BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Rancangan Blok Lengkap Acak (RBLA)

Rancangan Blok Lengkap Acak (RBLA) adalah suatu rancangan yang melakukan pengelompokan unit-unit percobaan ke dalam suatu blok-blok dan semua perlakuan dicobakan pada setiap blok yang ada. Tujuan memberikan blok adalah untuk memperoleh unit percobaan yang seragam mungkin dalam setiap bloknya, sehingga perbedaan yang diamati sebagian besar disebabkan oleh perlakuan. Blok menjadi suatu yang penting karena dapat mengendalikan dan memperkecil galat atau kesalahan percobaan. Oleh karena itu RBLA disebut sebagai rancangan percobaan yang memungkinkan adanya pengendalian galat satu arah. Dengan kata lain unit-unit percobaan yang berada pada blok yang sama harus dikondisikan serba sama atau homogen.

Berikut model dari rancangan blok lengkap acak

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \in_{ij} \quad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,a \\ j = 1,2,\ldots,b \end{cases} \tag{2.1}$$

y_{ij} = adalah variabel yang dianalisis, dimisalkan berdistribusi normal

μ = adalah rata-rata umum atau rata-rata sebenarnya

τ_i = adalah efek perlakuan ke-i

β = adalah efek blok ke-j

$\in_{ij}$ = adalah kesalahan, berupa efek yang berasal dari unit eksperimen ke yang dikenai perlakuan ke i $\in_{ij} \approx NID(0, \sigma^2))$

Batasan:

$$\sum_{i=1}^{a} \tau_i = 0, \ \sum_{j=1}^{b} \beta_j = 0,$$

Berdasarkan model diatas dapat diketahui bahwa keragaman atau variasi disebabkan oleh perlakuan, kelompok dan galat, dan dapat diatur dalam daftar berikut.

Tabel 2.1 Bagian Pengamatan untuk Rancangan Blok Lengkap Acak

Perlakuan	Blok				y_i	$\bar{y}_i$
	1	2	…	b		
1	y_{11}	y_{12}	…	y_{1b}	y_1	$\bar{y}_1$
2	y_{21}	y_{22}	…	y_{2b}	y_2	$\bar{y}_2$
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮
a	y_{a1}	y_{a2}	…	y_{ab}	y_a	$\bar{y}_a$
Jumlah	y_1	y_2	…	y_b	$y_{..}$	-
Rata-rata	$\bar{y}_1$	$\bar{y}_2$	…	$\bar{y}_b$	-	$\bar{y}_{..}$

2.1.1 Hipotesis

Hipotesis yang dikemukakan dalam rancangan blok lengkap acak, ada dua yaitu akibat pengaruh perlakuan dan pengelompokan seperti berikut ini.

a. Hipotesis pengaruh perlakuan

$H_0 : \tau_1 = \cdots = \tau_i = 0$ (perlakuan tidak berpengaruh terhadap respon yang diamati)

H_1 : Paling sedikit ada satu i dimana $\tau_i \neq 0$

b. Hipotesis pengaruh blok atau kelompok

$H_0 : \beta_1 = \cdots = \beta_i = 0$ (kelompok tidak berpengaruh terhadap respon yang diamati)

H_1 : Paling sedikit ada satu i dimana $\beta_i \neq 0$

2.1.2 Analisis data

Data yang diperoleh dengan menggunakan rancangan acak blok lengkap akan dianalisis keragamannya atau dilakukan sidik ragam. Guna mempermudah pelaksanaan analisis data maka perlu mengetahui dan menggunakan rumus-rumus berikut ini.

$$FK = \frac{y^2_{..}}{N} \tag{2.2}$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij}^2 - \frac{y^2_{..}}{N} \tag{2.3}$$

$$SS_{perlakuan} = \frac{1}{b}\sum_{i=1}^{a} y_i^2 - \frac{y^2_{..}}{N} \tag{2.4}$$

$$SS_{blok} = \frac{1}{a}\sum_{j=1}^{b} y_i^2 - \frac{y^2_{..}}{N} \tag{2.5}$$

$$SS_E = SS_T - SS_{perlakuan} - SS_{bloks} \tag{2.6}$$

db blok = b -1

db galat = (a -1)(b - 1)

db total = (N-1)

dimana:

FK	: faktor koreksi
N	: Jumlah seluruh data
SS_T	: Jumlah kuadrat total
$SS_{perlakuan}$	: Jumlah kuadrat perlakuan
SS_{bloks}	: Jumlah kuadrat blok
SS_E	: Jumlah kuadrat error
db	: derajat bebas

dengan demikian, daftar ANAVA untukk rancangan blok acak lengkap bentuknya seperti ini.

