

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terkait

Penelitian tugas akhir ini dilakukan studi literatur untuk mencari dasar-dasar teori dan referensi yang berkaitan dengan *turret gun* dan pengendali LQR PID.

Peneliti tentang sistem *turret gun* yang terdiri dari 3 komponen yaitu sistem visi, sistem kontrol dan sistem mekanik. Potensiometer sebagai umpan balik untuk menghitung sudut yang akan dikirim ke Arduino Mega 2560 untuk mengontrol dan memproses data lalu akan dikirim sebagai penggerak motor *pitch* dan *yaw*, titik koordinat target akan ditangkap oleh kamera sedangkan kesalahan akurasi antara posisi target dengan *turret gun* dikendalikan oleh pengendali PID. Untuk mencapai *set point* didapatkan masing-masing parameter $K_p = 0.2$, $K_i = 0.01$, $K_d = 0.005$ untuk koordinat posisi horizontal dan vertikal. Nilai parameter tersebut digunakan untuk semua sudut pengujian dengan metode *trial and error* [4]. Pada penelitian ini yang dirujuk adalah prinsip kerja dari *turret gun*.

Penelitian tentang merancang sistem kontrol PID untuk pengendali sumbu *azimuth* pada *turret gun* kaliber 20 milimeter. Penelitian ini membahas tentang dimensi *turret gun* disesuaikan dengan kebutuhan pengguna, semakin besar dimensi dan berat *turret gun* maka semakin besar kaliber peluru oleh karena kondisi inilah *turret gun* sulit dikendalikan. Untuk mengatasi hal ini digunakan pengendali PID yang sesuai. Setelah melakukan tahapan menentukan model matematis dari sistem dilanjutkan dengan merancang pengontrol PID dengan metode tuning maka didapatkan nilai *gain* proporsional dan derivatif untuk mendapatkan respon yang memenuhi kriteria perancangan sebesar 925.47 dan 173.83 [5]. Pada penelitian ini yang dirujuk adalah kelemahan dari sistem *turret gun* sehingga perlu untuk dikendalikan.

Penelitian tentang rancangan sistem kontrol PID untuk pengendali sumbu elevasi *gun* pada *turret gun* kaliber 20 milimeter. Penelitian ini membahas mekanisme dan parameter-parameter pada *turret gun*, untuk dilakukan perancangan transmisi dan sistem kontrol untuk dievaluasi grafik responnya, yang akan dijadikan sebagai acuan untuk merancang pengendali PID. Untuk mendapatkan grafik respon yang sesuai dengan kriteria yang diharapkan nilai konstanta PID yang direkomendasikan adalah $K_p = 23061.024$, $K_i = 37820.07$ dan $K_d = 3515.4$, menghasilkan *overshoot* 19.9%, *error steady state* 0% dan *settling time* 0.935 dengan menggunakan metode *Root Locus* dan metode *Routh Hurwitz*

[2]. Penelitian ini yang dirujuk adalah mekanisme dan parameter-parameter pada sistem *turret gun*

Penelitian pengendalian posisi sistem *magnetic levitation ball* menggunakan pengendali optimal metode *Linier Quadratic Regulator* (LQR). Penelitian ini membahas tentang pelayangan pada sistem *magnetic levitation ball* dalam mempertahankan posisi pada jarak tertentu dan tetap stabil terhadap gangguan. Untuk mendapatkan performansi yang optimal digunakanlah pengendali LQR untuk sistem *magnetic levitation ball* dengan *settling time* sebesar 0.0698 detik dan *overshoot* sebesar 2.1025% dan IAE sebesar 0.0002449 [10]. Penelitian ini yang dirujuk adalah pengendali LQR mampu mempertahankan posisi dan tetap stabil terhadap gangguan pada sistem *magnetic levitation ball* dan meminimumkan *overshoot*.

Penelitian untuk pengendalian kecepatan motor induksi 3 fasa dengan pengendali LQR. Penelitian ini membahas tentang pengendalian kecepatan motor induksi 3 fasa pada saat diberi beban yang bervariasi menggunakan pengendali LQR. Nilai Q pada $x=100$ dan $y=50$ serta nilai $R=0.06$. Hasil penelitian menunjukkan *overshoot* 0.0028% pada setiap beban [9]. Penelitian ini yang dirujuk adalah pengendali LQR mampu meminimumkan *overshoot*. Penelitian terkait pengendali untuk *turret gun* dengan mengkombinasikan LQR dengan metode *Frequency Shaped* (FSLQR) masalah kestabilan sistem dapat diatasi dengan baik [23].

Penelitian tentang pengendalian kecepatan motor induksi 3 fasa dengan pengendali LQR-PID. Penelitian ini membahas pengendalian kecepatan motor induksi 3 fasa pada saat diberikan beban menggunakan pengendali LQR-PID. Hasil penelitian menunjukkan sistem mampu mencapai *set point* dengan *overshoot* 0% dan *rise time* yang cepat [11]. Penelitian ini yang dirujuk adalah pengendali LQR-PID mampu mencapai *set point* dengan minimum *overshoot* dan *error*. Penelitian terkait pengendalian posisi pada *inverted pendulum* menggunakan pengendali LQR-PID juga mampu mencapai *set point* dengan minimum *overshoot* [12].

2.2 Dasar Teori

Sub bab dasar teori ini akan membahas tentang sistem dari *turret gun* dan model matematis sistem *turret gun*.

