

## BAB II

### LANDASAN TEORI

Landasan teori dalam proposal ini menggunakan beberapa teori pendukung yang akan penulis gunakan dalam membahas laporan dengan judul “Optimasi Pendistribusian Gas Elpiji Menggunakan Metode *Goal Programming* (Studi Kasus: Gas Elpiji PT. Melayu Bumi Lestari Pekanbaru)”.

#### 2.1 Pemrograman Linier

Program linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktifitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin di lakukan.

Dalam membuat model formulasi persoalan akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam program linier, yaitu: (Tjutju Tarliyah Dimiyati, 1999).

1. Menentukan variabel keputusan atau variabel yang ingin diketahui dan digambarkan dalam simbol matematik.
2. Menentukan fungsi tujuan dan digambarkan dalam satu sel fungsi linier dari variabel keputusan yang dapat berbentuk maksimum atau minimum.
3. Menentukan kendala dan digambarkan dalam bentuk persamaan linier atau ketidaksamaan linier dari variabel keputusan.

#### 2.2 *Goal Programming*

*Goal Programming* merupakan perluasan dari model pemrograman linear, sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaan hanya terletak pada kehadiran sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan di fungsi-fungsi kendala. Oleh karena itu, konsep dasar pemrograman linear akan selalu melandasi pembahasan model *goal programming*.. Model *Goal Programming* mempunyai 3 unsur utama, yaitu variabel keputusan, fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Ada beberapa istilah yang dipergunakan dalam *Goal Programming*, yaitu: Variabel keputusan, adalah seperangkat variabel yang tidak diketahui yang berada dibawah kontrol pengambilan keputusan, yang berpengaruh terhadap solusi permasalahan dan keputusan yang akan diambil. Biasanya dilambangkan dengan  $x_j (j = 1, 2, 3, \dots, n)$ .

Nilai sisi kanan, merupakan nilai-nilai yang biasanya menunjukkan ketersediaan sumber daya (dilambangkan dengan  $b_i$ ) yang akan ditentukan kekurangan dan penggunaannya.

Koefisien teknologi, merupakan nilai-nilai numerik yang dilambangkan dengan  $a_{ij}$  yang akan dikombinasikan dengan variabel keputusan, dimana akan menunjukkan penggunaan terhadap pemenuhan nilai kanan.

Variabel deviasional, adalah variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan-penyimpangan di bawah dan di atas dari nilai sisi kanan fungsi tujuan. Variabel penyimpangan di bawah berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki, sedangkan variabel penyimpangan di atas berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di atas sasaran. Dalam *Goal Programming*, variabel diviasional dilambangkan dengan  $DB_i$  penyimpangan di bawah dan  $DA_i$  untuk penyimpangan di atas dari nilai sisi kanan tujuan.

Fungsi tujuan, adalah fungsi matematis dari variabel-variabel keputusan yang menunjukkan hubungan dengan nilai sisi kanannya, fungsi tujuan dalam *Goal Programming* adalah meminimumkan variabel deviasional.

Fungsi pencapaian, adalah fungsi matematis dari variabel-variabel simpangan yang menyatakan kombinasi sebuah objek.

Fungsi tujuan mutlak, merupakan tujuan yang tidak boleh dilanggar dengan pengertian mempunyai penyimpangan positif atau negatif bernilai nol. Prioritas pencapaian dari fungsi tujuan ini berada pada urutan pertama, solusi yang dapat dihasilkan adalah terpenuhi atau tidak terpenuhi.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. yang memungkinkan tujuan-tujuan tersebut disusun secara ordinal dalam *Goal Programming*. Sistem urutan tersebut menempatkan sasaran-sasaran tersebut dalam susunan seri.

9. Pembobotan, merupakan timbangan matematis yang dinyatakan dengan angka ordinal yang digunakan untuk membedakan variabel simpangan  $i$  dalam suatu tingkat prioritas  $k$ .

