

## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

#### 2.1 Penelitian Terkait

Dalam perkembangan penelitian pada pendulum telah banyak dilakukan salah satunya penelitian Muntari dan Nurhadi disebutkan bahwa kedua sudut pada *rotary* pendulum telah stabil, yaitu 5.19 derajat untuk sudut  $\alpha$  dan  $-4.73$  untuk sudut  $\theta$ . Waktu yang diperlukan untuk menstabilkan sudut  $\alpha$  dan sudut  $\theta$  yaitu 0,5190 detik sudut  $\alpha$  dan 0,4581 detik untuk sudut  $\theta$ . Serta nilai maksimum *overshoot* ialah sebesar 9,4664% untuk sudut  $\alpha$  dan 7,7107% untuk sudut  $\theta$ . Sehingga sistem *rotary* pendulum dengan menggunakan kendali PID telah stabil. Selain itu, tampak juga bahwa *disturbance* akan muncul setiap 5 detik sebesar 1 derajat[4].

Berdasarkan penelitian Muntari dan Nurhadi ketika menggunakan PID sebelum mencapai Stabil mengalami *overshoot* yang besar. Untuk mengatasi kelemahan PID digunakan SMC yaitu suatu metode kendali yang mampu bekerja baik pada sistem linier maupun sistem non linier[2].

Penelitian menggunakan SMC salah satunya Kendali posisi motor DC dengan SMC, pada penelitian ini dilakukan pengendalian terhadap posisi motor DC dengan metode menggunakan SMC dengan tujuan agar gerak trayektori status tetap berada pada posisi yang diinginkan oleh perancang. Dari hasil pengujian sistem dengan penambahan controller SMC, motor DC servo mampu bergerak ke arah posisi tujuan dan mempertahankan keadaannya meskipun posisi yang didapatkan sesekali kurang presisi terhadap posisi target. Dari percobaan ini motor DC servo dapat bergerak menuju posisi yang diinginkan namun dari beberapa percobaan, motor servo sesekali memiliki *error* dan nilai keluaran respon yang lambat. Hal ini dikarenakan plant dan sensor sistem yang kurang linear dan kurang stabil, artinya perubahan plant dan sensor setiap step sudut berubah-ubah. Dimana motor DC ini dapat bergerak sesuai dengan pengendalian yang diberikan namun tidak jarang masih *error*, keandalan sistem ini telah berhasil 96 % [6].

Penelitian menggunakan PID dan SMC yaitu tentang Memodifikasi *Chatering Free* SMC pada motor DC, pada penelitian ini dilakukan *chatering free* penggunaan pengendali PID dan modifikasi untuk mengendalikan armatur motor DC yang disimulasikan dengan matlab dan simulink didapatkan hasil berupa *performence* modifikasi SMC yang *superior* dengan pengendali PID. *Performence* dari sistem dengan modifikasi *chatering free* SMC

jauh lebih baik ketika diberi gangguan seperti beban yang berputar. Pada penelitian ini dihasilkan *rise time* pada modifikasi SMC lebih baik dari pada PID yaitu modifikasi SMC 0,4 s sedangkan PID sebesar 0,6 s. *Overshoot* puncak tidak terjadi modifikasi SMC sedangkan *settling time*-nya jauh lebih cepat dari pada PID [10].

Penelitian tentang *hybrid* PID- SMC salah satunya adalah dengan *level cauplet* dengan menggunakan metode *hybrid* PID disimulasikan matlab[5]. Pada penelitian tersebut dijelaskan bagaimana menerapkan metode *hybrid* PID-SMC untuk meningkatkan *level cauplet tank* dalam industri kimia. Dari hasil penilitian yang dilakukan dapat disimpulkan bahwa penggunaan SMC *hybrid* PID dapat meningkatkan waktu *time delay*, *time rise*, *time peak*, dan *time settling*. Pada beban nominal minimum dan maksimal ruang lebih cepat, serta *error* pada sistem dengan pembebanan yang disebutkan diatas menjadi kecil jika dibandingkan dengan metode SMC-PID.

Membandingkan kemampuan antar SMC, dan PD-PID kendali untuk sistem *inverted* pendulum yang tidak linier. Dari penelitian ini dilakukan perbandingan SMC-PID pada sebuah sistem *inverted* pendulum yang menghasilkan *performence* yang lebih baik dari pengendali PD-PID pada pengendalian sistem *inverted* pendulum yang tidak linier. Dimana pada penentuan posisi *cart* terhadap *inverted* pendulum respon lebih cepat persentasi maksimal over shoot 0.5 %, sedangkan pada PID 5 %. Ini menandakan SMC lebih baik dari pada PID sedangkan penentuan posisi sudut pada *inverted* pendulum SMC-PID, SMC menghasilkan overshoot yang kecil 0,5 rad sedangkan PID 0,55 rad [7].

Desain PID-SMC untuk sebuah *couple* tank pada penelitian ini dilakukan sebuah desain PID-SMC terdapat sebuah pengendali PID yang sangat sensitif terhadap gangguan, gayanya tersebut kira-kira 2 % selain itu PID memiliki kerugian 20 % komulasi frekuensi dan kendali level sangat tinggi. Pada penelitian ini PID dan SMC dengan fungsi satu rasi memberikan hasil sangat (stabil dan kepresisian keluaran dari proses output serta kontrol evaluasi) [8].

