penting untuk menghitung jumlah bilangan pada segitiga dalam *graph* terhubung sederhana. Bilangan yang diperoleh adalah $Tr(A^3)/6$, dengan A adalah matriks ketetanggaan pada *graph*. Pada tahun 2015, Pahade dan Jha dalam makalahnya yang berjudul “*Trace of Positive Integer Power of Real Matrices*” juga membahas mengenai pembentukan bentuk umum *trace* matriks ordo 2×2 berpangkat bilangan bulat positif.

Pada tahun 2017, Fatonah dalam makalahnya yang berjudul “*Trace Matriks Berbentuk Khusus 2×2 Berpangkat Bilangan Bulat Positif*”, membahas mengenai bentuk umum dari *trace* matriks 2×2 yang dibentuk secara khusus dengan entri bilangan real berpangkat bilangan bulat positif untuk n ganjil dan n genap. Pembahasan mengenai *trace* juga telah dibahas oleh Yulianis pada tahun 2017 dalam makalahnya yang berjudul “*Trace Matriks Berbentuk Khusus 2×2 Berpangkat Bilangan Bulat Negatif*” yang membahas mengenai bentuk umum *trace* matriks yang dibentuk secara khusus dengan entri bilangan real dan bilangan kompleks berpangkat bilangan bulat negatif untuk n ganjil dan n genap. Selanjutnya pada tahun yang sama, Solihin dalam makalahnya yang berjudul “*Trace Matriks Real Berpangkat Bilangan Bulat Negatif*” membahas mengenai bentuk umum dari *trace* matriks dengan entri bilangan real berpangkat bilangan bulat negatif.

Pada tahun 2018 pembahasan tentang *trace* matriks juga dibahas oleh Andesta dalam makalahnya yang berjudul “*Trace Matriks Berbentuk Khusus 3×3 Berpangkat Bilangan Bulat Positif*”. Dalam penelitian tersebut, dibahas tentang bentuk umum *trace* matriks berbentuk khusus 3×3 dengan pangkat bilangan bulat positif dengan entri bilangan real. Pada tahun yang sama, Aryani dalam makalahnya yang berjudul “*Trace Matriks 3×3 Berpangkat Bilangan*

Bulat” juga membahas mengenai bentuk umum *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat dengan entri pada masing-masing baris bernilai sama. Dalam penelitian ini, penulis tertarik mengembangkan penelitian Aryani tersebut dengan menggunakan matriks yang sama untuk ordo $n \times n$ ($n \geq 2$) sehingga dalam penelitian ini penulis akan membahas mengenai “**Trace Matriks Khusus Berpangkat Bilangan Bulat Positif**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dijelaskan di atas, maka dapat diambil suatu rumusan masalah yaitu “Bagaimana menentukan bentuk umum *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat positif”.

1.3 Batasan Masalah

Untuk mencegah meluasnya permasalahan diperlukan batasan-batasan agar tidak menyimpang dari apa yang telah direncanakan, sehingga tujuan yang sebenarnya dapat dicapai. Batasan masalah dalam penelitian ini adalah:

1. Matriks bujur sangkar $A_n = \begin{bmatrix} a_1 & a_1 & \cdots & a_1 \\ a_2 & a_2 & \cdots & a_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_i & a_i & \cdots & a_i \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_n & a_n & \cdots & a_n \end{bmatrix}, \forall a_i \in R; i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.1)$
2. *Trace* untuk matriks berordo $n \times n$ ($n \geq 2$) dengan pangkat bilangan bulat positif.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk mendapatkan bentuk umum *trace* matriks khusus sesuai Persamaan (1.1) berpangkat bilangan bulat positif.

1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan di atas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Rumus umum yang diperoleh pada penelitian ini diharapkan dapat membantu berbagai pihak, baik dibidang ekonomi, biologi, kimia, pertanian dan sebagainya, yang membutuhkan aplikasi *trace* matriks, terutama dalam menentukan *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat positif.
2. Memberikan kontribusi penelitian di bidang matematika terutama bidang aljabar mengenai *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat positif.
3. Menghasilkan penelitian yang bermanfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi.

1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dibagi menjadi 5 bab. Berikut ini penjelasan tentang masing-masing bab:

BAB I PENDAHULUAN

Bab ini menjelaskan tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian, serta sistematika penulisan.

BAB II LANDASAN TEORI

Bab ini menjelaskan teori-teori tentang matriks, jenis-jenis matriks, dan operasi pada matriks.

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini menjelaskan tentang langkah-langkah yang penulis gunakan untuk menyelesaikan *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat positif.

BAB IV PEMBAHASAN

Bab ini menjelaskan tentang hasil yang diperoleh dari perhitungan *trace* matriks khusus berpangkat bilangan bulat positif.

BAB V PENUTUP

Bab ini berisikan kesimpulan yang menjelaskan mengenai kesimpulan dari seluruh pembahasan dan saran sebagai hasil penelitian yang telah dilakukan.