10. Fungsi Kendala.

Sebelum perumusan matematika dilakukan, kendala-kendala hendaklah dikenal pasti terlebih dahulu. Penentuan kendala adalah penting dan bergantung kepada permasalahan-permasalahan yang harus dipenuhi dalam suatu masalah pemodelan.

### 2.3 Fungsi Tujuan *Goal Programming*

Ciri khas lain yang menandai model *goal programming* adalah kehadiran sepasang variabel deviasional di dalam fungsi tujuan yang harus diminimumkan. Hal ini merupakan konsekuensi logis dari tujuan kehadiran variabel deviasional di dalam fungsi kendala sasaran. Sasaran yang telah ditetapkan akan tercapai apabila variabel deviasional  $DA_i$  dan  $DB_i$  bernilai nol. Oleh karena itu,  $DA_i$  dan  $DB_i$  harus diminimumkan dalam fungsi tujuan, sehingga fungsi tujuan model *goal programming* adalah :

Minimumkan

$$\sum_{i=1}^m DB_i + DA_i \tag{2.1}$$

### 2.4 Model Umum *Goal Programming*

Secara umum model matematis *Goal Programming* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Minimum} \sum_{i=1}^m DB_i + DA_i \tag{2.2}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + DB_1 - DA_1 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + DB_2 - DA_2 = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + DB_m - DA_m = b_m$$

Dan

$$x_j, DA_i, DB_i \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n$$

dengan :

$DA_i$  : Penyimpangan di atas sasaran

$DB_i$  : Penyimpangan di bawah sasaran

Berikut akan diberikan contoh kasus penggunaan *goal programming* (Siswanto, 2007):

**Contoh 2.1:**

Sebuah perusahaan memproduksi 2 jenis produk yang berbeda, yaitu  $x_1$  dan  $x_2$ . Kedua produk tersebut diproduksi melalui 2 tahap pemrosesan. Proses pertama mampu menghasilkan 5 unit produk  $x_1$  dan 6 unit produk  $x_2$  dengan kapasitas maksimum sebanyak 60 unit. Proses kedua mampu menghasilkan 1 unit produk  $x_1$  dan 2 unit produk  $x_2$  dengan kapasitas maksimum sebanyak 16 unit.

Dalam kasus contoh ini, perusahaan menetapkan 4 macam sasaran :

1. Kapasitas proses pertama dimanfaatkan secara maksimum.
2. Kapasitas proses kedua dimanfaatkan secara maksimum.
3. Produksi  $x_1$  paling sedikit 10 unit.
4. Produksi  $x_2$  paling sedikit 6 unit.

Berapakah jumlah produksi optimum yang dapat diproduksi perusahaan?

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Penyelesaian:**

Variabel keputusan dari contoh di atas adalah:

$x_1$  : jumlah produk  $x_1$  yang akan diproduksi

$x_2$  : jumlah produk  $x_2$  yang akan diproduksi

Fungsi kendala adalah:

$$5x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 10$$

$$x_2 \geq 6$$

Sesuai dengan sasaran yang akan dicapai, maka model *goal programming* untuk kasus ini adalah :

$$\text{Min } Z = P_1(DA_1 + DB_1) + P_2(DA_2 + DB_2) + P_3(DB_3) + P_4(DB_4)$$

ST:

$$\text{I} \quad 5x_1 + 6x_2 + DB_1 - DA_1 = 60$$

$$\text{II} \quad x_1 + 2x_2 + DB_2 - DA_2 = 40$$

$$\text{III} \quad x_1 + DB_3 = 10$$

$$\text{IV} \quad x_2 + DB_4 = 6$$

dimana:

$DB_i$  : Penyimpangan di bawah sasaran

$DA_i$  : Penyimpangan di atas sasaran

$P_i$  : Tujuan yang ingin dicapai

$i$  : 1,2,3,4

Penyelesaian model ini dimulai dengan membuat tabel simpleks awal, sebagai berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Tabel 2.3 Tabel Awal Simpleks**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
$P_k$	$C_i$	VB	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_1$	1	$DB_1$	5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
$P_2$	1	$DB_2$	1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
$P_3$	1	$DB_3$	1	0	0	0	0	0	1	0	10	
$P_4$	1	$DB_4$	0	1	0	0	0	0	0	1	6	
$Z_j$	$P_1$		5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
	$P_2$		1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
	$P_3$		1	0	0	0	0	0	1	0	10	
	$P_4$		0	1	0	0	0	0	0	1	6	
$C_j - Z_j$	$P_1$		-5	-6	2	0	1	1	1	1		
	$P_2$		-1	-2	1	1	2	0	1	1		
	$P_3$		-1	0	1	1	1	1	0	1		
	$P_4$		0	-1	1	1	1	1	1	0		

Berdasarkan Tabel 2.3 yang menjadi kolom kunci adalah kolom ke-1 karena  $c_j - z_j$  memiliki nilai negatif terbesar yaitu -6 dan yang menjadi baris kunci adalah ke-3 karena  $b_i/a_{ij}$  terkecil, yaitu:

$$\frac{60}{6} = 10; \frac{16}{2} = 8; \frac{10}{0} = \infty; \frac{6}{1} = 6$$

Pemilihan kolom kunci dan baris kunci dapat dilihat pada tabel 2.4

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Tabel 2.4 Tabel Awal Simpleks (Pemilihan Kolom Kunci dan Baris Kunci)**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
$P_k$	$C_i$	VB	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_1$	1	$DB_1$	5	6	-1	1	0	0	0	0	60	10
$P_2$	1	$DB_2$	1	2	0	0	-1	1	0	0	16	8
$P_3$	1	$DB_3$	1	0	0	0	0	0	1	0	10	$\infty$
$P_4$	1	$DB_4$	0	1	0	0	0	0	0	1	6	6
$Z_j$	$P_1$		5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
	$P_2$		1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
	$P_3$		1	0	0	0	0	0	1	0	10	
	$P_4$		0	1	0	0	0	0	0	1	6	
$C_j - Z_j$	$P_1$		-5	-6	2	0	1	1	1	1		
	$P_2$		-1	-2	1	1	2	0	1	1		
	$P_3$		-1	0	1	1	1	1	0	1		
	$P_4$		0	-1	1	1	1	1	1	0		

Langkah selanjutnya adalah mencari sistem kanonikal yaitu sistem dimana nilai elemen pivot bernilai 1 dan elemen lain bernilai nol dengan cara melakukan OBE pada baris selain baris kunci maka hasilnya didapatkan pada tabel 2.5.

**Tabel 2.5 Tabel Simpleks Iterasi I**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
$P_k$	$C_i$	VB	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_1$	1	$DB_1$	5	0	-1	1	0	0	0	0	24	24/5
$P_2$	1	$DB_2$	1	0	0	0	-1	1	0	0	4	4
$P_3$	1	$DB_3$	1	0	0	0	0	0	1	0	10	10
	0	$x_2$	0	1	0	0	0	0	0	1	6	$\infty$
$Z_j$	$P_1$		5	0	-1	1	0	0	0	-6	24	
	$P_2$		1	0	0	0	-1	1	0	-2	4	
	$P_3$		1	0	0	0	0	0	1	2	10	
$C_j - Z_j$	$P_1$		-5	0	2	0	1	1	1	7		
	$P_2$		-1	0	1	1	2	0	1	3		
	$P_3$		-1	0	1	1	1	1	0	1		

Dengan perhitungan yang sama, dilakukan iterasi II karena nilai  $C_j - Z_j$  masih terdapat negatif, maka perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.6.

