



BAB I PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Matematika memiliki berbagai cabang ilmu, salah satunya yaitu metode numerik. Salah satu permasalahan metode Numerik adalah menyelesaikan bentuk persamaan nonlinear. Bentuk umum dari persamaan nonlinear adalah:

$$f(x) = 0. \tag{1.1}$$

Persamaan (1.1) dapat diselesaikan dengan menggunakan metode iterasi, metode iterasi digunakan untuk memperoleh hasil yang mendekati nilai sebenarnya, atau dikatakan konvergen karena nilai yang dihasilkan akan menuju nilai sebenarnya (Chapra dan Canale, 2007).

Salah satu metode iterasi yang paling klasik yaitu metode Newton, yang didapatkan dari pemotongan deret Taylor orde satu. Metode Newton ini merupakan metode yang paling populer untuk menyelesaikan persamaan nonlinear, dengan bentuk umum iterasinya yaitu:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}. \tag{1.2}$$

Metode Newton memiliki orde konvergensi dua atau *kuadratik* dan melibatkan dua evaluasi fungsi (Traub,1964).

Saat ini, beberapa peneliti mengembangkan Persamaan (1.2) dengan menggunakan pemotongan deret Taylor orde dua yang menghasilkan metode iterasi dengan orde konvergensi tiga Amat, (2008). Metode iterasi tersebut dikenal dengan metode Halley dan Chebyshev yang dapat ditulis:

$$x_{n+1} = x_n - \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2} L_f(x_n)} \right) \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right), \tag{1.3}$$

Selanjutnya,

$$x_{n+1} = x_n - \left(1 - \frac{1}{2} L_f(x_n) \right) \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \tag{1.4}$$

dengan $L_f(x_n) = \frac{f(x_n)f''(x_n)}{f'(x_n)^2}$.

Kemudian Gutierrez dan Hernandez, (1997) memberikan bentuk umum dari Persamaan (1.3) dan (1.4) yang disebut dengan metode Chebyshev-Halley:



$$x_{n+1} = x_n - \left(1 + \frac{1}{2} \frac{L_f(x_n)}{1 - \beta L_f(x_n)} \right) \left(\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \right), \beta \in \mathbb{R}. \tag{1.5}$$

Ketika Persamaan (1.5) $\beta = 0$ akan membentuk metode Chebyshev, $\beta = \frac{1}{2}$ akan membentuk metode Halley, dan untuk $\beta = 1$ akan membentuk metode Super-Halley. Metode Chebyshev-Halley (1.5) yang melibatkan tiga evaluasi fungsi yaitu $f(x_n)$, $f'(x_n)$ dan $f''(x_n)$, dengan orde konvergensi tiga yang lebih baik dari metode Newton.

Menurut Li dkk, (2010), beberapa metode iterasi yang terdapat turunan kedua $f''(x_n)$ yang memungkinkan menjadi permasalahan di beberapa kasus, untuk mengatasi persoalan tersebut, beberapa Peneliti mengembangkan metode iterasi yang bebas turunan kedua dengan tetap mempertahankan jumlah evaluasi fungsi dan memiliki orde minimal tiga. Oleh karena itu, beberapa Peneliti mengembangkan metode Chebyshev-Halley dengan mengganti turunan kedua $f''(x_n)$ dengan menggunakan fungsi.

Chun, (2007) mengganti $f''(x_n)$ dengan menggunakan fungsi persamaan kuadrat $x^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0$, sehingga diperoleh:

$$f''(x_n) = 2 \left(1 + af'^2(x_n) \right) \frac{f(w_n) f'^2(x_n)}{f^2(x_n) + af'^2(x_n) [f(w_n) - f(x_n)]^2}. \tag{1.6}$$

Kemudian, Xiaojian, (2008) mereduksi $f''(x_n)$ dengan menggunakan persamaan hiperbola, dengan bentuk $axy + y + bx + c = 0$, didapatkan aproksimasi $f''(x_n)$ sebagai berikut:

$$f''(x_n) = \frac{2f'^2(x_n) f(w_n)}{f'(x_n) - f(x_n) f(w_n)}. \tag{1.7}$$

Selanjutnya, Chun, (2007) mengganti $f''(x_n)$ dengan persamaan polinomial kubik yaitu: $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, sehingga diperoleh $f''(x_n)$ sebagai berikut:

$$f''(x_n) = \frac{f'(w_n) - f(x_n)}{w_n - x_n} - 3a(w_n - x_n). \tag{1.8}$$

Lalu, Yu dan Xu, (2012) mengaproksimasi $f''(x_n)$ dengan persamaan parabola dengan bentuk $ay^2 + y + bx + c = 0$, sehingga diperoleh

$$f''(x_n) = \frac{2af'(x_n)^2}{2af(x_n) + 1}. \tag{1.9}$$

Hak Cipta Bersama Indonesia. Dilarang memperjualbelikan. UIN Suska Riau. State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



Berdasarkan uraian di atas, pada Tugas Akhir ini Penulis akan mengembangkan Persamaan (1.5) dengan mengganti turunan kedua menggunakan persamaan parabola. Oleh karena itu, pada Tugas Akhir ini Penulis akan memberi judul **“Modifikasi Metode Chebyshev-Halley Menggunakan Persamaan Parabola”**.

1.2. Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada Tugas Akhir ini adalah bagaimana bentuk modifikasi metode Chebyshev-Halley menggunakan persamaan parabola ?

1.3. Batasan Masalah

Batasan masalah pada Tugas Akhir ini yaitu fungsi-fungsi yang digunakan merupakan persamaan nonlinear dengan *variable* tunggal dan bernilai *real* dan menggunakan persamaan parabola $y^2 + ay + axy + bx + c = 0$.

1.4. Tujuan Penulisan

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan modifikasi metode Chebyshev-Halley menggunakan persamaan parabola.
2. Menentukan orde konvergensi dari modifikasi dari metode Chebyshev-Halley dengan menggunakan persamaan parabola.
3. Menentukan jumlah iterasi *Computational Order of Convergence* (COC).
4. Mendapatkan nilai-nilai fungsi $|f(x_n)|$, galat relatif dan galat mutlak.

1.5. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan penulis dan pembaca dalam hal mengembangkan atau memodifikasi bentuk dari metode iterasi.
2. Hasil penelitian dapat digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan nonlinear.
3. Menambah bentuk pengembangan metode iterasi dalam menyelesaikan akar-akar persamaan nonlinear.
4. Hasil penelitian dapat dijadikan bahan dasar untuk mengembangkan metode lainnya.

HaOipe Diunggah Undangndag
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.



1.6. Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini mencakup lima bab, yaitu:

- BAB I**
- BAB II**
- BAB III**
- BAB IV**
- BAB V**

Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan manfaat penelitian.

Landasan Teori

Bab ini berisi tentang teori-teori dasar dari buku maupun jurnal ilmiah yang digunakan dalam proses penelitian mengembangkan metode iterasi.

Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang metodologi penelitian atau langkah-langkah penelitian yang akan digunakan dalam Tugas Akhir ini.

Hasil dan Pembahasan

Bab ini berisi tentang penjabaran penelitian yang dilakukan untuk mengembangkan metode iterasi.

Kesimpulan dan Saran

Bab ini tentang kesimpulan dari semua pembahasan dan saran penulis.

- 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
- 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.