2.2.1 *Turret Gun*

Turret gun adalah senjata yang dapat di tembakkan ke segala arah dengan mekanisme kerjanya adalah mengikuti putaran dalam orientasi sumbu *azimuth* dan elevasi. Sumbu *azimuth* dan elevasi pada *turret gun* dioperasikan secara bergantian. Pada saat sumbu *azimuth* dioperasikan maka sumbu elevasi ditetapkan dalam posisi diam, begitu juga sebaliknya. Karena sumbu *azimuth* dan elevasi tidak dapat dioperasikan secara bersamaan. *Turret gun* dapat dipasang di area bangunan atau pada alat transportasi tempur. *Turret gun* di implementasikan dengan satu atau lebih meriam otomatis, senapan mesin, peluru rudal dan senjata kaliber besar. Faktor penting yang harus dikendalikan pada sistem *turret gun* adalah ketepatan dan kecepatan untuk membidik posisi target. Faktor dinamika sistem pada *turret gun* menyebabkan permasalahan dalam menentukan metode kontrol yang sesuai untuk *turret gun* karena sistem kontrol sangat mempengaruhi desain kendali untuk *turret gun* [3].

Kinematika *turret gun* adalah pergerakan posisi sistem mekanik berbasis transformasi koordinat dengan mengabaikan perhitungan massa pada sistem mekanik tersebut. Dinamika *turret gun* adalah pergerakan posisi sistem mekanik dengan basis transformasi koordinat yang dipengaruhi oleh perhitungan massa sistem mekanik tersebut. Perubahan massa berbanding lurus dengan perubahan torsi, semakin besar massa maka torsi juga semakin besar, begitu juga sebaliknya. Besaran torsi akan berbanding lurus dengan inersia yang dihasilkan. Dalam pengendalian posisi *turret gun* untuk mencapai posisi dan tujuan sesuai target hal yang penting dipertimbangkan adalah besaran inersia yang dihasilkan oleh pergerakan *turret gun* [14].

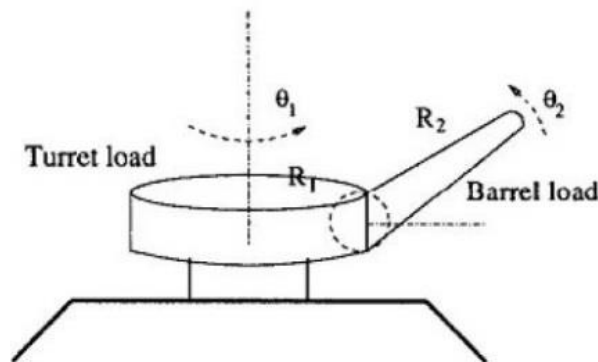
Pada awal perkembangannya *turret gun* sulit untuk dikendalikan, ukuran dan massa yang berat sulit untuk digerakkan dengan kecepatan yang tinggi sehingga senjata yang di arah ke target sulit untuk mencapai sasaran yang dituju. Metode pengendalian yang pernah di aplikasikan pada *turret gun* adalah solusi iterasi berbasis metode *trapezoidal* dan Newton dalam mengkompensasi *backlash* (Ling,1990). *Backlash* adalah gangguan pada *turret gun* yang menyebabkan penurunan perfomansi dari sistem. Pada masa selanjutnya dikembangkan pengendali robot otomatis yang memiliki karakteristik mirip dengan kendali pada *turret gun* [14].

Metode pengendalian pada robot terdiri dari beberapa pengendalian yaitu posisi, kecepatan dan percepatan. Kendali posisi pada robot pertama kali menggunakan metode *Resolve Motion Rate Control* (RMRC)(Fu dkk, 1987), dengan menambahkan faktor kecepatan metode RMRC di kembangkan menjadi metode *Resolve Motion Acceleration*

control (RMAC) (Luh, 1980). Kendali pada robot manipulator adalah *Active Force Control* (AFC) nilai inersia sangat diperhitungkan untuk keakuratan pengendalian (Johnson, 1971). AFC pada robot manipulator dikembangkan dalam berbagai macam metode estimasi menggunakan logika *fuzzy*, *Neural Network* (NN) (Mailah dkk, 1987), dan *Crude Approximation* (CA) (Kwek dkk, 2002) [14].

2.2.2 Pemodelan *Turret Gun*

Menurut tujuan dan kondisi operasi, sebuah pemodelan sangat penting untuk menemukan keseimbangan antara kesederhanaan dan kerumitan model, namun harus mempertimbangkan relevansi sub proses dalam sistem. Dalam pemodelan sistem dinamis biasanya banyak perhitungan yang harus dilakukan sebelum model tersebut diperoleh, oleh karena itu diperlukan pendekatan lain yang dipertimbangkan dan beberapa bagian harus diasumsikan.



Gambar 2.1 Sistem *Turret* dan *Gun*. [15]

Gambar 2.1 mengilustrasikan sistem *Turret* dan *Gun*. *Turret* adalah komponen yang memiliki pergerakan sumbu *azimuth* memutar sebesar 360° , sedangkan *Gun* adalah komponen yang memiliki pergerakan sumbu elevasi memutar sebesar 70° . Kedua komponen tersebut memiliki parameter yang sama, yaitu radius, massa dan posisi angular. Berdasarkan gambar 2.1 dilihat bahwa sistem memiliki 2 beban yaitu beban *turret* dan beban laras pada *gun*, dengan setiap beban didorong oleh roda gigi yang mempunyai *backlash*. Dengan m_1 sebagai massa beban, R_1 sebagai jari-jari, dan θ_1 merupakan posisi sudut pada *turret*. Kemudian m_2 sebagai massa beban, R_2 sebagai jari-jari, dan θ_2 adalah posisi sudut pada *gun*[15].