Tabel 2.2 ANAVA

Sumber	SS	Db	MS	F
Perlakuan	$SS_{Perlakuan}$	a – 1	$\frac{SS_{perlakuan}}{a-1}$	$\frac{MS_{perlakuan}}{MS_E}$
Blok	SS_{bloks}	b – 1	$\frac{SS_{bloks}}{b-1}$	$\frac{MS_{bloks}}{MS_E}$
Error	SS_E	(a -1)(b - 1)	$\frac{SS_E}{(a-1)(b-1)}$	
Total	SS_T	N – 1		

2.1.3 Koefisien keragaman(KK)

Koefisien keragaman(KK) mempunyai fungsi untuk menunjukkan derajat kejituan(*accuracy* atau *precision*) serta keandalan kesimpulan suatu percobaan. Koefisien percobaan ini dinyatakan sebagai peserta rerata dari rerata umum percobaan yang dirumuskan sebagai berikut ini:

$$KK = \{\sqrt{MS_E / \bar{y}}\} x 100\,\% \quad (2.7)$$

dimana : $\bar{y} = \sum y / a.b$

2.1.4 Uji perbandingan berganda

Pengaruh perlakuan yang dicobakan telah dianalisis keragamannya seperti di atas, namun belum menunjukkan perlakuan yang berbeda antara satu dengan lainnya. Oleh karena itu perlu dilanjutkan uji perbandingan berganda dengan menggunakan Beda Nyata Terkecil (BNT) atau *Least Significance Difference* (LSD), Beda Nyata Jujur (BNJ) atau *Honest Significance Difference* (HSD) serta

Uji Jarak Duncan atau *Duncan Multiple Range Test* (DMRT) tergantung pada persyaratan penggunaan uji perbandingan berganda tersebut.

2.2 Data Hilang Pada RBLA

Data hilang merupakan informasi yang tidak tersedia untuk sebuah objek tertentu, dimana banyaknya data pengamatan dalam rancangan blok lengkap acak bxa data pengamatan. Hal ini bisa terjadi karena beberapa hal, yaitu data rusak, kesalahan mencatat nilai, kurangnya kehati-hatian saat penelitian, sesuatu diluar kekuasaan kita seperti hewan dan tumbuhan percobaan yang mati (bukan karena perlakuan), alat ukur yang digunakan rusak, ataupun karena cuaca yang tidak memungkinkan.

Adanya data hilang menimbulkan masalah dalam analisis, sehingga perlu dilakukan pendekatan terhadap data hilang untuk membantu dalam peroses analisis data.

2.3 Metode Yates

Metode ini adalah penduga terhadap data hilang pada rancangan blok lengkap acak (RBLA) sehingga kuadrat tengah error minimal. Penanganan data hilang dengan analisis penduga data hilang pertama kali dikembangkan oleh (Yates, 1933) prinsip dari metode Yates ini dengan meminimumkan jumlah kuadrat error.

Persamaan untuk menduga satu data hilang adalah:

$$\hat{X}_{ab} = \frac{k\sum_j X_{aj} + n\sum_i X_{ib} - \sum_i \sum_j X_{ij}}{(n-1)(k-1)} \tag{2.8}$$

dengan:

$\hat{X}_{ab}$: data hilang

k : jumlah banyak perlakuan

n : jumlah banyak blok

$\sum_i X_{ib}$: total pengamatan dalam perlakuan ke-i

$\sum_j X_{aj}$: total pengamatan dalam kelompok ke-j

$\sum_i \sum_j X_{ij}$: total pengamatan keseluruhan

Persamaan untuk dua data hilang dalam satu kelompok misalkan $\hat{X}_{11}$ dan $\hat{X}_{21}$ maka dengan meminimumkan MS_E di peroleh:

$$\hat{X}_{11} = \frac{n\sum_i X_{i1} + (k-1)\sum_j X_{1j} + \sum_j X_{2j} - \sum_i \sum_j X_{ij}}{(k-2)(n-1)} \qquad (2.9)$$

dan

$$\hat{X}_{21} = \frac{n\sum_i X_{i1} + (k-1)\sum_j X_{2j} + \sum_j X_{1j} - \sum_i \sum_j X_{ij}}{(k-2)(n-1)} \qquad (2.10)$$