Sebuah PID-SMC untuk sistem *ropeless elevator maglev guiding* sistem merupakan penelitian yang mensimulasikan 3 pengendali yang berbeda untuk gerakan *elevator* yang halus dan sesuai pada sistem *maglev guiding*. Pengendali tersebut PID, SMC dan ( PID-SMC ) dimana keuntungan dan kerugian dari masing-masing pengendali bisa didapatkan. PID kontroler bukan sebuah kontroler yang bagus dengan dukungan pengendali SMC tersebut menjadi baik. Pada penilitian ini dilakukan simulasi dengan memberikan gangguan dari luar sebesar 50 N pulsa yang diberikan dengan waktu 0.2 s dan 0,25 s

simulasi yang dihasilkan pada air gaap menggunakan PID-SMC mendapatkan hasil yang stabil seperti gambar dibawah ini [9].

Pada penelitian ini dititik beratkan pada pengendali *hybrid* PID-SMC dimana pengendali PID dan SMC mampu saling melengkapi sehingga tugas Akhir ini didesain pengendali *hybrid* PID-SMC untuk mengendalikan kestabilan *inverter* pendulum.

## 2.2 Logika SMC[11]

Pengendali *sliding* modemerupakan pengendali non linier yang diterapkan pada sistem yang bersifat non linier prinsip kerja dari SMC adalah memaksa trajektori state dari suatu sistem menuju permukaan luncur tertentu dan mempertahankannya pada tetap permukaan luncur tersebut. SMC terkenal dengan kekokohnya dalam mengatasi gangguan yang datang .

Persamaan sistem yang dinamis :

$$x(t) = f(x, t) + b(x, t)u(t) \tag{2.1}$$

nilai  $u$  adalah masukan pengendali, dan  $x$  merupakan vektor dalam  $f(x,t)$  dan  $b(x,t)$  berupa fungsi terbatas,  $dt$  adalah gangguan eksternal. Apabila  $x_{ref}$  merupakan nilai yang diinginkan, maka kesalahan dapat dituliskan :

$$e(t) = x(t) - x_{ref}(t) \tag{2.2}$$

fungsi switching yaitu permukaan luncur  $S(x,t)$  dalam ruang keadaan  $R^n$  :

$$S(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \tag{2.3}$$

Atau :

$$S(x,t) = e + \lambda e = 0 \tag{2.4}$$

Dengan  $\lambda$  merupakan konstanta positif. Dimana fungsi switching ini digunakan untuk menentukan besaran nilai  $u$  agar memenuhi kondisi sliding. Persamaan (2.4) menunjukkan suatu garis lurus pada bidang  $ee$  permukaan sliding ini membagi bidang menjadi dua bagian, yaitu  $S > 0$  dan  $S < 0$ . Agar trajektori keadaan dapat meluncur, maka sistem harus dalam kondisi sliding. Dengan demikian besar input kontrol tergantung pada nilai  $S(x,t)$ .

Perancangan SMC dilakukan hingga  $e(t)$  bergerak menuju permukaan sliding dan meluncur pada permukaan tersebut untuk semua  $t \geq 0$ .

Permukaan luncur merupakan persamaan yang memenuhi :

$$S(x,t) = 0 \tag{2.5}$$

Besarnya nilai masukan pengendali SMC tergantung pada nilai S, sehingga disebut kondisi sliding. Kondisi ini harus memenuhi persamaan Lyapunov :

$$S\dot{S} \leq -\eta |S| \tag{2.6}$$

Dimana nilai  $\eta$  konstanta positif.

**2.2.1 Kestabilan Lyapunov[11]**

Suatu sistem dikatakan stabil apabila energi yang disimpan semakin lama semakin kecil, sebaliknya apabila energi yang disimpan semakin besar maka suatu sistem itu dikatakan tidak stabil. Maka perlu dibuatkan model matematis agar dapat menganalisa kestabilan sistem yang menghubungkan antara masukan dengan keluaran dari sistem.

Pada sistem pengendali, keluaran dari sistem diharapkan mengacu kepada masukan yang diberikan. Sehingga kesalahan sedapat mungkin mendekati nilai nol. Pada teori state space, nilai kesalahan diambil dari fungsi state sistem. Maka akan menjadi fungsi skalar.

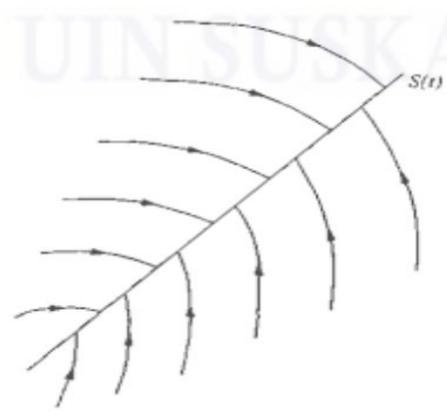
$$V(x) = \frac{1}{2} [s]^2 \tag{2.7}$$

Yang memenuhi :

$$V(x) = S\dot{S} < 0 \tag{2.8}$$

**2.2.2 Permukaan Luncur[11]**

Permukaan luncur merupakan komponen yang utama pada SMC dimana kondisi awal trayektori akan menuju keadaan yang diinginkan. Prinsip kerja SMC adalah memaksa status trayektori sistem untuk menuju kepermukaan luncur (*sliding surface*) dan mempertahankan status trayektori tetap berada pada permukaan luncur. Kondisi *sliding mode* ditunjukkan pada gambar 2.1.