Model dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan Euler-Lagrange [16]. Dimana L adalah energi kinetik total dikurangi energi potensial total pada sistem, maka L

= $EK_{total} - EP_{total}$. Dengan *turret* dianggap rigid dan pejal berupa silinder yang diputar pada pusat lingkaran (memutar), *gun* dianggap rigid dan pejal berupa silinder yang diputar di ujung silinder sebagai poros putar seperti pada gambar 2.1. Karena sistem bergerak rotasional dengan dua pergerakan sehingga energi kinetik totalnya adalah energi kinetik saat memutar dan gerak *gun* keatas dan kebawah. Sedangkan energi potensialnya hanya terdapat pada gerakan *gun*. Energi kinetik sistem sebagai berikut :

$$EK_{total} = EK_{turret} + EK_{gun} \quad (2.1)$$

$$= \frac{1}{2}I(\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}I(\dot{\theta}_2)^2 \quad (2.2)$$

$$EK_{total} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1R_1^2 + m_2R_1^2 + m_2R_1R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3}m_2R_2^2 \cos^2(\theta_2)\right)(\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m_2R_2^2\right)(\dot{\theta}_2)^2 \quad (2.3)$$

$$EP_{total} = \frac{1}{2}m_2gR_2 \cos(\theta_2) \quad (2.4)$$

Dari Persaman (2.3) dan (2.4) diperoleh :

$$L = EK_{total} - EP_{total} \quad (2.5)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1R_1^2 + m_2R_1^2 + m_2R_1R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3}m_2R_2^2 \cos^2(\theta_2)\right)(\dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m_2R_2^2\right)(\dot{\theta}_2)^2 - \frac{1}{2}m_2gR_2 \cos(\theta_2) \quad (2.6)$$

Persamaan gerak dinamik sistem *turret-gun* bisa diperoleh dengan substitusi persamaan (2.6) ke persamaan Euler-Langrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \left(\frac{1}{2}m_1R_1^2 + m_2R_1^2 + m_2R_1R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3}m_2R_2^2 \cos^2(\theta_2)\right)(\dot{\theta}_1) \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \left(\frac{1}{2}m_1R_1^2 + m_2R_1^2 + m_2R_1R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3}m_2R_2^2 \cos^2(\theta_2)\right)(\ddot{\theta}_1) + \left(-m_2R_1R_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 - \frac{1}{3}m_2R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_2\right) \dot{\theta}_1 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \left(\frac{1}{3}m_2R_2^2\right) \dot{\theta}_2 \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \left(\frac{1}{3}m_2R_2^2\right) \ddot{\theta}_2 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \frac{1}{2} \left(-m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) - \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1 + \frac{1}{2} m_2 g R_2 \cos(\theta_2) \right) \quad (2.13)$$

Diperoleh :

$$\tau_1 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right) (\ddot{\theta}_1) \\ & + \left(-m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 - \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_2 \right) \dot{\theta}_1 - 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\tau_2 = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & \left(\frac{1}{3} m_2 R_2^2 \right) \ddot{\theta}_2 - \frac{1}{2} \left(-m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) - \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1 \right) + \\ & \frac{1}{2} m_2 g R_2 \cos(\theta_2) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Maka dengan metode Lagrangian [16] persamaan gerak dinamikanya adalah sebagai berikut [15]:

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) = \tau \quad (2.18)$$

Dengan:

τ = Torsi sistem

$D(\theta)$ = Matriks Inersia

$C(\theta, \dot{\theta})$ = Vektor gaya koriolis dan sentrifugal

$G(\theta)$ = Gaya gravitasi

Sehingga Persamaan (2.15) dan (2.17) menjadi :

$$\begin{bmatrix} D_{11} & 0 \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Keterangan :

$$G_{21} = \frac{1}{2} m_2 g R_2 \cos(\theta_2) \quad (2.20)$$

$$D_{11} = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos \theta_2 + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \quad (2.21)$$

$$D_{22} = \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \quad (2.22)$$

$$C_{11} = -m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \quad (2.23)$$

$$C_{12} = \left(-\frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1 \right) \quad (2.24)$$

$$C_{21} = \left(\frac{1}{2} m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) + \frac{1}{6} m_2 R_2^2 \sin(\theta_2) \right) \dot{\theta}_1^2 \quad (2.25)$$

Dengan:

θ_1 = Sudut *Azimuth*

θ_2 = Sudut *Elevasi*

m_1 = Massa *Turret*

m_2 = Massa *Gun*

R_1 = Jari-jari *Turret*

R_2 = Jari-jari *Gun*

G = Gaya gravitasi yang dialami sistem

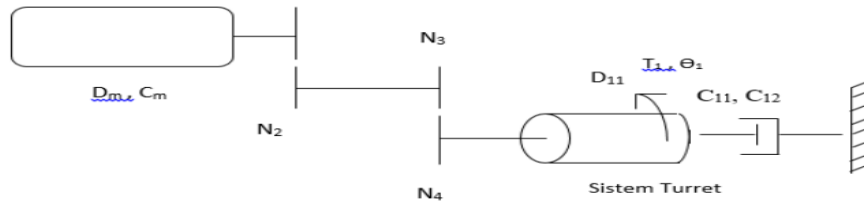
Sistem dinamik tersebut merupakan jumlah dari torsi yang terdapat pada sistem *turret-gun*. Persamaan tersebut kemudian menjadi:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{\tau_1 - C_{11}\dot{\theta}_1 - C_{12}\dot{\theta}_2}{D_{11}} \quad (2.26)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{\tau_2 - C_{21} - G}{D_{22}} \quad (2.27)$$

Persamaan (2.26) dan (2.27) menunjukkan bahwa perubahan kecepatan pada *turret* berbanding lurus dengan torsi yang dialami pada *turret* dikurangi dengan efek gaya koriolis, dan sentripetal pada *turret* yang telah dibagi inersia *turret*. Hal yang sama juga berlaku pada komponen *gun*, namun komponen *gun* juga dipengaruhi oleh gaya gravitasi, sehingga perubahan kecepatan pada *gun* berbanding lurus dengan torsi yang dialami pada *gun* dikurangi dengan efek gaya koriolis dan sentrifugal, serta gaya gravitasi yang terdapat pada *gun* dan dibagi dengan properti inersia dari komponen *gun*.