Jika data hilang terjadi pada $\hat{X}_{11}$ dan $\hat{X}_{12}$ dengan cara yang sama seperti persamaan diatas maka rumusnya:

$$\hat{X}_{11} = \frac{k\sum_j X_{1j} + (n-1)\sum_j X_{i1} + \sum_j X_{i2} - \sum_i \sum_j X_{ij}}{(a-1)(b-2)} \qquad (2.11)$$

dan

$$\hat{X}_{12} = \frac{k\sum_j X_{1j} + (n-1)\sum_j X_{i2} + \sum_j X_{i1} - \sum_i \sum_j X_{ij}}{(k-1)(n-2)} \qquad (2.12)$$

Jika dua data hilang tidak dalam satu kelompok dan perlakuan maka:

$$\hat{X}_{11} = \frac{(k-1)(n-1)(k\sum_j X_{1j} + n\sum_i X_{i1}) - k\sum_j X_{2j} - n\sum_i X_{i2} - (nk-k-n)\sum_{i,j} X_{ij}}{(nk-k-n+2)(nk-k-n)}$$

dan

$$\hat{X}_{22} = \frac{(k-1)(n-1)(k\sum_j X_{2j} + n\sum_i X_{i2}) - k\sum_j X_{1j} - n\sum_i X_{i1} - (nk-k-n)\sum_{i,j} X_{ij}}{(nk-k-n+2)(nk-k-n)}$$

Walaupun sudah tua sampai saat ini metode ini masih digunakan untuk menduga data hilang karena perhitungan yang sederhana, namun akan mengalami kesulitan dan kuraang menarik jika data hilang lebih banyak (Widiarih, 2007).

2.4 Metode Biggers

Penyempurnaan dari metode Yates adalah metode Biggers yang diperkenalkan oleh Biggers (1959), merupakan metode untuk menganalisa data hilang dengan pendekatan matriks. Maka prosedurnya sebagai berikut:

Dimisalkan data hilangnya adalah X_{cd} dengan prinsip yang sama dengan metode Yates untuk satu data hilang, maka dilakukan penduga:

$$MS_E = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} X_{ij}^2 - \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} + \frac{X_{..}^2}{nk}$$

$$= \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n} X_{ij}^2 + \sum_i\sum_j \hat{X}_{cd}^2 \frac{1}{n}\left[\sum_i\left(\sum_j X_{ij}\right)^2 + \sum_i\left(\sum_j X_{cj} + \sum_j X_{cj}\right)^2\right]$$

$$-\frac{1}{k}\left[\sum_j\left(\sum_i X_{ij}\right)^2 + \sum_j\left(\sum_i X_{id} + \sum_i X_{id}\right)^2\right] + \frac{1}{nk}\left[G + \hat{X}_{cd}\right]^2$$

$$= \hat{X}_{cd}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_j X_{cj} + X_c\right)^2 - \frac{1}{k}\left(\sum_i X_{id} + X_d\right)^2 + \frac{1}{nk}\left(G + \sum_i\sum_j X_{ij}\right)^2$$

dimana,

G : jumlah semua nilai pengamatan dengan data hilang,

$$\frac{\partial MS_E}{\partial \hat{X}_{cd}} = 0$$

$$\hat{X}_{cd} - \frac{\left(\sum_{j} X_{cj} + \sum_{(j)} X_{cj}\right)}{n} - \frac{\left(\sum_{i} X_{id} + \sum_{(i)} X_{id}\right)}{k} + \frac{\left(G + \sum_{(i)}\sum_{(j)} X_{ij}\right)}{nk} xnk = 0xnk$$

$$nk\hat{X}_{Cd} - k\left(\sum_{j} X_{cj} + \sum_{(j)} X_{cj}\right) - n\left(\sum_{i} X_{id} + \sum_{(i)} X_{id}\right) + \left(G + \sum_{(i)}\sum_{(j)} X_{ij}\right) = 0$$

$$nk\hat{X}_{cd} - k\sum_{(j)} X_{cj} - n\sum_{(i)} X_{id} + \sum_{i}\sum_{j} X_{ij} = k\sum_{j} X_{cj} + n\sum_{i} X_{id} - G \qquad (2.13)$$