Gamabar 2.1 Kondisi *sliding mode*

Hakipta Dilindungi Undang-Undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Gambar 2.1 ini menunjukkan kondisi *sliding mode*, dimana *state* sistem menuju trayektori yang telah ditentukan. Trayektori yang telah ditentukan inilah yang disebut permukaan luncur. Secara umum permukaan luncur dapat didefinisikan pada persamaan dengan menggunakan kombinasi linier *variabel state*. Permukaan luncur didefinisikan dengan  $S$  atau  $\sigma(x)$  :

$$S(x,t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \quad (2.9)$$

Dimana :

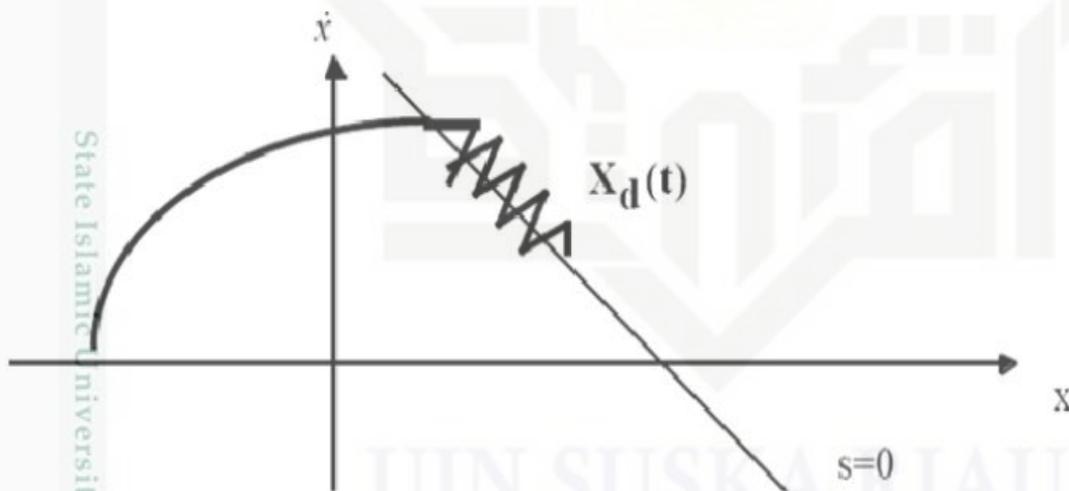
$n$  : orde sistem

$e$  : kesalahan

$\lambda$  : konstanta positif

### 2.2.3 Kondisi Chattering

*Sliding mode* merupakan pengendali berumpan balik dengan pensaklaran berkecepatan tinggi (*high speed switching feedback*), sehingga dalam penerapannya pengendali *sliding mode* memiliki kelemahan yaitu kondisi *chattering* yang dapat mengganggu kestabilan sistem dan beresilasi sinyal kendali dengan kecepatan tinggi



Gambar 2.2 Penomena *chattering* [11]

Pada gambar 2.2 dapat dilihat kondisi *Chattering* yang terjadi pada pengendali *sliding mode*. Sehingga mengakibatkan akurasi menjadi rendah, rusaknya sistem mekanis *actuator*, hilangnya energi pada *power*, dan lain sebagainya. *Chattering* tidak dapat dihilangkan, namun dapat direduksi.

### 2.2.4 Sinyal Kendali

Sinyal kendali digunakan untuk mengendalikan sinyal yang mampu membawa trayektori menuju permukaan luncur dan dapat mempertahankan trayektori tersebut berada pada permukaan luncur. Sinyal kendali ekivalen merupakan sinyal kendali pertama yang berfungsi untuk membawa trayektori menuju permukaan luncur dan sinyal kendali natural atau sinyal kendali kedua berfungsi untuk mempertahankan ( $u_{eq}$ ) trayektori agar tetap berada pada permukaan luncur ( $u_N$ ).

Langkah- langkah untuk mendapatkan sinyal kendali dari *sliding mode* dilakukan dengan cara :

