

## BAB II

### LANDASAN TEORI

Bab ini akan membahas beberapa teori pendukung yang akan digunakan dalam pembahasan “ Penyelesaian Masalah Transportasi *Fuzzy* dengan Metode *Zero Suffix* “.

#### 2.1 Model Transportasi

Model transportasi merupakan masalah yang sering dihadapi dalam pendistribusian barang (Jong, 2011). Menurut Dimiyati (1999), transportasi membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) kepada sejumlah tujuan (*demand*). Model transportasi digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi.

Menurut Aminudin (2005) tujuan dari model transportasi adalah untuk meminimumkan total biaya transportasi dengan kendala-kendala:

- a. Setiap permintaan tujuan terpenuhi
- b. Sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitasnya.

Menurut Dimiyati (2009), ciri-ciri khusus masalah transportasi adalah:

- a. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu.
- b. Kuantitas barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu.
- c. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan atau kapasitas sumber.
- d. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.

Masalah transportasi dibedakan menjadi dua macam yaitu masalah transportasi linear dan masalah transportasi *fuzzy*.

### a. Transportasi Linear

Secara umum model transportasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

di mana:

$x_{ij}$  : banyak unit barang yang akan diangkut dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$c_{ij}$  : biaya angkut per satuan barang dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$a_i$  : persediaan ke  $i$

$b_j$  : permintaan ke  $j$

Tabel untuk model transportasi linear dapat disusun seperti Tabel 2.1 berikut :

**Tabel 2.1 Model Transportasi Linear**

Sumber	Tujuan				$a_i$
	$d_1$	$d_2$	...	$d_n$	
$S_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
...	...	...	...	...	...
$S_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
$b_j$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dari kebijakan perusahaan maupun kurangnya informasi yang dimiliki. Apabila hal ini terjadi, ketidakpastian yang muncul pada parameter tersebut dapat diantisipasi dengan menggunakan operasi himpunan *fuzzy*.

Cara menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*, harus dimodelkan dulu ke dalam tabel, adapun fungsi tujuan dari masalah transportasi *fuzzy* adalah meminimumkan:

$$\tilde{z} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \tilde{x}_{ij} \tag{2.2}$$

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{a}_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m \tilde{x}_{ij} \approx \tilde{b}_j \quad j = 1, \dots, n$$

$$\tilde{x}_{ij} \geq 0 \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{Pandian, 2010:1826})$$

**Tabel 2.2 Masalah Transportasi *Not Fully Fuzzy***

Sumber	Tujuan				Persediaan
	1	.....	<i>n</i>		
1	<i>c</i> <sub>11</sub>	.....	<i>c</i> <sub>1<i>n</i></sub>	$\tilde{a}_1$	
⋮	⋮		⋮	⋮	
<i>m</i>	<i>c</i> <sub><i>m</i>1</sub>	.....	<i>c</i> <sub><i>m</i><i>n</i></sub>	$\tilde{a}_m$	
Permintaan	$\tilde{b}_1$	.....	$\tilde{b}_n$		

Keterangan :

*m* : jumlah dari titik persediaan

*n* : jumlah dari titik permintaan

$\tilde{x}_{ij}$  : jumlah tidak pasti dari unit barang yang dikirim dari titik persediaan ke titik permintaan

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

- $c_{ij}$  : biaya pasti per unit barang yang didistribusikan dari titik persediaan ke titik permintaan
- $\tilde{a}_i$  : persediaan tidak pasti pada titik persediaan ke  $i$
- $\tilde{b}_j$  : permintaan tidak pasti pada permintaan ke  $j$

## 2.2 Keseimbangan Model Transportasi

Suatu model transportasi dikatakan seimbang apabila jumlah persediaan dari beberapa sumber sama dengan jumlah permintaan, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (2.3)$$

Persoalan yang sebenarnya, kasus seimbang sangat jarang ditemui dan yang sering ditemui adalah kasus tidak seimbang, dimana jumlah persediaan lebih besar atau lebih kecil dari jumlah permintaan, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n b_j > \sum_{i=1}^m a_i \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j < \sum_{i=1}^m a_i$$

