UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Pengertian Graf

Graf merupakan gambar atau pola dari penghubungan antara himpunan elemen-elemen tidak kosong yang disebut titik (vertex) dengan himpunan pasangan tidak terurut titik-titik tersebut yang disebut sisi (edge). Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek sebagai titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan sebagai sisi. Menurut catatan sejarah, masalah jembatan Konigsberg adalah masalah yang pertama kali menggunakan graf yaitu pada tahun 1736 (Munir. R, 2012).

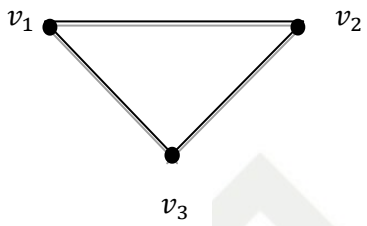
Definisi 2.1 (Munir. R, 2012) Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E), ditulis dengan notasi $G = (V, E)$ yang dalam hal ini V adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik (*vertices*) dan E adalah himpunan sisi (*edges*) yang menghubungkan sepasang simpul.

Definisi 2.1 menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi titiknya harus ada minimal satu. Graf yang hanya mempunyai satu buah titik tanpa sebuah sisipun dinamakan graf trivial. Secara geometri graf digambarkan sebagai sekumpulan noktah (titik) di dalam bidang dwimatra yang dihubungkan dengan sekumpulan garis (sisi).

Suatu graf $G = (V, E)$ terdiri dari himpunan tak kosong titik $V = \{v_1, v_2, v_3, ..., v_n\}$ dan himpunan sisi $E = \{e_1 = v_1v_2, e_2v = v_2v_3, ..., e_{n-1} = v_{n-1}v_n\}$. Banyaknya titik dari graf $G = (V, E)$ disebut *order*, yang dinotasikan dengan $|V|$. Sedangkan banyaknya sisi dari graf $G = (V, E)$ disebut *size*, yang dinotasikan $|E|$. Graf dimungkinkan terdapat sisi yang menghubungkan titik yang sama, hal ini disebut *loop*, dan terdapat pula dua sisi atau lebih yang menghubungkan sepasang

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

titik yang sama, hal ini disebut sisi rangkap. Graf yang tidak terdapat *loop* dan sisi rangkap disebut graf sederhana.



Gambar 2.1 Graf C_3

pada Gambar 2.1 dapat dilihat bahwa himpunan titik dan himpunan sisi dari graf tersebut adalah $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ dengan banyak titik atau *order* $|V| = 3$, dan $E = \{v_1v_2, v_2v_{3,}, v_3v_1\}$ dengan banyak sisi atau *size* $|E| = 3$.

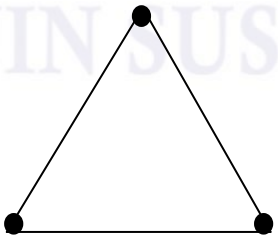
2.2 Jenis Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori atau jenis, tergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Pengelompokan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang, berdasarkan jumlah titik atau berdasarkan orientasi arah pada sisi dan berdasarkan struktur.

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang pada suatu graf, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir. R, 2012):

1. Graf Sederhana (*Simple Graph*)

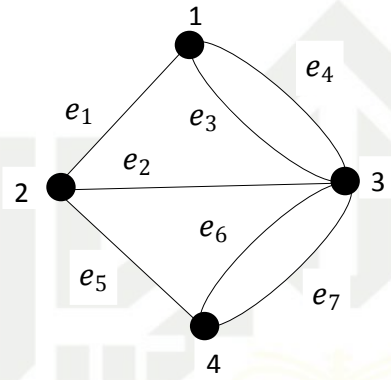
   Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda maupun gelang. Pada graf sederhana sisi adalah pasangan tidak terurut (*unordered pairs*). Contoh dari graf sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2 Graf Sederhana

2. Graf Tak Sederhana (*Unsimple Graph*)

Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu: graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Contoh dari graf tak sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Graf Tak Sederhana

Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir. R, 2012):