1. Dapatkan sistem linier  $x = ax + Bu$
2. Dapatkan nilai  $u_{eq}$  untuk mendisain permukaan luncur dengan  $S(x,t)=0$

$$SAx + SBu_{eq} = 0$$

$$SBu_{eq} = -Sax$$

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}Sax$$

3. Setelah  $u_{eq}$  didapatkan , maka persamaan *Lyapunov* untuk  $U_n$  :

$$\dot{S} = Sax + SBu_{eq} + Sbu_N$$

$$\dot{S} = Sax + SB(SB)^{-1}Sax + Sbu_N$$

$$\dot{S} = SAx - SAx + SBu_N$$

$$\dot{S} = SBu_N$$

4. Untuk memenuhi kondisi *sliding*, maka :

$$SBu_N = -K \text{singn}(S)$$

$$u_N = -(SB)^{-1}K \text{singn}(S)$$

5. Sehingga diperoleh sinyal kendali total yaitu :

$$u = u_{eq} + u_N$$

$$u = -(SB)^{-1}Sax - (SB)^{-1}W \text{sat}(\sigma(x))$$

Sinyal kendali total merupakan perjumlahan antara dua sinyal kendali tersebut,

maka dapat dituliskan :

$$u = u_{eq} + u_N$$

Model matematis yang akan digunakan untuk perancangan pengendali *sliding mode* dapat dituliskan :

$$\dot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_1 \hat{u} + b_0 u$$

misalkan :

$$x_1 = y \rightarrow \dot{x}_1 = \dot{y}$$

$$x_2 = \dot{y} - b_1 u \rightarrow \dot{y} = (x_2 + b_1 u)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - b_1 u \rightarrow \dot{x}_1 = (x_2 + b_1 u)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x} - b_1 u \rightarrow \dot{x}_1 = (x_2 + b_1 u)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{y} - b_1 \hat{u}$$

maka :

$$\dot{y} = -a_1 \dot{y} - a_0 y + b_1 \hat{u} + b_0 u$$

$$\dot{x}_2 = (-a_1 \dot{y} - a_0 y + b_1 \hat{u} + b_0 u) - b_1 \hat{u}$$

$$= -a_1 \dot{y} - a_0 y + b_0 u \text{ masukkan nilai } \dot{y} \text{ dan } y$$

$$\dot{x}_2 = -a_1 (x_2 + b_1 u) - a_0 x_1 u + b_0 u$$

$$= -a_0 x_1 - a_1 x_2 - a_1 b_1 u + b_0 u$$

$$\dot{x}_2 = -a_0 x_1 - a_1 x_2 + (b_0 u) - a_0 b_1 u$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_0 - a_1 b_1 \end{pmatrix} u$$

$$y = x_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

untuk menentukan kesalahan :

$$e = x_{1d} - x_1$$

tentukan permukaan luncur :

$$S = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} e, \text{ jika dipilih } n = 2 \tag{2.30}$$

$$S = \frac{d}{dt} + \lambda e = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 + \lambda x_{1d} - \lambda x_1 \tag{2.31}$$

$$\dot{S} = 0 = \ddot{x}_{1d} - \ddot{x}_1 + \lambda \dot{x}_{1d} - \lambda \dot{x}_1$$

$$= 0 - \ddot{x}_1 - \lambda \dot{x}_1$$

Jika dipilih  $x_{1d} = \text{step function} \rightarrow \dot{x}_{1d} = 0$

$$X_1 = y$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y} = -a_1 \dot{y} - a_0 y + b_1 \hat{u} + b_0 u$$

$$\dot{x}_1 = \dot{y}$$

$$\dot{S} = 0 = - (a_1 \dot{y} - a_0 y + b_1 \hat{u} + b_0 u) \lambda \dot{y} = 0$$

$$-(a_1 + \lambda) \dot{y} - a_0 y + b_1 \hat{u} + b_0 u = 0$$

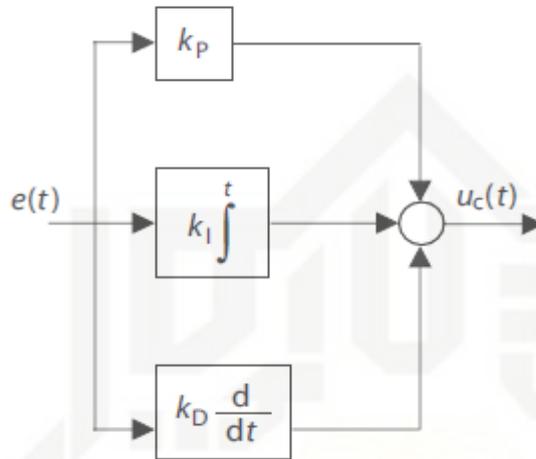
$$b_0 u = (a_1 + \lambda) \dot{y} + a_0 y - b_1 \hat{u}$$

$$u = \frac{1}{b_0} (a_1 + \lambda) \dot{y} + a_0 y - b_1 \hat{u} \tag{2.32}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang  
 1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
 a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
 b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.  
 2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### 2.3 Kendali PID

Sistem kendali PID terdiri dari tiga macam kendali, yaitu kendali P (*Proportional*), I (*Integral*) dan, D (*Derivatif*) dengan masing – masing memiliki kelebihan dan kekurangan. Tujuan penggabungan ketiga jenis kendali tersebut adalah untuk menutupi kekurangan dan menonjolkan kelebihan dari masing-masing jenis kendali[1].