Setiap permasalahan transportasi dapat dibuat seimbang dengan cara memasukkan variabel semu (*artificial variabel*). Jika jumlah permintaan (*demand*) melebihi jumlah persediaan (*supply*), maka dibuat suatu sumber dummy yang akan mensupply kekurangan, yaitu sebanyak

$$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i \quad (2.5)$$

Sebaliknya, jika jumlah persediaan (*supply*) melebihi jumlah permintaan (*demand*), maka dibuat suatu tujuan *dummy* yang akan menyerap kelebihan tersebut, yaitu sebanyak

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j \tag{2.6}$$

Ongkos transportasi per unit ( $c_{ij}$ ) dari sumber *dummy* keseluruhan tujuan adalah nol. Hal ini dapat dipahami karena pada kenyataannya dari sumber *dummy* tidak terjadi pengiriman.

### 2.3 Metode Pendekatan untuk Menyelesaikan Masalah Transportasi Fuzzy

Penyelesaian dalam permasalahan transportasi *fuzzy*, tabel harus diubah terlebih dahulu kebentuk linear supaya lebih mudah pengerjaannya. Teknik yang digunakan untuk mengubah masalah transportasi *fuzzy* ke masalah transportasi linear dapat diselesaikan dengan metode *Robust Ranking*.

Jika  $\tilde{A}$  adalah bilangan *trapezoidal fuzzy*, maka *Robust Ranking* dapat didefinisikan sebagai berikut,

$$R(\tilde{A}) = \int_0^1 (0.5)(L,U)d\alpha \tag{2.7}$$

dengan :

$R(\tilde{A})$  : *Robust Ranking* untuk himpunan bilangan *trapezoedal fuzzy*  $\tilde{A}$ .

$\tilde{A}$  dapat berupa himpunan permintaan *fuzzy*, himpunan persediaan *fuzzy*, atau himpunan biaya *fuzzy*

$\int_0^1$  : integral dengan batas 0 sampai 1

(0.5) : nilai tengah dari interval [0,1]

(L,U) : Perhitungan batas atas dan bawah dari himpunan *fuzzy*  $\tilde{A}$

Misalkan terdapat himpunan permintaan *fuzzy*, himpunan persediaan *trapezoidal fuzzy* atau himpunan biaya *trapezoidal fuzzy* dan  $\tilde{A} = (a,b,c,d)$  adalah bilangan *trapezoidal fuzzy*, maka

$$(L,U) = \{(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha\} \tag{2.8}$$

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Contoh 2.1 :**

Misalkan terdapat himpunan *fuzzy* dengan  $(\tilde{A}) = (1,3,5,7)$ , tentukanlah  $R(\tilde{A})$  !

**Penyelesaian:**

Misalkan terdapat himpunan *fuzzy* dengan  $(\tilde{A}) = (1,3,5,7)$  *trapezoidal fuzzy*, maka

$$\begin{aligned} (L,U) &= \{(b-a)\alpha + a, d - (d-c)\alpha\} \\ &= \{(3-1)\alpha + 1, 7 - (7-5)\alpha\} \\ &= \{2\alpha + 1, 7 - 2\alpha\} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(\tilde{A}) &= \int_0^1 (0.5)(L,U)d\alpha \\ &= \int_0^1 (0.5)(8)d\alpha \\ &= \int_0^1 (4)d\alpha \\ &= 4 \end{aligned}$$

**2.4 Metode Zero Suffix**

Metode *Zero Suffix* adalah salah satu metode optimalisasi masalah transportasi yang langsung menguji keoptimuman dari tabel transportasi tanpa harus menentukan solusi awal. Jadi untuk mendapatkan solusi optimum, metode *Zero Suffix* tidak perlu menggunakan metode lain lagi seperti MODI atau *Stepping Stone*. Menurut Tofan dan Sapti (2012), langkah-langkah metode *Zero Suffix* sebagai berikut:

1. Menyusun tabel transportasi untuk masalah transportasi yang diberikan.
2. Kurangi entri biaya setiap baris pada tabel transportasi dengan  $c_{ij}$  masing-masing baris yang paling minimum dan setelah dihasilkan tabel yang baru atau tereduksi, lanjutkan dengan mengurangi entri biaya setiap kolom dari tabel transportasi yang dihasilkan dengan  $c_{ij}$  dari kolom yang paling minimum.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Dalam tabel biaya yang telah dikurangi akan ada setidaknya biaya bernilai 0 di setiap baris atau kolom, kemudian cari *suffix value* yang dinotasikan dengan S.  
 S adalah himpunan penambahan biaya yang berdekatan paling dekat dengan biaya yang bernilai 0 dari kolom tabel transportasi.
4. Pilih maksimum dari S, jika memiliki dua atau lebih biaya yang bernilai sama maka pilih salah satu dan cari biaya yang bernilai 0 pada kolom *suffix value* yang terbesar, jika tidak ada biaya yang bernilai 0 maka pilih biaya yang ada atau tersisa lalu pada biaya itu menjadi alokasi barang.
5. Kemudian pilih minimum  $\{a_i, b_j\}$  lalu alokasikan kedalam tabel transportasi.
6. Ulangi langkah 3 sampai langkah 5 hingga diperoleh biaya yang optimum. Biaya dikatakan optimum jika tabel transportasi telah terpenuhi sesuai dengan baris persediaan dan kolom permintaan.

**Contoh 2.2 :**

Suatu perusahaan memiliki 3 pabrik yang berada di X, Y dan Z. Sedangkan produk tersebut akan didistribusikan/dialokasikan ke 3 gudang penjualan di A, B dan C. Kapasitas masing-masing pabrik adalah 90 ton, 60 ton dan 50 ton, sedangkan permintaan pada tiap-tiap gudang adalah 50 ton, 110 ton dan 40 ton. Untuk setiap pengiriman perusahaan tersebut mengeluarkan biaya pengiriman per unit seperti yang tercantum pada tabel berikut.

**Tabel 2.3 Biaya Pengangkutan Setiap Ton dari Pabrik ke Gudang**

Dari/ Ke	A	B	C
X	20.000	5.000	8.000
Y	15.000	20.000	10.000
Z	25.000	10.000	19.000



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengemukakan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Jika perusahaan ingin meminimalkan biaya angkut yang dikeluarkannya maka berikanlah saran kepada perusahaan tersebut untuk mendistribusikan barang sebaik baik mungkin.

**Penyelesaian:**

Variabel keputusan:

- $x_{11}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik X ke gudang A
- $x_{12}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik X ke Gudang B
- $x_{13}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik X ke gudang C
- $x_{21}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Y ke gudang A
- $x_{22}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Y ke gudang B
- $x_{23}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Y ke gudang C
- $x_{31}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Z ke gudang A
- $x_{32}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Z ke gudang B
- $x_{33}$  : banyaknya barang (ton) yang dikirim dari pabrik Z ke gudang C

Minimumkan

$$z = 20000x_{11} + 5000x_{12} + 8000x_{13} + 15000x_{21} + 20000x_{22} + 10000x_{23} + 25000x_{31} + 10000x_{32} + 19000x_{33}$$

dengan kendala:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 90$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 60$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 50$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 50$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 110$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 40$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Penyelesaian dengan Metode *Zero Suffix*:

1. Menyusun tabel transportasi untuk masalah yang diberikan

**Tabel 2.4 Masalah Transportasi**

Sumber	Tujuan			Persediaan
	A	B	C	
X	20000	5000	8000	90
Y	15000	20000	10000	60
Z	25000	10000	19000	50
Permintaan	50	110	40	200

2. Kurangi entri biaya setiap baris pada tabel transportasi dengan  $c_{ij}$  masing-masing baris yang paling minimum, diperoleh

**Tabel 2.5 Hasil 1, Pengurangan Tiap Baris**

20000	5000	8000	⇒	15000	0	3000
15000	20000	10000		5000	10000	0
25000	10000	19000		15000	0	9000

Setelah dihasilkan tabel yang baru atau tereduksi, lanjutkan dengan mengurangi entri setiap kolom dengan  $c_{ij}$  yang paling minimum, diperoleh:

**Tabel 2.6 Hasil 1, Pengurangan Tiap Kolom**

15000	0	3000	⇒	10000	0	3000
5000	10000	0		0	1000	0
15000	0	9000		10000	0	9000

3. Berdasarkan Tabel 2.6 terdapat setidaknya biaya bernilai 0 di setiap baris dan kolom, sehingga langkah selanjutnya mencari *suffix value* ( $S$ ).

$$S = \{10000, 10000, 10000, 9000, 3000\}.$$

4. Pilih maksimum dari  $S$ , sehingga didapatkan maksimum dari  $S = 10000$  dan pada nilai maksimum tersebut yang menjadi kolom *suffix value*. selanjutnya cari biaya yang bernilai 0 pada kolom *suffix value*, kemudian

pada biaya itu menjadi alokasi barang dengan memperhatikan permintaan dan persediaan.