1. Graf Tak Berarah (*Undirected Graph*)

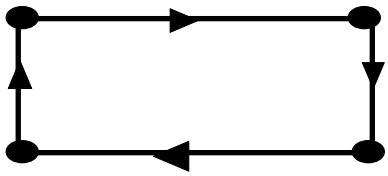
Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan. Berikut contoh graf tak berarah:

Gambar 2.4 Graf Tak Berarah

2. Graf Berarah (*Directed Graph*)

Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisinya diperhatikan atau sisinya berbeda. Berikut contoh graf berarah:

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

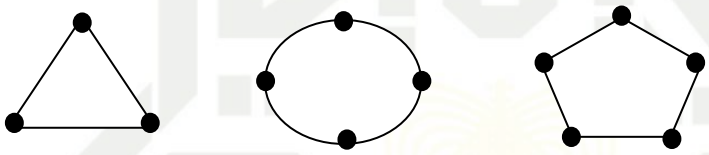


Gambar 2.5 Graf Berarah

Pada graf sederhana (*simple graph*) terdapat beberapa graf khusus, yaitu:

1. Graf Lingkaran (*Cycle*)

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap titiknya berderajat 2. Graf lingkaran dengan n buah titik dilambangkan dengan C_n. Contoh dari graf lingkaran dapat dilihat pada Gambar 2.6.

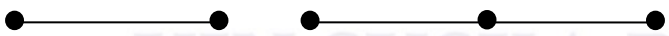


C_3 C_4 C_5

Gambar 2.6 Graf C_3, C_4 dan C_5

2. Graf Lintasan (*Path*)

Graf lintasan dengan n titik dinotasikan dengan P_n. Graf lintasan terdiri dari dua titik berderajat satu, yang disebut ujung dari lintasan dan $n-2$ titik berderajat dua, serta memiliki $n-1$ sisi. Dengan kata lain, graf lintasan $P_n = (V, E)$ dimana $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ dan $E = \{v_1v_2, v_2v_3, v_3v_4, \dots, v_{n-1}v_n\}$. Contoh dari graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.7.



P_2 P_3

Gambar 2.7 Graf P_2 dan P_3

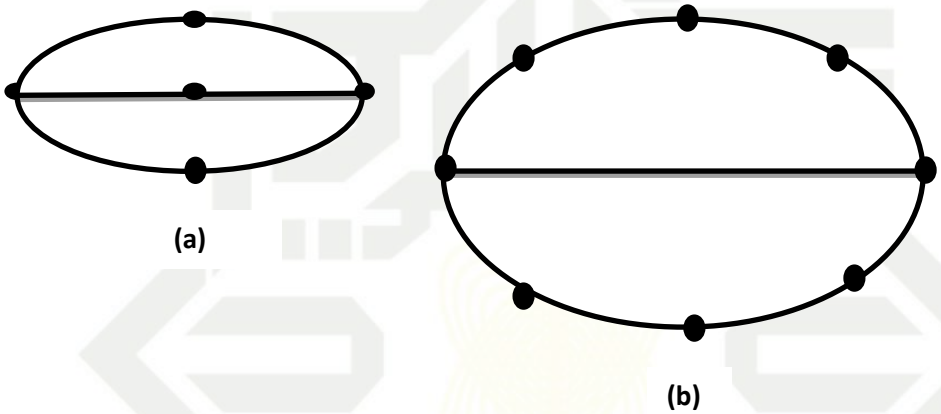
3. Graf Theta

Berdasarkan paper Rajasingh. I tahun 2015 menyebutkan bahwa graf theta yang umum $\theta(n, m)$ atau graf theta sederhana merupakan graf dengan n titik, diantaranya dua titik yaitu N dan S berderajat m sedemikian sehingga setiap titik

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

lainnya berderajat dua dan terletak pada salah satu dari m lintasan yang menyatu dengan titik N dan S. Dua titik N dan S secara berturut-turut disebut kutup utara dan kutup selatan. Sebuah graf theta dikatakan seragam jika $|L_1| = |L_2| = \cdots = |L_m|$, dimana L_i adalah *longitude* dari $\theta(n, l)$. Graf seri paralel $G = G_1 \circ G_2 \circ \ldots \circ G_k$, dimana $G_i = \theta(rm+2, m)$, dengan m banyaknya longitude dan r titik pada setiap *longitude*, $i = 1,2,3,\ldots,l$.