2.2.3 Motor DC untuk kendali sumbu *Azimuth* pada *Turret-Gun* [17]



Gambar 2.2 *Free body* Diagram Sistem *Azimuth* [17]

Pada pemodelan sistem kendali sumbu *azimuth turret-gun* dengan menggunakan *servo* motor DC sebagai penggerak utamanya, pertama harus diketahui terlebih dahulu hubungan antara torsi yang keluar dari motor dengan torsi yang masuk ke dalam sistem. Torsi yang akan masuk ke dalam sistem merupakan torsi keluaran motor yang telah dipengaruhi oleh transmisi roda gigi:

$$T_{motor} \times N = T_{sistem} \quad (2.28)$$

N merupakan rasio roda gigi keseluruhan pada transmisi penggerak yang dianggap sebagai model transmisi *lossless gear*, sehingga hanya memperhatikan faktor rasio roda gigi. Besar torsi yang dibutuhkan sistem adalah sebagai berikut :

$$T_{sistem} = D_{11}\ddot{\theta}_1 + C_{11}\dot{\theta}_1 + C_{12}\dot{\theta}_2 \quad (2.29)$$

Dengan :

- D_{11} = Inersia sistem turret
- C_{11} = Konstanta damping sistem turret
- C_{12} = Efek koriolis gun terhadap turret
- T_{sistem} = Torsi sistem *azimuth*
- $\dot{\theta}_1$ = Perubahan kecepatan sistem *azimuth*
- $\dot{\theta}_2$ = Perubahan kecepatan sistem elevasi
- $\ddot{\theta}_1$ = Perubahan percepatan sistem *azimuth*

Selanjutnya adalah mendefinisikan pengaruh dari tegangan yang masuk ke dalam motor dengan torsi yang ditimbulkan akibat tegangan tersebut. Hubungan antara *armature current*, $I_a(t)$, *armature voltage*, $E_a(t)$, dan *back electromotive force*, $V_b(t)$ dituliskan pada persamaan motor DC sebagai berikut :

$$R_a I_a(t) + V_b(t) = E_a(t) \quad (2.30)$$

Dimana *back electromotive force* dirumuskan sebagai :

$$V_b(t) = K_b \dot{\theta}_1(t) \quad (2.31)$$

Torsi yang dihasilkan oleh motor adalah sebanding dengan arusnya, sesuai dengan persamaan :

$$T_m(t) = K_t I_a(t) \quad (2.32)$$

$$I_a(t) = \frac{1}{K_t} T_m(t) \quad (2.33)$$

K_t adalah konstanta torsi dari motor DC (*motor torque constant*). Untuk mendapatkan *transfer function* dari motor, maka persamaan (2.33) dan (2.31) disubstitusikan ke dalam persamaan (2.30) menghasilkan :

$$R_a \left(\frac{1}{K_t} T_m(t) \right) + K_b \dot{\theta}_1(t) = E_a(t) \quad (2.34)$$

Ruas kiri dan kanan pada persamaan (2.34) dipindahkan, selanjutnya diperoleh hubungan antara torsi keluaran motor $T_m(t)$ dengan tegangan masukan $E_a(t)$, yaitu :

$$T_m(t) = \frac{K_t(E_a(t) - K_b \dot{\theta}_1(t))}{R_a} \quad (2.35)$$

Setelah masing-masing persamaan torsi telah diketahui, persamaan (2.28) dan (2.34) dimasukkan ke dalam persamaan (2.27) untuk mendapatkan hubungan antara tegangan yang masuk ke motor dengan torsi yang masuk ke dalam sistem :

$$T_{motor} \times N = T_{sistem}$$

$$\frac{K_t(E_a(t) - K_b \dot{\theta}_1(t))}{R_a} \times N = D_{11} \ddot{\theta}_1 + C_{11} \dot{\theta}_1 + C_{12} \dot{\theta}_2 \quad (2.36)$$

$$E_a = \frac{R_a(D_{11} \ddot{\theta}_1 + C_{11} \dot{\theta}_1 + C_{12} \dot{\theta}_2) + NK_t K_b \dot{\theta}_1}{NK_t} \quad (2.37)$$

Dengan :

$$D_{11} = \frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2)$$

$$C_{11} = (-m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2)$$

$$C_{12} = -\frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_1$$

2.2.4 Model Matematika *Turret-Gun*

Persamaan (2.37) merupakan persamaan sistem dengan kondisi *nonlinear*. Agar sistem tersebut dapat dilinearisasi, persamaan (2.37) harus diubah ke dalam bentuk $\ddot{\theta}_1$ terlebih dahulu. Parameter D_{11} , C_{11} dan C_{12} dimasukkan ke dalam persamaan (2.37) serta ruas kiri dan kanan dipindahkan, diperoleh bentuk $\ddot{\theta}_1$ sebagai berikut :

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{K_t E_a N - (NK_t K_b + R_a C_{11}) \dot{\theta}_1 - R_a C_{12} \dot{\theta}_2}{R_a D_{11}}$$

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{K_t E_a N - \left[(R_a m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2)) + R_a \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_2 - N K_t K_b \right] \dot{\theta}_1}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \quad (2.38)$$

Persamaan (2.19) merupakan persamaan bentuk *nonlinear*. Persamaan ini harus dilinearisasi terlebih dahulu sebelum dilakukan uji keterkontrolan dan keteramatan. Metode linearisasi yang digunakan adalah metode *Jacobian*.