**Tabel 2.6 Tabel Simpleks Iterasi II**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1			
$P_k$	$C_i$	VB	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_1$	1	$DB_1$	0	0	-1	1	5	-5	0	4	4	4/5
	0	$x_1$	1	0	0	0	-1	1	0	-2	4	-4
$P_3$	1	$DB_3$	0	0	0	0	1	-1	1	2	6	6
	0	$x_2$	0	1	0	0	0	0	0	1	6	$\infty$
$Z_j$	$P_1$		0	0	-1	1	5	0	1	-3	10	
	$P_3$		0	0	0	0	1	0	0	-1	0	
$C_j - Z_j$	$P_1$		0	0	2	0	-4	1	0	-3		
	$P_3$		0	0	1	1	1	1	1	-1		



Dapat dilihat pada Tabel 2.6 masih terdapat nilai negatif pada  $C_j - Z_j$ . Untuk memilih kolom kunci nya kita bisa lihat nilai negatif terbesar yaitu: -4, maka dilakukan perhitungan untuk iterasi ke III. Untuk perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.7.

**Tabel 2.7 Tabel Simpleks Iterasi III**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
$P_k$	$C_i$	VB	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_2$	1	$DA_2$	0	0	-1/5	1/5	-1	1	0	4/5	4/5	1
	0	$x_1$	1	0	-1/5	1/5	0	0	0	-6/5	44/5	-22/3
$P_3$	1	$DB_3$	0	0	1/5	-1/5	0	0	1	6/5	51/5	51/6
	0	$x_2$	0	1	0	0	0	0	0	1	6	6
$Z_j$	$P_2$		0	0	-1/5	1/5	-1	1	0	4/5	4/5	
	$P_3$		0	0	1/5	-1/5	0	0	1	6/5	51/5	
$C_j - Z_j$	$P_1$		0	0	6/5	4/5	2	0	1	1/5		
	$P_3$		0	0	4/5	6/5	1	1	0	-1/5		

Berdasarkan Tabel 2.7 di atas dapat dilihat bahwa masih terdapat nilai negatif pada  $C_j - Z_j$  yaitu : -1/5, maka sama seperti iterasi I, II dan III dilakukan perhitungan untuk iterasi IV, perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.8.

**Tabel 2.8 Tabel Simpleks Iterasi IV**

	$C_j$	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
$P_k$	$C_i$	$VB$	$x_1$	$x_2$	$DA_1$	$DB_1$	$DA_2$	$DB_2$	$DB_3$	$DB_4$	$b_i$	$b_i/a_{ij}$
$P_4$	1	$DB_4$	0	0	-1/4	1/4	-5/4	0	0	1	1	
	0	$x_1$	1	0	-1/2	1/2	3/2	1	0	0	6	
$P_3$	1	$DB_3$	0	0	1/2	-1/2	-3/2	0	1	0	4	
	0	$x_2$	0	1	1/4	-1/4	-5/4	0	0	0	5	
$Z_j$	$P_4$		0	0	-1/4	1/4	-5/4	0	0	1	1	
	$P_3$		0	0	1/2	-1/2	-3/2	0	1	0	4	
$C_j - Z_j$	$P_4$		0	0	5/4	3/4	9/4	1	1	0		
	$P_3$		0	0	1/2	3/2	5/2	1	0	1		

Berdasarkan Tabel 2.8 diperoleh solusi optimal karena seluruh  $C_j - Z_j \geq 0$ . Tabel optimal bukan hanya menayangkan penyelesaian optimal saja, tetapi juga memberikan informasi mengenai sasaran mana yang tercapai dan sasaran mana yang tidak tercapai. Dengan demikian solusi yang optimal adalah perusahaan memproduksi produk  $x_1$  sebanyak 6 unit dan produk  $x_2$  sebanyak 5 unit.

Sasaran prioritas ke-3 dan ke-4 tidak tercapai karena masing-masing memiliki penyimpangan yang bernilai  $\geq 0$ , yaitu  $DB_3 = 4$  dan  $DB_4 = 1$ . Sedangkan sasaran prioritas pertama dan kedua tercapai karena  $DB_1$  dan  $DB_2 = 0$ . Dapat disimpulkan bahwa dengan produksi 6 unit  $x_1$  dan 5 unit  $x_2$  maka ada dua sasaran yang tercapai, yaitu :

1. Kapasitas proses pertama dimanfaatkan secara maksimum.
2. Kapasitas proses kedua dimanfaatkan secara maksimum.