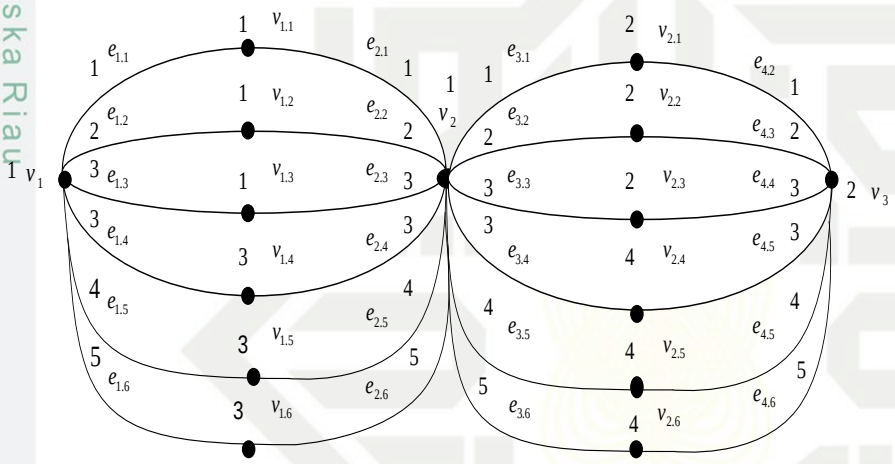
Gambar 2.8 (a) Graf Theta Seragam, $\boldsymbol{\theta(5,3)}$; (b) Graf Theta Tak Seragam, $\boldsymbol{\theta(8,3,(3,0,3))}$

7. Graf seri paralel

Rajasingh. I meneliti tentang nilai total ketakteraturan sisi dari graf seri paralel pada tahun 2015. Graf seri paralel adalah graf dengan dua titik yang disebut terminal yang dibentuk secara rekursif oleh dua operasi komposisi sederhana yang dapat digunakan untuk model rangkaian dan rangkaian listrik paralel. pada umumnya suatu graf seri paralel memuat suatu graf theta didalamnya. Graf theta yang umum $\theta(n, m)$ atau graf theta sederhana merupakan graf dengan n titik, diantaranya dua titik yaitu N dan S berderajat m sedemikian sehingga setiap titik lainnya berderajat dua dan terletak pada salah satu dari m lintasan yang menyatu dengan titik N dan S. Dua titik N dan S secara berturut-turut disebut kutup utara dan kutup selatan. Sebuah graf theta dikatakan seragam jika $|L_1| = |L_2| = \cdots = |L_m|$, dimana L_i adalah *longitude* dari $\theta(n, l)$. Graf seri

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

paralel $G = G_1 \circ G_2 \circ ... \circ G_k$, dimana $G_i = \theta(rm+2, m)$, dengan m banyaknya longitude dan r titik pada setiap *longitude*, $i = 1,2,3,...,l$. dilambangkan dengan $sp(m,r,l)$ dimana m banyaknya longitude, r banyaknya titik pada setiap longitude dan l merupakan level pada graf seri paralel. Level G ditujukan sebagai $level\ 0, level\ 1, \dots, level(r+1), leve \sim (r+2), \dots, level(lr+l-1)$ dan $level(lr+l)$. Rajasingh. I memperoleh $tes(sp(m,r,l) \geq \left\lceil \frac{lm(r+1)+2}{3} \right\rceil$.



Gambar 2.9 Pelabelan-6 Total Tak Teratur Titik pada Graf $(sp(8,1,2))$

2.3 Pelabelan Graf

Pelabelan graf adalah pemetaan yang memasangkan elemen-elemen graf dengan bilangan-bilangan bulat positif. Misalkan diberikan suatu graf Pelabelan dengan domain himpunan titik disebut pelabelan titik (vertex labelling), pelabelan dengan domain himpunan sisi disebut pelabelan sisi (edge labelling), dan pelabelan dengan domain gabungan himpunan titik dan himpunan sisi disebut pelabelan total (total labelling).