5. Kemudian pilih minimum  $\{a_i, b_j\}$  lalu alokasikan kedalam tabel transportasi, sehingga pengalokasian menjadi:

**Tabel 2.7 Pengalokasian Barang yang Pertama**

Sumber	Tujuan			$a_i$
	A	B	C	
X	$x_{11}$ 20000	5000	8000	90
Y	50 15000	20000	10000	60
Z	$x_{31}$ 25000	10000	19000	50
$b_j$	50	110	40	200

Berdasarkan Tabel 2.7 terlihat bahwa kolom pada Tujuan A telah terpenuhi sesuai dengan permintaan. Selanjutnya lakukan reduksi kedua terhadap biaya dengan cara yang sama, tetapi tidak mereduksi kolom atau baris yang telah memenuhi kolom permintaan dan baris persediaan, maka diperoleh

**Tabel 2.8 Hasil 2, Pengurangan Tiap Baris**

0	3000	➔	0	3000
10000	0		1000	0
0	9000		0	9000

Tabel 2.8 sudah memenuhi persyaratan, dimana memiliki setidaknya biaya yang bernilai 0 pada setiap baris dan kolom. Sehingga langkah selanjutnya mencari *suffix value*.  $S = \{10000, 9000, 3000\}$ . Pilih maksimum dari  $S$ , sehingga didapatkan maksimum dari  $S = 10000$ . Dari nilai  $S$  yang didapatkan, maka kolom *suffix value* berada di kolom kedua. Pada Tabel 2.8 biaya yang bernilai 0 terletak pada baris pertama dan kedua. Kemudian pilih minimum  $\{a_i, b_j\}$  lalu alokasikan kedalam tabel transportasi, sehingga pengalokasian menjadi:

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Tabel 2.9 Pengalokasian Barang yang Kedua**

Sumber	Tujuan			$a_i$
	A	B	C	
X	$x_{11}$ 20000	60 5000	8000	90
Y	50 15000	$x_{22}$ 20000	10000	60
Z	$x_{31}$ 25000	50 10000	19000	50
$b_j$	50	110	40	200

Setelah melakukan pengalokasian kedua, langkah selanjutnya adalah mengalokasikan barang pada kolom terakhir untuk memenuhi sesuai dengan jumlah permintaan dan persediaan. Pengalokasian dilakukan dengan cara memperhatikan biaya yang bernilai 0 dan dimulai pada baris terakhir dengan memperhatikan biaya yang bernilai 0 sampai yang terbesar, sehingga diperoleh,

**Tabel 2.11 Solusi Masalah Transportasi dengan Metode Zero Suffix**

Sumber	Tujuan			$a_i$
	A	B	C	
X	$x_{11}$ 20000	60 5000	30 8000	90
Y	50 15000	$x_{22}$ 20000	10 10000	60
Z	$x_{31}$ 25000	50 10000	$x_{33}$ 19000	50
$b_j$	50	110	40	200

Jadi diperoleh biaya yang minimum sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 f_{\min} &= (60 \times 5.000) + (30 \times 8.000) + (50 \times 15.000) + (10 \times 10.000) + (50 \times 10.000) \\
 &= 1.890.000
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Tabel 2.11 dapat disimpulkan agar biaya distribusinya minimum, maka perusahaan tersebut dapat mengalokasikan barang dari pabrik X ke gudang B dan C masing-masing berjumlah 60 ton dan 30 ton, dari pabrik Y ke gudang A

dan C masing-masing berjumlah 50 ton dan 10 ton dan pabrik Z dapat mengalokasikan barang ke B dengan jumlah 50 ton dengan biaya minimum Rp.1,890,000,-.



**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.