Gambar 2.3 Blok diagram kendali PID[1]

Persamaan kendali PID dapat ditulis sebagai berikut :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e dt + K_D \frac{de}{dt} \quad (2.33)$$

#### 2.3.1 Kendali Proporsional

Kendali *Proporsional* memiliki berbagai keterbatasan karena sifat kendali yang tidak dinamik. Walaupun begitu kendali *Proporsional* cukup mampu untuk memperbaiki respon transien khususnya *rise time* dan *settling time*. Ciri – ciri dari kendali *Proporsional* adalah saat nilai  $K_p$  kecil, maka pengendali *Proporsional* hanya mampu menghilangkan *error* yang kecil, sehingga menghasilkan respon sistem yang lambat (menambah *rise time*). Namun nilai  $K_p$  dapat diatur sedemikian rupa sehingga mengurangi *steady state error*, tetapi tidak menghilangkannya[12].

#### 2.3.2 Kendali Integratif

Pengendali integratif berfungsi menghasilkan respon sistem yang memiliki *error steady state* = 0. Jika sebuah pengendali tidak memiliki unsur integrator, pengendali proporsional tidak akan mampu menjamin keluaran sistem dengan *error steady state* = 0.

Keluaran pengendali ini merupakan hasil penjumlahan yang terus menerus dari perubahan masukannya. Jika sinyal kesalahan tidak mengalami perubahan, maka keluaran akan menjaga keadaan seperti sebelum terjadi perubahan masukan. Sinyal keluaran pengendali integral merupakan luas bidang yang dibentuk oleh kurva *error*. Ciri – ciri pengendali integral adalah *output* dari pengendali integral memerlukan selang waktu tertentu, sehingga pengendali *integral* cenderung memperlambat respon. Konstanta integral  $K_i$  yang berharga besar akan mempercepat hilangnya *offset*. Tetapi semakin besar nilai konstanta  $K_i$  akan mengakibatkan peningkatan osilasi dari sinyal keluaran pengendali[12].

### 2.3.3 Kendali Derivatif

Keluaran kendali diferensial memiliki sifat seperti halnya suatu operasi derivatif. Perubahan yang mendadak pada masukan pengendali akan mengakibatkan perubahan yang sangat besar dan cepat. Ketika masukannya tidak mengalami perubahan, keluaran pengendali juga tidak mengalami perubahan, sedangkan apabila sinyal masukan berubah mendadak dan menarik, keluaran menghasilkan sinyal berbentuk impuls. Jika sinyal masukan berubah naik secara perlahan, keluaran justru merupakan fungsi *step* yang besar *magnitudenya* sangat dipengaruhi oleh kecepatan naik dari fungsi *ramp* dan faktor konstanta  $K_d$ . Dengan meningkatkan nilai  $K_d$ , dapat meningkatkan stabilitas sistem dan mengurangi *overshoot*[12].

Dari karakteristik pengendali *derivatif*, pengendali ini umumnya dipakai untuk mempercepat respon awal suatu sistem, tetapi tidak memperkecil kesalahan pada keadaan tunaknya. kerja pengendali diferensial hanya efektif pada lingkungan yang sempit, yaitu periode peralihan. Oleh karena itu pengendali diferensial tidak pernah digunakan tanpa ada kendali lain.

Transfer fungsi dari pengendali *PID* adalah :

$$U_c(s) = \left[ k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \right] E(s) \tag{2.34}$$

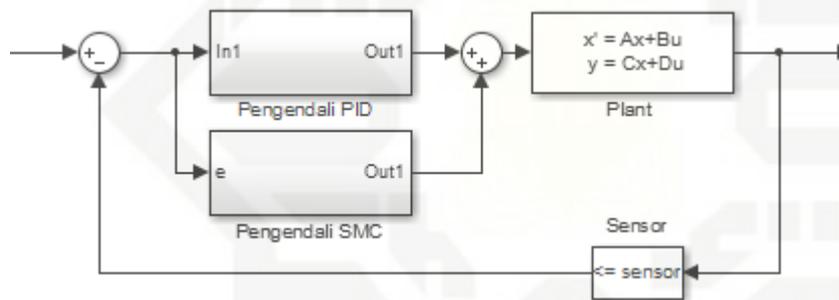
Respon sistem kendali *PID* menurut parameter dapat dilihat pada tabel 2.1

Tabel 2.1 : Respon sistem kendali *PID* menurut parameter[12]

Tanggapan Loop Tertutup	Waktu Naik	<i>Overshoot</i>	<i>Waktu Turun</i>	<i>Error Steady State</i>
<i>Proporsional (Kp)</i>	Menurun	Meningkat	Perubahan kecil	Menurun
<i>Integral (Ki)</i>	Menurun	Meningkat	Meningkat	Hilang
<i>Derivative</i>	Perubahan kecil	Menurun	Menurun	Perubahan kecil

## 2.4 Kendali *Hybrid PID-SMC*

Sistem kendali *PID* – Logika *smc* ini dikembangkan oleh *OMRON's Industrial Temperature Regulator*[6].



Gambar 2.4 *Hybrid* kendali *PID*-logika *SMC*[6]

Pada jenis kendali ini kendali utamanya adalah kendali *PID*, sedangkan kendali *smc* berfungsi untuk membuat respon mengikuti trajektori yang diinginkan.