Persamaan diatas dikelompokkan dalam suku-suku yang berhubungan dengan kelompok sekutu, perlakuan sekutu dan tanpa sekutu sebagai berikut:

$$nk\hat{X}_{cd} - k\left(\sum_{(j)} X_{ij} + \hat{X}_{cd}\right) - n\left(\sum_{(i)} X_{ij} + \hat{X}_{cd}\right) + \left(\sum_{(i)}\sum_{(j)} X_{ij} + \sum_{(i)} X_{id} + \sum_{(j)} X_{cj} + \hat{X}_{cd}\right)$$
$$= k\sum_{j} X_{cj} + n\sum_{i} X_{id} - G$$

$$(n-1)(k-1)\hat{X}_{cd} + (1-k)\sum_{(j)} X_{cj} + (1-n)\sum_{(i)} X_{id} + \sum_{(i)}\sum_{(j)} X_{ij}$$

$$= k\sum_{j} X_{cj} + n\sum_{i} X_{id} - G \qquad (2.14)$$

Analog untuk (p-1) data hilang yang lain. Sehingga diperoleh p buah persamaan yang analog dengan (2.13) dan (2.14). Bila ditulis dalam bentuk matriks:

$$A_{pxp} X_{px1} = Q_{px1} \qquad (2.15)$$

dengan

A_{pxp} : matriks simetris dengan elemen elemen (n-1)(k-1) untuk kelompok dan perlakuan yang bersesuaian, (1-n) untuk kelompok yang bersesuaian, (1-k) untuk perlakuan yang bersesuain dan 1 untuk lainnya.

X_{px1} : matriks dari data hilang.

Q_{px1} : matriks nilai $kX_C + nX_d - G$ dari persamaan yang bersesuaian

Dari Persamaan (2.15) diperoleh:

$$X_{px1} = A^{-1}Q_{px1} \tag{2.16}$$

Untuk memperjelas matriks A_{pxp} misalkan dalam pecobaan ini ada empat data hilang yaitu X_{kk}, X_{kl}, X_{mk} dan X_{st}. Elemen-elemen dari A_{pxp} ditentukan sebagai berikut:

Tabel 2.3 Elemen-Elemen Untuk Matriks

Subkrip	Kk	Kl	Mk	St
Kk	(a-1)(b-1)	1-a	1-b	1
Kl	1-a	(a-1)(b-1)	1	1
Mk	1-b	1	(a-1)(b-1)	1
St	1	1	1	(a-1)(b-1)

$$AX = Q$$

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & 1-k & 1-n & 1 \\ 1-k & (k-1)(n-1) & 1 & 1 \\ 1-n & 1 & (k-1)(n-1) & 1 \\ 1 & 1 & 1 & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{kl} \\ X_{mk} \\ X_{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kX_k + nX_k - G \\ kX_k + nX_l - G \\ kX_m + nX_k - G \\ kX_s + nX_t - G \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} kX_k + nX_k - G \\ kX_k + nX_l - G \\ kX_m + nX_k - G \\ kX_s + nX_t - G \end{bmatrix}$$

jika terdapat tiga data hilang, dari pendugaan empat data hilang kemudian dapat digunakan untuk tiga data hilang pada RBLA. (W.D. Baten, 1939), ketika terdapat tiga data hilang pada rancangan blok lengkap acak, maka aturan-aturan tertentu sebagai berikut:

a) Untuk kasus 1: tidak ada 2 data hilang didalam kelompok atau perlakuan yang sama.

b) Untuk kasus 2: 3 data hilang dapat terjadi pada kelompok atau perlakuan yang sama.

c) Untuk kasus 3: nilai rs hilang bersama nilai lainya dari perlakuan r dan kelompok s.

d) Untuk kasus 4: 2 nilai hilang pada perlakuan r, dengan sepertiga diperlakuan r tapi tidak dikelompok yang sama sebagai salah satu dari dua.

e) Untuk kasus 5: 2 nilai hilang pada kelompok s, dengan sepertiga dikelompok s tapi tidak diperlakuan yang sama sebagai salah satu dari dua.