Definisi bobot (*weight*) dari elemen graf merupakan jumlah dari semua label yang berhubungan dengan graf tersebut. Bobot dari titik v dengan pelabelan λ adalah $wt(v) = \lambda(v) + \sum_{uv \in E} \lambda(uv)$. Sedangkan bobot dari sisi uv adalah $wt(uv) = \lambda(u) + \lambda(uv) + \lambda(v)$.

Salah satu jenis pelabelan yang belakangan ini sering menjadi perbincangan yaitu pelabelan total tak teratur. Pelabelan total tak teratur pertama kali

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

diperkenalkan oleh Bača, dkk pada tahun 2007. Pelabelan total tak teratur terdiri dari pelabelan total tak teratur sisi, pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur total. Berikut ini penjelasan tentang dua jenis pelabelan total tak teratur, yaitu : pelabelan-k total tak teratur titik dan pelabelan-k total tak teratur sisi.

2.3.1 Pelabelan-k Total Tak Teratur Titik

Pelabelan-k total tak teratur titik pertama kali diperkenalkan oleh Baĉa, dkk., pada tahun 2007, dalam paper yang berjudul *"On Irregular Total Labellings"*.

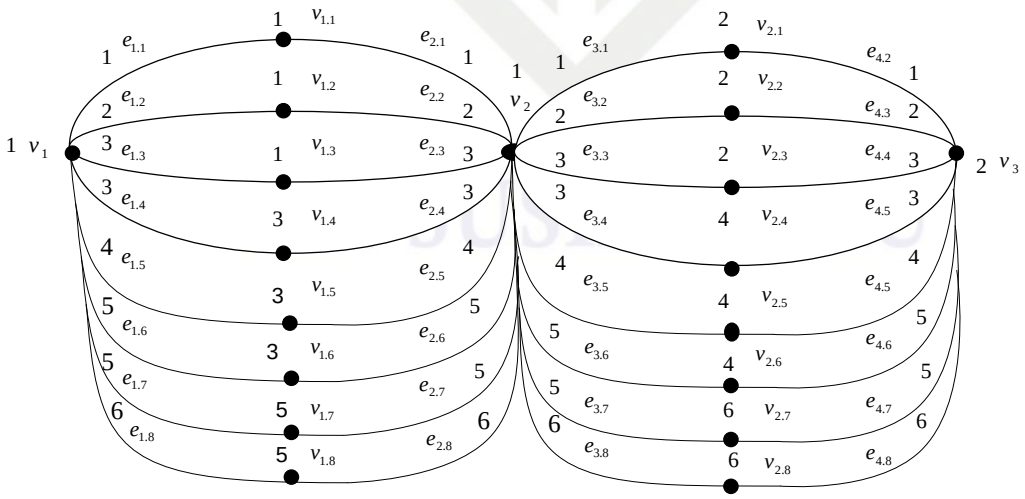
Definisi 2.2 (Bača, dkk., 2007) Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf. Pelabelan $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1,2, \dots k\}$ dikatakan pelabelan- k total tak teratur titik di G, jika setiap dua titik berbeda x dan y di G memenuhi $wt(x) \neq \mathrm{wt(y)}$.

$wt(x)$ merupakan bobot titik x yang dinyatakan sebagai:

$wt(x) = \lambda(x) + \sum_{ux \in E} \lambda(ux)$

Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength*) dari graf G yang dinotasikan dengan $tvs(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur titik.

Berikut akan disajikan contoh pelabelan-k total tak teratur titik pada graf $sp(8,1,2)$.



Gambar 2.10 Pelabelan-7 Total Tak Teratur Titik pada Graf $(sp(8,1,2))$

Selanjutnya, akan dihitung bobot setiap titik pada graf $sp(8,1,2)$, dengan cara menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengan titik tersebut. Perhitungan bobot titik pada graf $sp(8,1,2)$ sebagai berikut:

$wt(v_{1,1}) = \lambda(e_{1,1}) + \lambda(v_{1,1}) + \lambda(e_{2,1}) = 1 + 1 + 1 = 3,$

$wt(v_{1,2}) = \lambda(e_{1,2}) + \lambda(v_{1,2}) + \lambda(e_{2,2}) = 2 + 1 + 2 = 5,$