## 2.5 Respon Waktu

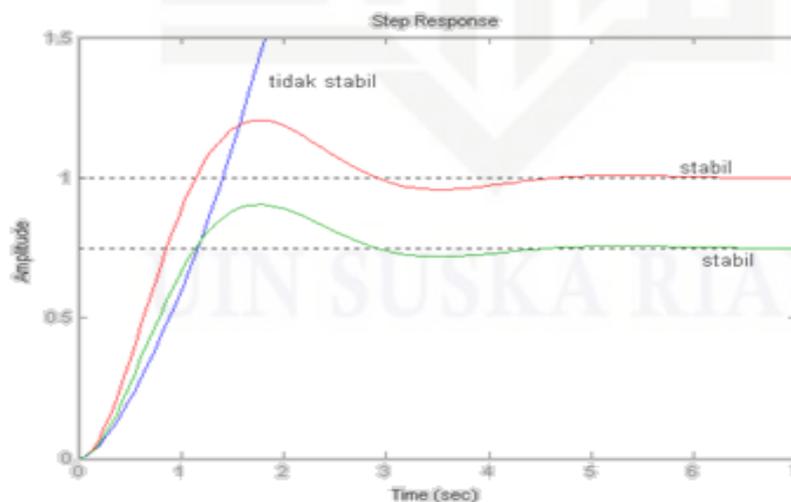
Di dalam menganalisis maupun merencanakan sistem kendali harus ada satu dasar perbandingan performansi dari berbagai sistem kendali, Dasar ini dapat disusun dengan menetapkan sinyal uji tertentu dan membandingkan respon yang terjadi terhadap sinyal-sinyal masukannya. Penggunaan sinyal uji ini dapat dibenarkan, karena terdapat korelasi antara karakteristik sistem terhadap sinyal masukan uji tersebut. Dari berbagai sinyal uji dapat dilakukan analisis dengan mudah, karena sinyal-sinyal tersebut merupakan fungsi waktu yang sangat sederhana[13].

### 2.5.1 Kestabilan

Karakteristik (perilaku dinamik) keluaran sistem kendali yang paling penting adalah kestabilan, yang menandai sistem tersebut stabil atau tidak stabil. Sistem kendali berada dalam kesetimbangan atau keluaran berada dalam keadaan yang tetap, jika tanpa adanya gangguan atau masukan baru. Sistem kendali dengan parameter konstan akan berubah menjadi tidak stabil, bila keluaran sistem berosilasi secara menerus atau membesar tanpa batas dari kondisi setimbangnya manakala dikenai suatu gangguan.

Cara termudah untuk menentukan apakah sebuah sistem stabil atau tidak adalah dengan melihat respon waktu dari sistem tersebut. Sistem akan stabil jika respon waktu dari sistem tersebut mengarah kepada harga tertentu. Jika tidak, sistem tersebut dikatakan tidak stabil.

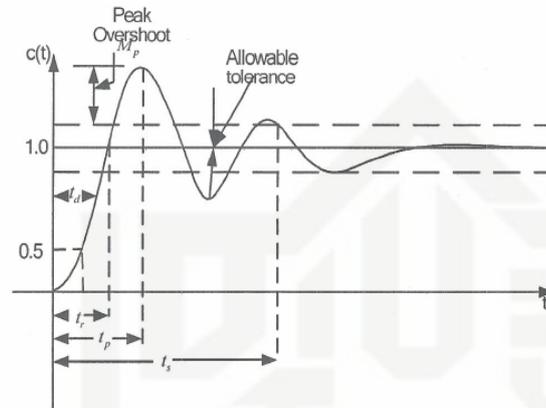
Gambar 2.3 memperlihatkan beberapa sistem dari sebuah sistem kontrol. Dari gambar tersebut, terdapat sistem yang stabil (*stable*), sistem yang tidak stabil (*unstable*) dan sistem yang stabil marginal (*marginally stable*). Kestabilan sistem berhubungan dengan keluaran sistem yang mengarah ke harga tertentu (tidak harus sesuai dengan harga masukannya). Pada grafik warna merah sistem mencapai kestabilan sesuai dengan harga masukannya. Pada grafik warna hijau sistem mencapai kestabilan marjinal yang kestabilannya tidak mencapai nilai dengan harga setpoint sedangkan garis warna biru sistem menandakan tidak stabil yang mana grafiknya tidak mencapai stady stead.



Gambar 2.5 Kestabilan sistem dari respon sistem[13]

## 2.5.2 Analisa Respon Waktu[13]

Respon waktu sistem kendali terdiri dari respon "*transient*" dan "*steady state*". Respon *transient* adalah respon sistem yang berlangsung dari keadaan awal sampai keadaan akhir, sedang *respon steady state* adalah kondisi keluaran sesudah habis *respon transient* hingga waktu relatif tak terhingga.



Gambar 2.6 Spesifikasi respon waktu[13].

Dari gambar 2.3 maka parameter – parameter yang dapat dianalisa adalah

- Waktu tunda (*delay time* =  $t_d$ ), yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai 50% dari harga akhir puncak lewatan lebih yang pertama.
- Waktu naik (*rise time* =  $t_r$ ), yaitu waktu yang diperlukan respon untuk naik dari 10% hingga 90% hingga akhir sistem redaman lebihnya atau dari 0 hingga 100% dari harga akhir sistem redaman kurangnya. Waktu puncak (*peak time* =  $t_p$ )' yaitu waktu yang diperlukan respon untuk mencapai puncak lewatan (*overshoot*) dari lewatan yang pertama.
- Lewatan puncak (*peak overshoot* =  $M_p$ )' yaitu harga lewatan puncak atau lewatan maksimum dari kurva respon yang diukur dari harga satu (100%). Jika harga respon keadaan tunaknya tidak sama dengan satu, maka biasadigunakan persen lewatan puncak yang dirumuskan sebagai (%) lewatanpuncak.