Misal:

$$x_1 = \theta_1$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_1$$

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (2.39)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{K_t E_a N - \left[(R_a m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2)) + R_a \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_2 - N K_t K_b \right] x_2}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \quad (2.40)$$

Persamaan (2.19) dan (2.21) merupakan persamaan diferensial *nonlinear* yang akan diubah menjadi persamaan linear dengan menggunakan metode *Jacobian* pada sekitar titik kesetimbangannya. Titik setimbang merupakan pendekatan pada saat kondisi sistem sudah tidak berubah lagi, yang dirumuskan sebagai :

$$f_1(x_1, x_2) = x_2 = 0 \quad (2.41)$$

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{K_t E_a N - \left[(R_a m_2 R_1 R_2 \sin(\theta_2)) + R_a \frac{1}{3} m_2 R_2 R_2^2 \sin(2\theta_2) \dot{\theta}_2 - N K_t K_b \right] \dot{\theta}_1}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \quad (2.42)$$

Dilihat dari sistem *turret*, x_1 dan x_2 masing-masing menunjukkan posisi dan kecepatan *turret*. Dimanapun posisi *turret*, *turret* akan setimbang karena $x_2 = 0$ atau pada saat *turret* tidak bergerak.

$$J(\bar{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Persamaan (2.43) merupakan persamaan untuk matriks *Jacobian*, dimana \bar{x} adalah titik kesetimbangan dari sistem. Linearisasi di sekitar titik kesetimbangan menjadi sebagai berikut :

$$J(\bar{x}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{N K_t K_b}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Persamaan (2.44) merupakan matriks A untuk model *state space* $\dot{x} = Ax + Bu$ dan $y = Cx + Du$. Cara yang sama digunakan untuk menentukan matriks B, C dan D sehingga diperoleh matriks berikut :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{NK_t K_b}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_t E_a N}{R_a \left(\frac{1}{2} m_1 R_1^2 + m_2 R_1^2 + m_2 R_1 R_2 \cos(\theta_2) + \frac{1}{3} m_2 R_2^2 \cos^2(\theta_2) \right)} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

$$C = (1 \quad 0) \quad (2.47)$$

$$D = (0) \quad (2.48)$$

Tabel 2.1 Nilai-nilai Parameter dari *Turret Gun* [17]

Parameter	Simbol	Nilai
Massa <i>turret</i>	m_1	1500 kg
Massa <i>gun</i>	m_2	110 kg
Radius <i>turret</i>	R_1	0.5 m
Panjang <i>gun</i>	R_2	2.76 m
Radio transmisi	N	1/200
<i>Voltage constant motor</i>	K_b	7.5 V/Krpm
<i>Torque constant motor</i>	K_t	0.072 Nm/A
<i>Armature resistance</i>	R_a	0.45 ohm

Diasumsikan posisi *gun* diam ($\dot{\theta}_2 = 0^\circ$) pada posisi $\theta_2 = 0^\circ$. Setelah mensubstitusikan nilai-nilai parameter dari *turret gun* dari tabel 2.1 menjadi :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & \frac{-0.027}{0.45(0.01511)} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.3971 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{0.0036 E_a}{0.45(0.0529)} \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{0.0036}{0.45(0.0529)} \end{pmatrix} E_a \quad (2.52)$$

$$C = (1 \quad 0) \quad (2.53)$$

$$D = (0) \quad (2.54)$$

Sehingga menghasilkan *state-space* sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.39707 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.05294 \end{bmatrix} E_a(t) \quad (2.55)$$

$$[y] = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Open loop transfer function $G(s)$ didefinisikan : $G(s) = C(SI - A)^{-1}B$, maka

$$G(s) = [1 \quad 0] \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.39707 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.05294 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

$$G(s) = \frac{0.05294}{s^2 - 0.3971s} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.58)$$

Close loop dari *transfer function* tanpa menggunakan pengendali menjadi:

$$TF = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{N(s)}{D(s)}}{1+\frac{N(s)}{D(s)}} = \frac{N(s)}{N(s)+D(s)} \quad (2.59)$$

Kemudian *transfer function* untuk *Turret-gun* adalah sebagai berikut :

$$TF = \frac{0.05294}{s^2 + 0.3971s} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.60)$$

2.3 Linear Quadratic Regulator (LQR)

Pembahasan pokok yang dibahas dalam kendali optimal adalah penentuan sinyal kendali yang akan di proses untuk memenuhi batasan fisik sesuai dengan kriteria performansi yang diinginkan. *Linear Quadratic Regulator* (LQR) adalah metode kendali optimal dengan kriteria kuadratik untuk menyelesaikan permasalahan regulator. Oleh karena model dan bentuk kendalinya berupa sistem linear maka disebut linear, sedangkan karena memiliki *Cost Function* disebut kuadratik dan karena referensi sistem bukan fungsi waktu maka disebut regulator [18]. Dari hasil linierisasi didapatkan suatu *plant* linear dalam bentuk:

$$\dot{x} = A_x + B_u \quad (2.61)$$

$$y = Cx + Du$$

Keterangan:

A : matriks sistem

B : matriks *input*

C : matriks *output*

y : *State output*

x : *State* sistem

u : *State input*

Dalam perancangan pengendali optimal LQR, yang pertama adalah menentukan matriks Q dan R yang berfungsi sebagai penentuan indeks performansi sistem, nilai matriks Q dan R ditentukan berdasarkan kriteria yang diinginkan dengan menggunakan indeks performansi [7].

$$J(t_0) = \frac{1}{2} S(T)x^2(T) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T (Qx^2 + Ru^2) \quad (2.62)$$

Dengan syarat sebagai berikut:

$$S(T) \geq 0, \quad Q \geq 0, \quad R > 0$$

Keterangan:

- t_0 = waktu awal
- T = waktu akhir
- x = matriks *State* akhir
- Q = matriks semi definit positif
- R = matriks definit positif
- S = matriks semi definit positif

Sehingga diperoleh persamaan Hamilton berikut:

$$H(x, u, \lambda, t) = L(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t)$$

$$H(x, u, \lambda, t) = \frac{1}{2} (x^T Qx + u^T Ru) + \lambda^T (Ax + Bu) \quad (2.63)$$

Dari fungsi Hamilton tersebut dapat diperoleh syarat perlu dan syarat batas sebagai berikut:

1. Syarat perlu

a. Persamaan *State*

$$\dot{x} = \left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial \lambda} \right)^T u = Ax + Bu \quad (2.64)$$

b. Persamaan *Costate*

$$\begin{aligned} -\dot{\lambda} &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial x} \right)^T x + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^T Ru + \left(\frac{\partial Ru}{\partial x} \right)^T u \right] + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial x} \right)^T \lambda \\ -\dot{\lambda} &= Qx + A^T \lambda \end{aligned} \quad (2.65)$$

c. Kondisi stasioner

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial u} &= 0 \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial x} \right)^T Qx + \left(\frac{\partial Qx}{\partial x} \right)^T x + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^T Ru + \left(\frac{\partial Ru}{\partial x} \right)^T u \right] + \left(\frac{\partial x}{\partial u} \right)^T (Ax + Bu) + \left(\frac{\partial (Ax + Bu)}{\partial u} \right)^T \lambda &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Ru + B^T \lambda &= 0 \\
u &= -R^{-1} B^T \lambda \\
(2.66)
\end{aligned}$$

2. Syarat batas

a. Batas awal

$$t = 0 \quad x(0) = 0$$

b. Batas akhir

$$(\phi_x + \psi_x^T v - \lambda)^T dx|_T + (\phi_t + \psi_t^T v - H) dt|_{t=T} = 0 \quad (2.67)$$

Karena $\psi = 0$ dan

$$\phi(T) = \frac{1}{2} x^T(T) S(T) x(T)$$

$$\phi_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = S(T) x(T)$$

sehingga diperoleh persamaan

$$\begin{aligned}
(S(T)x(T) + v \cdot 0 - \lambda)^T dt|_{t=T} &= 0 \\
S(t)x(t) &= \lambda(t)
\end{aligned} \quad (2.68)$$

Dari persamaan *Costate* dan (2.68), keduanya mengandung variabel λ . Ketika keduanya disubstitusikan maka akan menghasilkan persamaan:

$$\begin{aligned}
S(t)x(t) &= \lambda(t) \\
\dot{\lambda}(t) &= \dot{S}(t)x(t) + S(t)\dot{x}(t) \\
\dot{\lambda}(t) &= -Qx - A^T \lambda \\
\dot{S}(t)x(t) + S(t)\dot{x}(t) &= -Qx - A^T \lambda \\
\dot{S}(t)x(t) + S(t)\{Ax + Bu\} &= -Qx - A^T \lambda \\
\dot{S}(t)x(t) + S(t)\{Ax + B(-R^{-1}B^T \lambda)\} &= -Qx - A^T \lambda \\
-\dot{S}x &= (A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q)x \\
-\dot{S} &= A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q
\end{aligned} \quad (2.69)$$

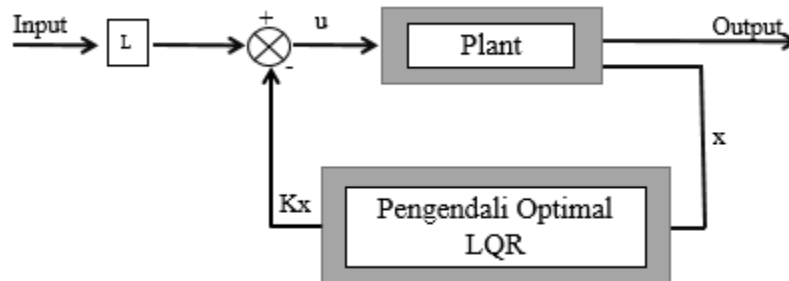
Persamaan (2.69) disebut persamaan differensial Riccati. Untuk $\dot{S} = 0$ persamaannya disebut *Algebraic Riccati Equation* (ARE) [10]. Dengan di dapatkannya matriks S dari persamaan ARE ini sehingga persamaan sinyal kendali pun dapat di hitung:

$$u = -R^{-1} B^T \lambda = -R^{-1} B^T Sx = -Kx \quad (2.70)$$

Maka konstanta umpan balik keadaan K dapat dicari sebelum menghasilkan sinyal kendali pada persamaan (2.71) [7].

$$K = R^{-1} B^T S \quad (2.71)$$

Dimana nilai S adalah unik, solusi semi definit positif untuk persamaan ARE harus memenuhi syarat persamaan (2.64). Selanjutnya dalam perancangan teknik kendali optimal LQR, setelah nilai S diketahui maka nilai S tersebut disubstitusikan kedalam persamaan (2.66). Sehingga didapatkan nilai matriks optimal K , dengan K adalah *Gain State Feedback*, sehingga sistem kendali optimal LQR hasil desain dapat di perlihatkan pada gambar 2.3 berikut:



Gambar 2.3 Sistem Kendali dengan Skema Kendali Optimal LQR [7]

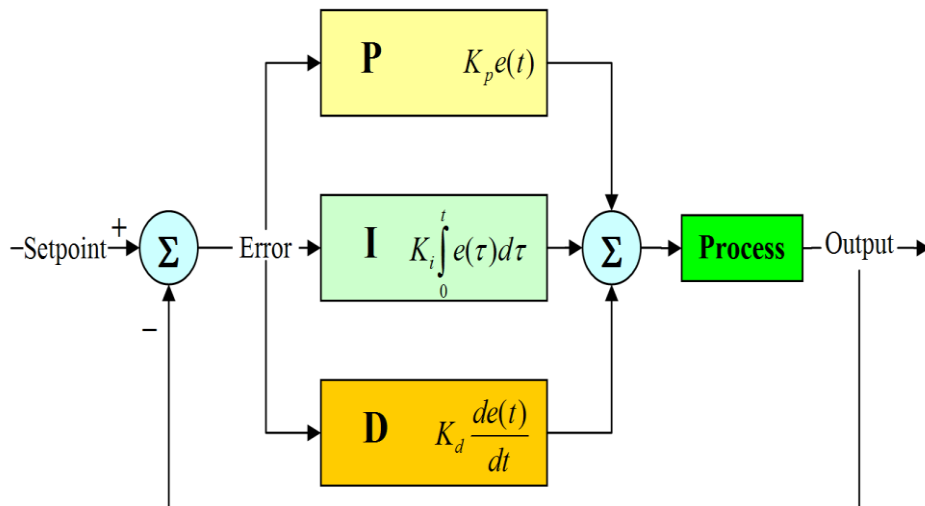
Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa tahap-tahap untuk merancang pengendali LQR adalah sebagai berikut :

1. Apabila persamaan matematis masih dalam bentuk transfer fungsi, ubah bentuk transfer fungsi *plant* nonlinier menjadi bentuk *state space* dan dapatkan matriks A , B , C dan D dari persamaan tersebut.
2. Tentukan matriks pembobot Q dan R .
3. Selesaikan persamaan aljabar riccati sampai menghasilkan matriks S yang definit positif.
4. Hitung optimal *gain feedback* K .