$wt(v_{1,3}) = \lambda(e_{1,3}) + \lambda(v_{1,3}) + \lambda(e_{2,3}) = 3 + 1 + 3 = 7,$

$wt(v_{1,4}) = \lambda(e_{1,4}) + \lambda(v_{1,4}) + \lambda(e_{2,4}) = 3 + 3 + 3 = 9,$

$wt(v_{1,5}) = \lambda(e_{1,5}) + \lambda(v_{1,5}) + \lambda(e_{2,5}) = 4 + 3 + 4 = 11,$

$wt(v_{1,6}) = \lambda(e_{1,6}) + \lambda(v_{1,6}) + \lambda(e_{2,6}) = 5 + 3 + 5 = 13,$

$wt(v_{1,7}) = \lambda(e_{1,7}) + \lambda(v_{1,7}) + \lambda(e_{2,7}) = 5 + 5 + 5 = 15,$

$wt(v_{1,8}) = \lambda(e_{1,8}) + \lambda(v_{1,8}) + \lambda(e_{2,8}) = 6 + 5 + 6 = 17,$

$wt(v_{2,1}) = \lambda(e_{3,1}) + \lambda(v_{2,1}) + \lambda(e_{4,1}) = 1 + 2 + 1 = 4,$

$wt(v_{2,2}) = \lambda(e_{3,2}) + \lambda(v_{2,2}) + \lambda(e_{4,2}) = 2 + 2 + 2 = 6,$

$wt(v_{2,3}) = \lambda(e_{3,3}) + \lambda(v_{2,3}) + \lambda(e_{4,3}) = 3 + 2 + 3 = 8,$

$wt(v_{2,4}) = \lambda(e_{3,4}) + \lambda(v_{2,4}) + \lambda(e_{4,4}) = 3 + 4 + 3 = 10,$

$wt(v_{2,5}) = \lambda(e_{3,5}) + \lambda(v_{2,5}) + \lambda(e_{4,5}) = 4 + 4 + 4 = 12,$

$wt(v_{2,6}) = \lambda(e_{3,6}) + \lambda(v_{2,6}) + \lambda(e_{4,6}) = 5 + 4 + 5 = 14,$

$wt(v_{2,7}) = \lambda(e_{3,7}) + \lambda(v_{2,7}) + \lambda(e_{4,7}) = 5 + 6 + 5 = 16,$

$wt(v_{2,8}) = \lambda(e_{3,8}) + \lambda(v_{2,8}) + \lambda(e_{4,8}) = 6 + 6 + 6 = 18,$

$wt(v_1) = \lambda(v_1) + \lambda(e_{1,1}) + \lambda(e_{1,2}) + \lambda(e_{1,3}) + \cdots + \lambda(e_{1,8}) = 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 = 30,$

$wt(v_2) = \lambda(v_2) + \lambda(e_{1,1}) + \lambda(e_{1,2}) + \cdots + \lambda(e_{1,8}) + \lambda(e_{2,1}) + \lambda(e_{2,2}) + \cdots + \lambda(e_{2,8}) = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 5 + 5 + 6 + 6 = 59,$

$wt(v_3) = \lambda(v_3) + \lambda(e_{3,1}) + \lambda(e_{3,2}) + \lambda(e_{3,3}) + \cdots + \lambda(e_{3,8}) = 2 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 = 31.$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

Hasil perhitungan bobot titik pada graf $sp(8,1,2)$ diperoleh bobot setiap titik berbeda. Oleh karena itu, ë adalah pelabelan-6 total tak teratur titik pada graf $sp(8,1,2)$.