Catatan: Dalam sistem kendali keluaran kondisi tunak untuk masukan sinyal step umumnya sarna dengan masukannya. Sebagaimisal pada sistem orde kedua,  $c(\infty) = c_{ss} = 1$ .

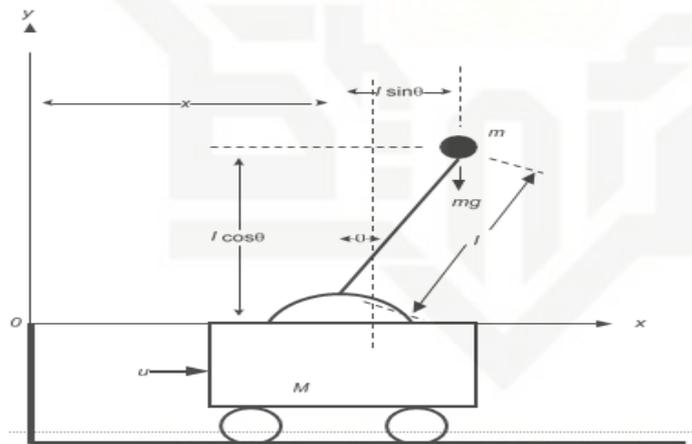
- Waktu penetapan (*setting time* =  $t_s$ )' yaitu waktu yang diperlukan kurva respon untuk mencapai dan menetap pada daerah pita toleransi antara 2% - 5% dari harga akhirnya.

- e. Kesalahan tunak (*steady state error = ess*)' yaitu kesalahan yang merupakan selisih antara keluaran yang sebenarnya dengan keluaran yang diharapkan.

## 2.6 Inverted Pendulum[14]

Pendulum terbalik (*inverted pendulum*) adalah sebuah bandul di mana massa dari bandul tersebut berada di atas titik tumpunya. Dalam kasus ini titik tumpu tersebut ditempatkan pada sebuah kereta yang dapat digerakkan dalam arah mendatar (*horizontal*). Berbeda halnya dengan pendulum normal (tidak terbalik) yang bersifat stabil, pendulum terbalik memiliki sifat yang tidak stabil, sehingga harus diatur sedemikian rupa agar pendulum tetap tegak dengan cara memberikan gaya pada titik tumpunya atau pada kereta.

Gambar 2.7 adalah sebuah contoh dari pendulum terbalik. Dalam kasus ini, kereta yang dilengkapi motor hanya dapat bergerak dalam garis lurus (*horizontal*), dan pendulum yang diletakkan di atas kereta bergerak (berotasi) dalam bidang yang sama. Gaya  $u(t)$  diberikan kepada mobil melalui motor yang terdapat di kereta. Tanpa adanya gaya yang sesuai, pendulum akan jatuh. Dengan adanya umpan-balik, motor pada kereta akan memberikan gaya yang sesuai sehingga pendulum tetap dalam keadaan tegak.



Gambar 2.7: Model dari pendulum terbalik[14]

### 2.6.1 Daftar lambang dan istilah

Berikut ini lambang dan istilah yang digunakan.

- $\theta$  : sudut antarpendulum dengan garis vertikal,
- $M$  : berat kereta,
- $m$  : berat pendulum
- $\dot{\theta}$  :  $\frac{d\theta}{dt}$ ,

$$\ddot{\theta} \quad : \quad \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

$$\dot{x} \quad : \quad \frac{dx}{dt},$$

$$\ddot{x} \quad : \quad \frac{d^2x}{dt^2},$$

$(x_G, y_G)$  : koordinat dari pusat gravitasi pendulum,

- I : momen inersia,
- $\eta$  : koefisien dari *viscous friction* antara pendulum dan kereta,
- $\zeta$  : koefisien dari *viscous friction* antara kereta dan lantai,
- V : *vertical reaction force* pada pendulum,
- H : *horizontal reaction force* pada pendulum,
- u : gaya/input yang diberikan pada kereta,
- $\varphi$  : rasio antara massa dan panjang pendulum.

### 2.6.2 Formulasi model[14]

Berikut ini akan diturunkan model matematik untuk sistem pendulum terbalik. Setelah mendapatkan model matematik untuk sistem pendulum terbalik, maka akan dilihat kesetabilan dari sistem tersebut. Kemudian, akan dilakukan pengendalian terhadap sistem[14].