2.4 Proporsional Integral Derivatif(PID)

Pengendali merupakan otak dalam sebuah operasi sistem. Pengendali PID adalah pengendali yang paling banyak digunakan dalam proses industri. Pengendali PID adalah kombinasi dari pengendali proporsional (P), integrator (I) dan derivatif (D), setiap pengendali tersebut memiliki kemampuan untuk mengendalikan proses pengendalian dalam sistem. Pengendali PID memiliki algoritma yang sederhana, umum digunakan dan

memiliki banyak bentuk persamaan. Pengendali PID yang digunakan tergantung terhadap kebutuhan, seperti hanya menggunakan pengendali P saja, PI, PD atau menggunakan PID. Algoritma PID dapat didekati dari segala macam arah, karena PID dapat beroperasi dengan beberapa aturan praktis dan dapat juga didekati dengan kajian analitis [13]. Blok diagram pengendali PID adalah sebagai berikut:



Gambar 2.4 Diagram Blok PID [13]

Dari blok diagram diatas dapat dijabarkan bahwa pengendali PID adalah jumlah dari keluaran proporsional, keluaran integral, keluaran derivatif, sedangkan *error* adalah hasil pengurangan dari hasil penjumlah ketiga pengendali dengan *input* sistem.

Adapun bentuk umum dari aksi kendali PID sebagai berikut:

$$u(t) = K_p + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (2.72)$$

Persamaan 2.53 diubah kedalam bentuk Laplace menjadi

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \quad (2.54)$$

Keterangan :

- K_p = Proporsional *Gain*
- K_i = Integral *Gain*
- K_d = Derivatif *Gain*

2.5 Metode Heuristik

Metode heuristik adalah suatu aturan metode untuk menyelesaikan masalah secara penalaan. Rancangan metode heuristic ini diperoleh dengan cara perubahan parameter

yang disesuaikan dengan kinerja *plant* yang akan dikendalikan. Untuk perancangan sistem pengendalian PID dilakukan pencarian nilai besarnya K_p , K_i dan K_d dengan melakukan beberapa tahap yaitu dimana penalaan parameter pengendali dimulai dengan hanya menggunakan pengendali P, kemudian baru ditambahkan pengendali I, dan terakhir ditambahkan dengan pengendali D. Pemberian nilai parameter disesuaikan dengan karakteristik respon sistem yang diperoleh[19].

2.6 Identifikasi Sistem Orde 2

Identifikasi sistem pada penelitian ini menggunakan metode pengamatan respon waktu untuk mengidentifikasi tanggapan transien lingkaran tertutup yang menghasilkan *error* sekecil mungkin. Dalam beberapa kasus peraktek, karakteristik kerja yang diinginkan dari suatu sistem kendali dicirikan oleh suku besaran daerah asal waktu. Sistem dengan tenaga tidak dapat memberikan repon seketika dan akan menunjukkan tanggapan transien walaupun diberi masukan atau gangguan. Biasanya, karakteristik kinerja suatu sistem kendali dicirikan oleh suku respon transien terhadap masukan tangga satuan karena hal itu mudah ditimbulkan dan cukup drastis.

Jika respon terhadap masukan tangga diketahui, secara matematis dapat dihitung respon untuk sembarang masukan. Respon transien suatu sistem terhadap masukan tangga satuan tergantung transien terhadap variasi sistem. Terdapat cara praktis yang biasa digunakan, yaitu dengan syarat awal standar bahwa sistem mula-mula diam dengan keluaran dan semua turunannya nol. Dengan demikian, karakteristik tanggapannya dapat dengan mudah dibandingkan. Respon transien suatu sistem kendali secara peraktek selalu menunjukkan osilasi teredam sebelum mencapai keadaan tunaknya. Dalam menggolongkan karakteristik tanggapan transien suatu sistem kendali terhadap masukan tangga satuan secara umum dikelompokkan sebagai berikut [8]

1. Waktu tunda (t_d)

Waktu tunda adalah waktu yang diperlukan oleh tanggapan untuk mencapai setengah nilai akhir untuk waktu yang pertama.

2. Waktu naik (t_r)

Waktu naik adalah waktu yang diperlukan oleh tanggapan untuk naik dari 10% menjadi 90%, 5% menjadi 95%, atau 0 menjadi 100% dari nilai akhir yang biasa digunakan.

3. Waktu puncak (t_p)

Waktu puncak adalah waktu yang diperlukan tanggapan untuk mencapai puncak pertama *overshoot*.

4. *Overshoot* maksimum (M_p)

Overshoot maksimum adalah nilai puncak kurva tanggapan diukur dari satuan. Apabila nilai akhir keadaan tunak tanggapannya jauh dari satu, maka biasanya digunakan persen *overshoot* maksimum dan didefinisikan oleh.