Hasil penelitian tentang nilai total ketakteraturan titik diberikan pada teorema-teorema berikut:

Teorema 2.1 (Bača, dkk., 2007) Misalkan G adalah graf (p,q) dengan derajat minimum ë dan derajat maksimum Δ, maka :

$$\left\lceil \frac{p+\ddot{a}}{\Delta+1} \right\rceil \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\ddot{a} + 1$$

Teorema 2.3 (Bača, dkk., 2007) Misalkan K_p adalah graf lengkap dengan p titik maka,

$$tvs(K_p) = 2$$

Teorema 2.4 (Nurdin, dkk., 2009) Diberikan graf tP_n sebagai t *copy* graf lintasan dengan n titik, dimana $t \geq 2$ maka,

$$tvs(tP_n) = \begin{cases} t & \text{untuk } n = 1 \\ t+1 & \text{untuk } 2 \leq n \leq 3 \\ \left\lceil \frac{nt+1}{3} \right\rceil & \text{untuk } n \geq 4 \end{cases}$$

Teorema 2.5 (Marzuki. C. C, dkk., 2016) Untuk $m \geq 3$ dan m bilangan ganjil berlaku,

$$tvs(P_m \rhd C_5) = \left\lceil \frac{4m+2}{3} \right\rceil$$

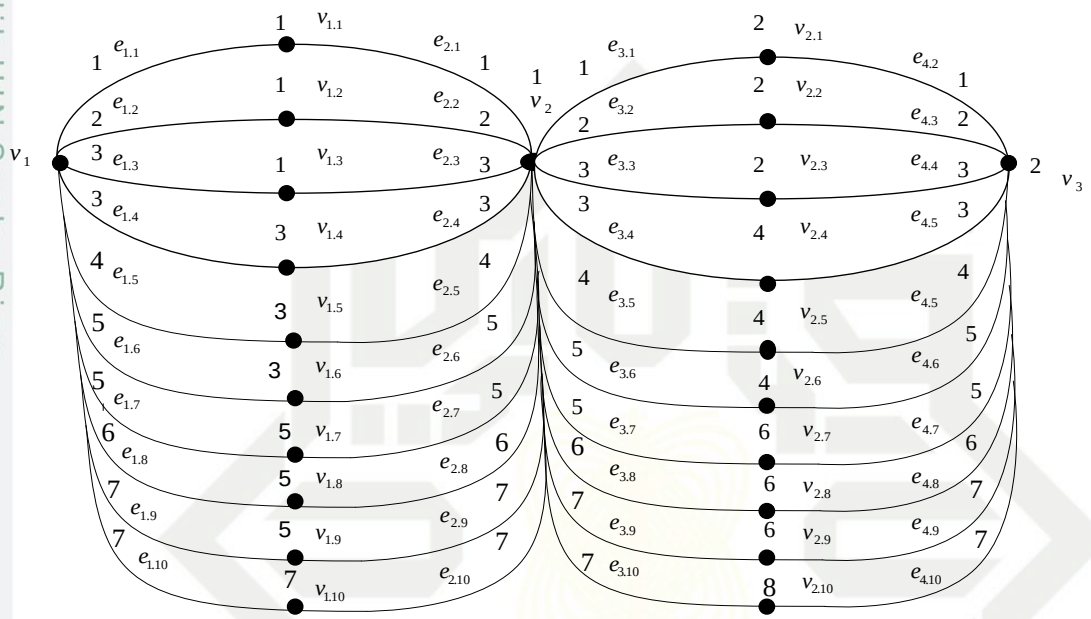
2.3.2 Pelabelan-k Total Tak Teratur Sisi

Definisi 2.8 (Bača, dkk., 2007) Misalkan $G = (V,E)$ sebuah graf. Pelabelan $\ddot{e} : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots k\}$ disebut pelabelan-k total tak teratur sisi jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1v_1$ dan $f = u_2v_2$ yang berbeda di G berlaku $wt(e) \neq wt(f)$, dengan $wt(e) = \ddot{e}(u_1) + \ddot{e}(e) + \ddot{e}(v_1)$ dan $wt(f) = \ddot{e}(u_2) + \ddot{e}(f) + \ddot{e}(v_2)$. Nilai total ketakteraturan sisi (*total edge irregularity strength*) dari graf G,

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

yang dinotasikan dengan $tes(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi.