Pendulum terbalik, dari gambar 2.11, diperoleh:

$$X_G = x + l \sin \theta \tag{2.35}$$

$$Y_G = l \cos \theta \tag{2.36}$$

Berdasar kan Hukum Newton, persamaan gerak pada pendulum dapat dibagi menjadi:

1. *Rotational motion* (gerak rotasi) dari pendulum di sekitar pusat gravitasi pendulum (*center of gravity*).

$$\eta \dot{\theta} + I\ddot{\theta} = Vl \sin\theta - Hl \cos \theta$$

$$\eta \dot{\theta} + I\ddot{\theta} = Vl\theta - Hl. \tag{2.37}$$

2. Gaya yang bekerja pada kereta dalam sumbu x.

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + \zeta \frac{dx}{dt} = u - H$$

$$M\ddot{x} + \zeta \dot{x} = u - H. \tag{2.38}$$

3. Gaya yang bekerja pada pendulum dalam sumbu  $x$  di sekitar pusat gravitasi pendulum.

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2}{dt^2} X_G &= H \\
 m \frac{d^2}{dt^2} (X + l \sin \theta) &= H \\
 m (\ddot{X} + l \ddot{\theta}) &= H.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

4. Gaya yang berkerja pada pendulum dalam sumbu  $y$  di sekitar pusat gravitasi pendulum.

$$\begin{aligned}
 m \frac{d^2}{dt^2} y_g &= V - mg \\
 m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) &= V - mg \\
 0 &= V - mg.
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

Jika persamaan (2,21) disubstitusikan ke persamaan (2.38), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 M\ddot{X} + \zeta \dot{X} &= u - m (\ddot{X} + l \ddot{\theta}) \\
 (M + m)\ddot{x} &= -\zeta \dot{x} - m l \ddot{\theta} + u.
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

Jika persamaan (2,22) disubstitusikan ke persamaan (2.37), maka diperoleh:

$$\begin{aligned}
 I \ddot{\theta} + \eta \dot{\theta} &= m g l \theta - Hl \\
 I \ddot{\theta} + \eta \dot{\theta} &= m g l \theta - m (\ddot{x} + l \ddot{\theta})l \\
 (I + ml^2)\ddot{\theta} &= m g l \theta - \eta \dot{\theta} - ml\ddot{x}.
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Agar diperoleh persamaan *state space* linear untuk  $\ddot{x}$ , persamaan (2.41) harus merupakan fungsi dari turunan yang lebih rendah (*function of lower orde terms*) saja.

Untuk itu,  $\ddot{\theta}$  harus dieliminasi dari persamaan (2.23), dan diperoleh :

$$(M + m)\ddot{x} = -\zeta \dot{x} - m l \frac{m g l \theta - \eta \dot{\theta} - m l \ddot{x}}{(I + m l^2)} + u.$$

Atau

$$(M + m)\ddot{x} = -\zeta \dot{x} - \frac{(m l)^2 g}{(I + m l^2)} \theta + \frac{\eta m l}{(I + m l^2)} \dot{\theta} + u.$$

Atau

$$\ddot{x} = \frac{(-\zeta \dot{x} - \frac{(m l)^2 g}{(I + m l^2)} \theta + \frac{\eta m l}{(I + m l^2)} \dot{\theta} + u)}{[M + m - \frac{(m l)^2}{(I + m l^2)}]} \tag{2.43}$$

Adapun rumus yang di gunakan adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\theta(S)}{-U(S)} &= \frac{1}{Mls^2 - (M + m)g} = \frac{1}{Ml \left( s + \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right) \left( s - \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right)} \\ &= \frac{1}{Ml \left( s + \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right) \left( s - \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right)} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Parameter sistem yang digunakan terdapat pada tabel sebagai berikut (ogata).

Tabel 2.1 parameter sistem inverted pendulum terbalik yang di pakai adalah ;

Parameter	Simbol	Nilai
Massa kereta	M	2 kg
Massa pendulum	M	0.1 kg
Panjang pendulum	<i>l</i>	0,5 m
gravitasi	<i>g</i>	9,8 m/s <sup>2</sup>

$$\begin{aligned} \frac{\theta(S)}{-U(S)} &= \frac{1}{Mls^2 - (M + m)g} = \frac{1}{Ml \left( s + \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right) \left( s - \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right)} \\ &= \frac{1}{Ml \left( s + \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right) \left( s - \sqrt{\frac{M+m}{Ml}} g \right)} \\ &= \frac{1}{2,0,5 \left( s + \sqrt{\frac{2+0,1}{2,0,5}} 9,8 \right) \left( s - \sqrt{\frac{2+0,1}{2,0,5}} 9,8 \right)} \\ &= \frac{1}{1 \left( s + \sqrt{\frac{2,1}{2,5}} 9,8 \right) \left( s - \sqrt{\frac{2,1}{2,5}} 9,8 \right)} \\ &= \frac{1}{1 \left( s + \sqrt{0,84 \cdot 9,8} \right) \left( s - \sqrt{0,84 \cdot 9,8} \right)} \\ &= \frac{1}{1 \left( s + \sqrt{8,232} \right) \left( s - \sqrt{8,232} \right)} \\ &= \frac{1}{1 \left( s + 2,86914621447 \right) \left( s - 2,86914621447 \right)} \end{aligned}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:  
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.  
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\frac{\theta(s)}{-U(s)} = \frac{1}{s^2 - 8,232}$$

Persamaan diatas menggunakan orde dua dimana dikarnakan persamaan fungsi ahlinya mengandung pangkat terbesar ia itu dua.

**Hak Cipta** Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