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} 100\%$$

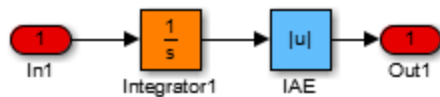
5. Waktu tunak (t_s)

Waktu tunak adalah waktu yang diperlukan untuk menanggapi kurva agar dapat mencapai dan tetap berada dalam gugus nilai akhir ukuran yang disederhanakan dengan presentase mutlak harga akhirnya (biasanya 2% atau 5%) waktu tunak tadi dihubungkan dengan sebesar sistem kendali [8].

2.7 Kriteria Integral Menggunakan *Integral of Absolute Error* (IAE)

Kriteria integrasi membutuhkan data tanggapan mulai dari $t=0$ hingga mencapai keadaan tunak. Dengan demikian kriteria ini didasarkan pada seluruh tanggapan dari proses yang bersangkutan. Kriteria integral yang digunakan pada penelitian ini adalah kriteria IAE (*Integral of Absolute Error*) yang bertujuan untuk mendapatkan nilai IAE sekecil mungkin dengan pemilihan kriteria tergantung pada karakteristik sistem proses dan beberapa syarat tambahan yang diperoleh dari tanggapan lup tertutup. Kriteria IAE lebih populer dikalangan praktisi industri sebab mudah dalam pemakaiannya serta sangat cocok untuk menekan error yang kecil [25] .

$$IAE = \int_0^{\infty} |e| dt \tag{2.73}$$

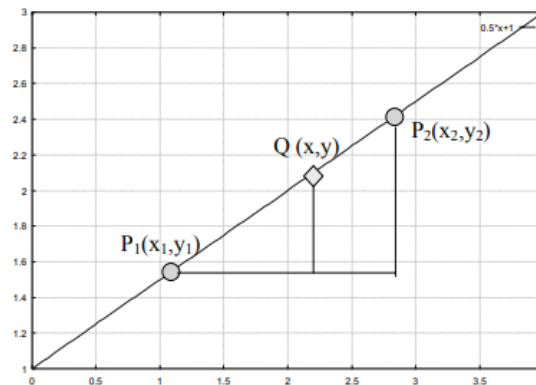


Gambar 2.5 Blok Diagram IAE

2.8 Interpolasi Linier

Interpolasi adalah menentukan titik-titik antara dari n buah titik dengan menggunakan suatu fungsi pendekatan tertentu. Salah satu metode interpolasi adalah

interpolasi linier yaitu menentukan titik-titik antara 2 buah titik dengan menggunakan garis lurus.



Gambar 2.5 Kurva untuk Interpolasi Linier [24]

Persamaan garis lurus yang melalui 2 titik $P_1(x_1, y_1)$ dan $P_2(x_2, y_2)$ dapat dituliskan dengan:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (2.74)$$

Sehingga diperoleh persamaan dari interpolasi linier sebagai berikut:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad (2.75)$$

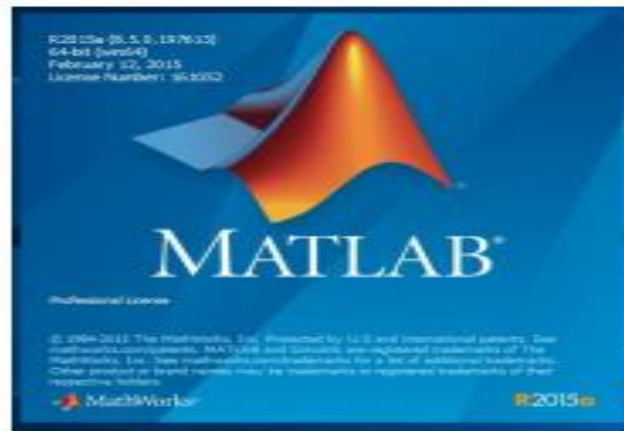
Algoritma Interpolasi Linier adalah sebagai berikut :

1. Tentukan dua titik P_1 dan P_2 dengan koordinatnya masing-masing (x_1, y_1) dan (x_2, y_2)
2. Tentukan nilai x dari titik yang akan dicari
3. Hitung nilai y dengan persamaan
4. Tampilkan nilai titik yang baru $Q(x, y)$

2.9 Matrix Laboratory (MATLAB)

Matlab merupakan singkatan dari Matrix Laboratory yang berarti bahasa pemrograman level tinggi (semakin tinggi level bahasa pemrograman maka semakin mudah cara menggunakannya) dengan kinerja tinggi untuk komputasi masalah teknik. Matlab mengintegrasikan komputasi, visualisasi, dan pemrograman dalam sebuah

lingkungan tunggal. Matlab memberikan sistem interaktif yang menggunakan konsep *array/matrix* sebagai variabel elemennya tanpa membutuhkan pendek *larasian array* [20].



Gambar 2.6 Tampilan Matlab

Matlab dikembangkan oleh Mathwork pada tahun 1970. Aplikasi Matlab itu sendiri banyak digunakan dalam bidang yang membutuhkan perhitungan matematika yang rumit, dimana seluruh operasi perhitungan dalam Matlab berupa operasi matrik. Matlab dapat menampilkan hasil perhitungan dalam bentuk plot grafik dan dapat juga dirancang menggunakan GUI (Graphical User Interface) yang kita rancang. Pada software Matlab terdapat beberapa bagian penting yang digunakan dalam menjalankan program yaitu:

1. *Command window* digunakan untuk mengetik fungsi yang diinginkan.
2. *Command history* berfungsi agar fungsi yang telah digunakan sebelumnya dapat digunakan kembali.
3. *Workspace* digunakan untuk membuat variabel yang ada dalam Matlab.

Simulink-Matlab Simulink adalah sebuah kumpulan aplikasi dalam Matlab untuk melakukan modeling, simulasi, dan untuk melakukan analisis dinamik pada suatu sistem. Program simulink memudahkan user untuk membuat suatu simulasi lebih interaktif. Tiruan sistem diharapkan mempunyai perilaku yang sangat mirip dengan sistem fisik. Jika digunakan dengan benar, simulasi akan membantu proses analisis dan desain sistem [20].