Berikut akan disajikan contoh pelabelan-k total tak teratur sisi pada graf $sp(10,1,2)$



Gambar 2.11 Pelabelan-8 Total Tak Teratur Sisi pada Graf $sp(10,1,2)$

Selanjutnya, akan dihitung bobot setiap sisi pada graf $sp(10,1,2)$, dengan cara menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengan sisi tersebut. Perhitungan bobot sisi pada graf $sp(10,1,2)$ sebagai berikut:

$wt(e_{1,1}) = ë(v_{1,1}) + ë(e_{1,1}) + ë(v_1) = 1 + 1 + 1 = 3,$

$wt(e_{1,2}) = ë(v_{1,2}) + ë(e_{1,2}) + ë(v_1) = 1 + 2 + 1 = 4,$

$wt(e_{1,3}) = ë(v_{1,3}) + ë(e_{1,3}) + ë(v_1) = 1 + 3 + 1 = 5,$

$wt(e_{1,4}) = ë(v_{1,4}) + ë(e_{1,4}) + ë(v_1) = 3 + 3 + 1 = 7,$

$wt(e_{1,5}) = ë(v_{1,5}) + ë(e_{1,5}) + ë(v_1) = 3 + 4 + 1 = 8,$

$wt(e_{1,6}) = ë(v_{1,6}) + ë(e_{1,6}) + ë(v_1) = 3 + 5 + 1 = 9,$

$wt(e_{1,7}) = ë(v_{1,7}) + ë(e_{1,7}) + ë(v_1) = 5 + 5 + 1 = 11,$

$wt(e_{1,8}) = ë(v_{1,8}) + ë(e_{1,8}) + ë(v_1) = 5 + 6 + 1 = 12,$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak Cipta Milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