Maka bentuk matriks untuk kelima kasus diatas adalah:

- Jika X_i dan X_j pada perlakuan yang sama, maka elemen *ij* adalah (*1-k*)
- Jika X_i dan X_j pada kelompok yang sama, maka elemen *ij* adalah (*1-n*)
- Untuk setiap diagonal elemen adalah (*k-1*)(*n-1*)
- Jika X_i dan X_j tidak pada perlakuan atau kelompok yang sama, maka elemen *ij* adalah 1

I. Kasus 1

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & 1 & 1 \\ 1 & (k-1)(n-1) & 1 \\ 1 & 1 & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{ll} \\ X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kk} \\ Q_{ll} \\ Q_{mm} \end{bmatrix}$$

II. Kasus 2

Untuk 3 data hilang pada perlakuan yang sama, jika x_i dan x_j maka elemen *ij* adalah (*1-k*),

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & (1-k) & (1-k) \\ (1-k) & (k-1)(n-1) & (1-k) \\ (1-k) & (1-k) & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{ll} \\ X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kk} \\ Q_{ll} \\ Q_{mm} \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk 3 data hilang pada kelompok yang sama jika x_i dan x_j maka elemen *ij* adalah (*1-n*).

III. Kasus 3

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & (1-k) & 1 \\ (1-k) & (k-1)(n-1) & (1-k) \\ 1 & (1-k) & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{ll} \\ X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kk} \\ Q_{ll} \\ Q_{mm} \end{bmatrix}$$

IV. Kasus 4

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & (1-k) & 1 \\ (1-k) & (k-1)(n-1) & 1 \\ 1 & 1 & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{ll} \\ X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kk} \\ Q_{ll} \\ Q_{mm} \end{bmatrix}$$

V. Kasus 5

$$\begin{bmatrix} (k-1)(n-1) & (1-n) & 1 \\ (1-n) & (k-1)(n-1) & 1 \\ 1 & 1 & (k-1)(n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{kk} \\ X_{ll} \\ X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{kk} \\ Q_{ll} \\ Q_{mm} \end{bmatrix}$$

Adapun Analisis of variansi(ANAVA) untuk data hilang ialah sebagai berikut:

Tabel 2.4 Anava untuk Data Hilang

Sumber	**SS**	**Db**	**MS**	**F**
Perlakuan	$SS_{Perlakuan}$	a – 1	$\frac{SS_{perlakuan}}{a-1}$	$\frac{MS_{perlakuan}}{MS_E}$
Blok	SS_{bloks}	b – 1	$\frac{SS_{bloks}}{b-1}$	
Error	SS_E	(a -1)(b – 1) - c	$\frac{SS_E}{(a-1)(b-1)}$	
Total	SS_T	N - 1		

dimana:

FK	:faktor koreksi
N	: Jumlah seluruh data
SS_T	: Jumlah kuadrat total
$SS_{perlakuan}$	: Jumlah kuadrat perlakuan
SS_{bloks}	: Jumlah kuadrat blok
SS_E	: Jumlah kuadrat error
db	: Derajat bebas
c	:Jumlah data hilang

2.5 Least Significance Difference(LSD)

Jika dari uji hipotesis perlakuan ternyata H_0 ditolak maka akan dilakukan uji lanjut, yaitu Uji LSD. Uji LSD digunakan untuk membandingkan nilai tengah perlakuan.

Dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Hitung error baku

$$S_{\bar{X}} = \sqrt{2\frac{KTE}{r}} \tag{2.17}$$

dimana:

$S_{\bar{X}}$: error baku

r : banyak blok dalam perlakuan

2. Hitung LSD

$$LSD = t_{a/2;db(galat)} S_{\bar{X}}$$

dengan

$t_{a/2;db(galat)} S_{\bar{X}}$: tabel t dengan a sebagai tingkat signifikan.

3. Jika $\left|\bar{x}_i - \bar{x}_j\right| > LSD$ maka pasangan mean tersebut berbeda secara signifikan.