$wt(e_{1,9}) = ë(v_{1,9}) + ë(e_{1,9}) + ë(v_1) = 5 + 7 + 1 = 13,$

$wt(e_{1,10}) = ë(v_{1,10}) + ë(e_{1,10}) + ë(v_1) = 7 + 7 + 1 = 15,$

$wt(e_{2,1}) = ë(v_{1,1}) + ë(e_{2,1}) + ë(v_2) = 1 + 1 + 1 = 3,$

$wt(e_{2,2}) = ë(v_{1,2}) + ë(e_{2,2}) + ë(v_2) = 1 + 2 + 1 = 4,$

$wt(e_{2,3}) = ë(v_{1,3}) + ë(e_{2,3}) + ë(v_2) = 1 + 3 + 1 = 5,$

$wt(e_{2,4}) = ë(v_{1,4}) + ë(e_{2,4}) + ë(v_2) = 3 + 3 + 1 = 7,$

$wt(e_{2,5}) = ë(v_{1,5}) + ë(e_{2,5}) + ë(v_2) = 3 + 4 + 1 = 8,$

$wt(e_{2,6}) = ë(v_{1,6}) + ë(e_{2,6}) + ë(v_2) = 3 + 5 + 1 = 9,$

$wt(e_{2,7}) = ë(v_{1,7}) + ë(e_{2,7}) + ë(v_2) = 5 + 5 + 1 = 11,$

$wt(e_{2,8}) = ë(v_{1,8}) + ë(e_{2,8}) + ë(v_2) = 5 + 6 + 1 = 12,$

$wt(e_{2,9}) = ë(v_{1,9}) + ë(e_{2,9}) + ë(v_2) = 5 + 7 + 1 = 13,$

$wt(e_{2,10}) = ë(v_{1,10}) + ë(e_{2,10}) + ë(v_2) = 7 + 7 + 1 = 15,$

$wt(e_{3,1}) = ë(v_{2,1}) + ë(e_{3,1}) + ë(v_2) = 2 + 1 + 1 = 4,$

$wt(e_{3,2}) = ë(v_{2,2}) + ë(e_{3,2}) + ë(v_2) = 2 + 2 + 1 = 5,$

$wt(e_{3,3}) = ë(v_{2,3}) + ë(e_{3,3}) + ë(v_2) = 2 + 3 + 1 = 6,$

$wt(e_{3,4}) = ë(v_{2,4}) + ë(e_{3,4}) + ë(v_2) = 4 + 3 + 1 = 8,$

$wt(e_{3,5}) = ë(v_{2,5}) + ë(e_{3,5}) + ë(v_2) = 4 + 4 + 1 = 9,$

$wt(e_{3,6}) = ë(v_{2,6}) + ë(e_{3,6}) + ë(v_2) = 4 + 5 + 1 = 10,$

$wt(e_{3,7}) = ë(v_{2,7}) + ë(e_{3,7}) + ë(v_2) = 6 + 5 + 1 = 12,$

$wt(e_{3,8}) = ë(v_{2,8}) + ë(e_{3,8}) + ë(v_2) = 6 + 6 + 1 = 13,$

$wt(e_{3,9}) = ë(v_{2,8}) + ë(e_{3,9}) + ë(v_2) = 6 + 7 + 1 = 14,$

$wt(e_{3,10}) = ë(v_{2,10}) + ë(e_{3,10}) + ë(v_2) = 8 + 7 + 1 = 16,$

$wt(e_{4,1}) = ë(v_{2,1}) + ë(e_{4,1}) + ë(v_3) = 2 + 1 + 2 = 5,$

$wt(e_{4,2}) = ë(v_{2,2}) + ë(e_{4,2}) + ë(v_3) = 2 + 2 + 2 = 6,$

$wt(e_{4,3}) = ë(v_{2,3}) + ë(e_{4,3}) + ë(v_3) = 2 + 3 + 2 = 7,$

$wt(e_{4,4}) = ë(v_{2,4}) + ë(e_{4,4}) + ë(v_3) = 4 + 3 + 2 = 9,$

$wt(e_{4,5}) = ë(v_{2,5}) + ë(e_{4,5}) + ë(v_3) = 4 + 4 + 2 = 10,$

UIN SUSKA RIAU
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

$wt(e_{4,6}) = ë(v_{2,6}) + ë(e_{4,6}) + ë(v_3) = 4 + 5 + 2 = 11,$

$wt(e_{4,7}) = ë(v_{2,7}) + ë(e_{4,7}) + ë(v_3) = 6 + 5 + 2 = 13,$

$wt(e_{4,8}) = ë(v_{2,8}) + ë(e_{4,8}) + ë(v_3) = 6 + 6 + 2 = 14,$

$wt(e_{4,9}) = ë(v_{2,9}) + ë(e_{4,9}) + ë(v_3) = 6 + 7 + 2 = 15,$

$wt(e_{4,10}) = ë(v_{2,10}) + ë(e_{4,10}) + ë(v_3) = 8 + 7 + 2 = 17,$

$wt(v_1) = ë((v_1) + ë(e_{1,1}) + ë(e_{1,2}) + ë(e_{1,3}) + \cdots + ë(e_{1,10}) = 1 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 7 = 44,$

$wt(v_2) = ë(v_2) + ë(e_{1,1}) + ë(e_{1,2}) + ë(e_{1,3}) + \cdots + ë(e_{1,10}) + ë(e_{2,1}) + ë(e_{2,2}) + ë(e_{2,3}) + \cdots + ë(e_{2,10}) = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 7 = 87,$

$wt(v_3) = ë(v_3) + ë(e_{1,1}) + ë(e_{1,2}) + ë(e_{1,3}) + \cdots + ë(e_{1,10}) = 2 + 1 + 2 + 3 + 3 + 4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 7 = 45.$

Hasil perhitungan bobot sisi pada graf $sp(10,1,2)$ diperoleh bobot setiap sisi berbeda. Oleh karena itu, ë adalah pelabelan-8 total tak teratur sisi pada graf $sp(10,1,2)$.

Teorema 2.7 (Bača, dkk., 2007) Jika $G(V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik tak kosong V dan himpunan sisi E, maka :

$$\left\lceil \frac{|E|+2}{3} \right\rceil \leq tes\ (G) \leq |E|$$

Teorema 2.8 (J. Ivanco, dkk., 2006) Untuk setiap graf G dengan sisi sebanyak m dan derajat maksimum Δ yang berbeda dengan K_5 maka,

$$tes(G) = max\left\{\left\lceil \frac{m+2}{3} \right\rceil, \left\lceil \frac{\Delta+1}{2} \right\rceil\right\}$$

Teorema 2.13 (Rajasingh. I, dkk., 2015) diberikan $sp(m, r, l)$, $l \geq 2$ adalah graf seri paralel, maka

$$tes(sp(m, r, l) \geq \left\lceil \frac{lm(r+1)+2}{3} \right\rceil$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU