

BAB II

LANDASAN TEORI

Landasan teori dalam proposal ini menggunakan beberapa teori pendukung yang akan penulis gunakan dalam membahas laporan dengan judul “Optimasi Pendistribusian Gas Elpiji Menggunakan Metode *Goal Programming* (Studi Kasus: Gas Elpiji PT. Melayu Bumi Lestari Pekanbaru)”.

2.1 Pemrograman Linier

Program linier adalah suatu cara untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas diantara beberapa aktifitas yang bersaing, dengan cara yang terbaik yang mungkin di lakukan.

Dalam membuat model formulasi persoalan akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam program linier, yaitu: (Tjutju Tarliyah Dimiyati, 1999).

1. Menentukan variabel keputusan atau variabel yang ingin diketahui dan digambarkan dalam simbol matematik.
2. Menentukan fungsi tujuan dan digambarkan dalam satu sel fungsi linier dari variabel keputusan yang dapat berbentuk maksimum atau minimum.
3. Menentukan kendala dan digambarkan dalam bentuk persamaan linier atau ketidaksamaan linier dari variabel keputusan.

2.2 *Goal Programming*

Goal Programming merupakan perluasan dari model pemrograman linear, sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaan hanya terletak pada kehadiran sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan di fungsi-fungsi kendala. Oleh karena itu, konsep dasar pemrograman linear akan selalu melandasi pembahasan model *goal programming*.. Model *Goal Programming* mempunyai 3 unsur utama, yaitu variabel keputusan, fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Ada beberapa istilah yang dipergunakan dalam *Goal Programming*, yaitu: Variabel keputusan, adalah seperangkat variabel yang tidak diketahui yang berada dibawah kontrol pengambilan keputusan, yang berpengaruh terhadap solusi permasalahan dan keputusan yang akan diambil. Biasanya dilambangkan dengan $x_j (j = 1, 2, 3, \dots, n)$.

Nilai sisi kanan, merupakan nilai-nilai yang biasanya menunjukkan ketersediaan sumber daya (dilambangkan dengan b_i) yang akan ditentukan kekurangan dan penggunaannya.

Koefisien teknologi, merupakan nilai-nilai numerik yang dilambangkan dengan a_{ij} yang akan dikombinasikan dengan variabel keputusan, dimana akan menunjukkan penggunaan terhadap pemenuhan nilai kanan.

Variabel deviasional, adalah variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan-penyimpangan di bawah dan di atas dari nilai sisi kanan fungsi tujuan. Variabel penyimpangan di bawah berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki, sedangkan variabel penyimpangan di atas berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di atas sasaran. Dalam *Goal Programming*, variabel deviasional dilambangkan dengan DB_i penyimpangan di bawah dan DA_i untuk penyimpangan di atas dari nilai sisi kanan tujuan.

Fungsi tujuan, adalah fungsi matematis dari variabel-variabel keputusan yang menunjukkan hubungan dengan nilai sisi kanannya, fungsi tujuan dalam *Goal Programming* adalah meminimumkan variabel deviasional.

Fungsi pencapaian, adalah fungsi matematis dari variabel-variabel simpangan yang menyatakan kombinasi sebuah objek.

Fungsi tujuan mutlak, merupakan tujuan yang tidak boleh dilanggar dengan pengertian mempunyai penyimpangan positif atau negatif bernilai nol. Prioritas pencapaian dari fungsi tujuan ini berada pada urutan pertama, solusi yang dapat dihasilkan adalah terpenuhi atau tidak terpenuhi.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

8. yang memungkinkan tujuan-tujuan tersebut disusun secara ordinal dalam *Goal Programming*. Sistem urutan tersebut menempatkan sasaran-sasaran tersebut dalam susunan seri.

9. Pembobotan, merupakan timbangan matematis yang dinyatakan dengan angka ordinal yang digunakan untuk membedakan variabel simpangan i dalam suatu tingkat prioritas k .

10. Fungsi Kendala.

Sebelum perumusan matematika dilakukan, kendala-kendala hendaklah dikenal pasti terlebih dahulu. Penentuan kendala adalah penting dan bergantung kepada permasalahan-permasalahan yang harus dipenuhi dalam suatu masalah pemodelan.

2.3 Fungsi Tujuan *Goal Programming*

Ciri khas lain yang menandai model *goal programming* adalah kehadiran sepasang variabel deviasional di dalam fungsi tujuan yang harus diminimumkan. Hal ini merupakan konsekuensi logis dari tujuan kehadiran variabel deviasional di dalam fungsi kendala sasaran. Sasaran yang telah ditetapkan akan tercapai apabila variabel deviasional DA_i dan DB_i bernilai nol. Oleh karena itu, DA_i dan DB_i harus diminimumkan dalam fungsi tujuan, sehingga fungsi tujuan model *goal programming* adalah :

Minimumkan

$$\sum_{i=1}^m DB_i + DA_i \tag{2.1}$$

2.4 Model Umum *Goal Programming*

Secara umum model matematis *Goal Programming* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Minimum} \sum_{i=1}^m DB_i + DA_i \tag{2.2}$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

dengan kendala:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + DB_1 - DA_1 = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + DB_2 - DA_2 = b_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + DB_m - DA_m = b_m$$

Dan

$$x_j, DA_i, DB_i \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, \dots, n$$

dengan :

DA_i : Penyimpangan di atas sasaran

DB_i : Penyimpangan di bawah sasaran

Berikut akan diberikan contoh kasus penggunaan *goal programming* (Siswanto, 2007):

Contoh 2.1:

Sebuah perusahaan memproduksi 2 jenis produk yang berbeda, yaitu x_1 dan x_2 . Kedua produk tersebut diproduksi melalui 2 tahap pemrosesan. Proses pertama mampu menghasilkan 5 unit produk x_1 dan 6 unit produk x_2 dengan kapasitas maksimum sebanyak 60 unit. Proses kedua mampu menghasilkan 1 unit produk x_1 dan 2 unit produk x_2 dengan kapasitas maksimum sebanyak 16 unit.

Dalam kasus contoh ini, perusahaan menetapkan 4 macam sasaran :

1. Kapasitas proses pertama dimanfaatkan secara maksimum.
2. Kapasitas proses kedua dimanfaatkan secara maksimum.
3. Produksi x_1 paling sedikit 10 unit.
4. Produksi x_2 paling sedikit 6 unit.

Berapakah jumlah produksi optimum yang dapat diproduksi perusahaan?

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Penyelesaian:

Variabel keputusan dari contoh di atas adalah:

x_1 : jumlah produk x_1 yang akan diproduksi

x_2 : jumlah produk x_2 yang akan diproduksi

Fungsi kendala adalah:

$$5x_1 + 6x_2 \leq 60$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 \geq 10$$

$$x_2 \geq 6$$

Sesuai dengan sasaran yang akan dicapai, maka model *goal programming* untuk kasus ini adalah :

$$\text{Min } Z = P_1(DA_1 + DB_1) + P_2(DA_2 + DB_2) + P_3(DB_3) + P_4(DB_4)$$

ST:

$$\text{I} \quad 5x_1 + 6x_2 + DB_1 - DA_1 = 60$$

$$\text{II} \quad x_1 + 2x_2 + DB_2 - DA_2 = 40$$

$$\text{III} \quad x_1 + DB_3 = 10$$

$$\text{IV} \quad x_2 + DB_4 = 6$$

dimana:

DB_i : Penyimpangan di bawah sasaran

DA_i : Penyimpangan di atas sasaran

P_i : Tujuan yang ingin dicapai

i : 1,2,3,4

Penyelesaian model ini dimulai dengan membuat tabel simpleks awal, sebagai berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tabel 2.3 Tabel Awal Simpleks

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_1	1	DB_1	5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
P_2	1	DB_2	1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
P_3	1	DB_3	1	0	0	0	0	0	1	0	10	
P_4	1	DB_4	0	1	0	0	0	0	0	1	6	
Z_j	P_1		5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
	P_2		1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
	P_3		1	0	0	0	0	0	1	0	10	
	P_4		0	1	0	0	0	0	0	1	6	
$C_j - Z_j$	P_1		-5	-6	2	0	1	1	1	1		
	P_2		-1	-2	1	1	2	0	1	1		
	P_3		-1	0	1	1	1	1	0	1		
	P_4		0	-1	1	1	1	1	1	0		

Berdasarkan Tabel 2.3 yang menjadi kolom kunci adalah kolom ke-1 karena $c_j - z_j$ memiliki nilai negatif terbesar yaitu -6 dan yang menjadi baris kunci adalah ke-3 karena b_i/a_{ij} terkecil, yaitu:

$$\frac{60}{6} = 10; \frac{16}{2} = 8; \frac{10}{0} = \infty; \frac{6}{1} = 6$$

Pemilihan kolom kunci dan baris kunci dapat dilihat pada tabel 2.4

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Tabel 2.4 Tabel Awal Simpleks (Pemilihan Kolom Kunci dan Baris Kunci)

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_1	1	DB_1	5	6	-1	1	0	0	0	0	60	10
P_2	1	DB_2	1	2	0	0	-1	1	0	0	16	8
P_3	1	DB_3	1	0	0	0	0	0	1	0	10	∞
P_4	1	DB_4	0	1	0	0	0	0	0	1	6	6
Z_j	P_1		5	6	-1	1	0	0	0	0	60	
	P_2		1	2	0	0	-1	1	0	0	16	
	P_3		1	0	0	0	0	0	1	0	10	
	P_4		0	1	0	0	0	0	0	1	6	
$C_j - Z_j$	P_1		-5	-6	2	0	1	1	1	1		
	P_2		-1	-2	1	1	2	0	1	1		
	P_3		-1	0	1	1	1	1	0	1		
	P_4		0	-1	1	1	1	1	1	0		

Langkah selanjutnya adalah mencari sistem kanonikal yaitu sistem dimana nilai elemen pivot bernilai 1 dan elemen lain bernilai nol dengan cara melakukan OBE pada baris selain baris kunci maka hasilnya didapatkan pada tabel 2.5.

Tabel 2.5 Tabel Simpleks Iterasi I

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_1	1	DB_1	5	0	-1	1	0	0	0	0	24	24/5
P_2	1	DB_2	1	0	0	0	-1	1	0	0	4	4
P_3	1	DB_3	1	0	0	0	0	0	1	0	10	10
	0	x_2	0	1	0	0	0	0	0	1	6	∞
Z_j	P_1		5	0	-1	1	0	0	0	-6	24	
	P_2		1	0	0	0	-1	1	0	-2	4	
	P_3		1	0	0	0	0	0	1	2	10	
$C_j - Z_j$	P_1		-5	0	2	0	1	1	1	7		
	P_2		-1	0	1	1	2	0	1	3		
	P_3		-1	0	1	1	1	1	0	1		

Dengan perhitungan yang sama, dilakukan iterasi II karena nilai $C_j - Z_j$ masih terdapat negatif, maka perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.6.

Tabel 2.6 Tabel Simpleks Iterasi II

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1			
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_1	1	DB_1	0	0	-1	1	5	-5	0	4	4	4/5
	0	x_1	1	0	0	0	-1	1	0	-2	4	-4
P_3	1	DB_3	0	0	0	0	1	-1	1	2	6	6
	0	x_2	0	1	0	0	0	0	0	1	6	∞
Z_j	P_1		0	0	-1	1	5	0	1	-3	10	
	P_3		0	0	0	0	1	0	0	-1	0	
$C_j - Z_j$	P_1		0	0	2	0	-4	1	0	-3		
	P_3		0	0	1	1	1	1	1	-1		

Dapat dilihat pada Tabel 2.6 masih terdapat nilai negatif pada $C_j - Z_j$. Untuk memilih kolom kunci nya kita bisa lihat nilai negatif terbesar yaitu: -4, maka dilakukan perhitungan untuk iterasi ke III. Untuk perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.7.

Tabel 2.7 Tabel Simpleks Iterasi III

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_2	1	DA_2	0	0	-1/5	1/5	-1	1	0	4/5	4/5	1
	0	x_1	1	0	-1/5	1/5	0	0	0	-6/5	44/5	-22/3
P_3	1	DB_3	0	0	1/5	-1/5	0	0	1	6/5	51/5	51/6
	0	x_2	0	1	0	0	0	0	0	1	6	6
Z_j	P_2		0	0	-1/5	1/5	-1	1	0	4/5	4/5	
	P_3		0	0	1/5	-1/5	0	0	1	6/5	51/5	
$C_j - Z_j$	P_1		0	0	6/5	4/5	2	0	1	1/5		
	P_3		0	0	4/5	6/5	1	1	0	-1/5		

Berdasarkan Tabel 2.7 di atas dapat dilihat bahwa masih terdapat nilai negatif pada $C_j - Z_j$ yaitu : -1/5, maka sama seperti iterasi I, II dan III dilakukan perhitungan untuk iterasi IV, perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.8.

Tabel 2.8 Tabel Simpleks Iterasi IV

	C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	1		
P_k	C_i	VB	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	DB_3	DB_4	b_i	b_i/a_{ij}
P_4	1	DB_4	0	0	-1/4	1/4	-5/4	0	0	1	1	
	0	x_1	1	0	-1/2	1/2	3/2	1	0	0	6	
P_3	1	DB_3	0	0	1/2	-1/2	-3/2	0	1	0	4	
	0	x_2	0	1	1/4	-1/4	-5/4	0	0	0	5	
Z_j	P_4		0	0	-1/4	1/4	-5/4	0	0	1	1	
	P_3		0	0	1/2	-1/2	-3/2	0	1	0	4	
$C_j - Z_j$	P_4		0	0	5/4	3/4	9/4	1	1	0		
	P_3		0	0	1/2	3/2	5/2	1	0	1		

Berdasarkan Tabel 2.8 diperoleh solusi optimal karena seluruh $C_j - Z_j \geq 0$. Tabel optimal bukan hanya menayangkan penyelesaian optimal saja, tetapi juga memberikan informasi mengenai sasaran mana yang tercapai dan sasaran mana yang tidak tercapai. Dengan demikian solusi yang optimal adalah perusahaan memproduksi produk x_1 sebanyak 6 unit dan produk x_2 sebanyak 5 unit.

Sasaran prioritas ke-3 dan ke-4 tidak tercapai karena masing-masing memiliki penyimpangan yang bernilai ≥ 0 , yaitu $DB_3 = 4$ dan $DB_4 = 1$. Sedangkan sasaran prioritas pertama dan kedua tercapai karena DB_1 dan $DB_2 = 0$. Dapat disimpulkan bahwa dengan produksi 6 unit x_1 dan 5 unit x_2 maka ada dua sasaran yang tercapai, yaitu :

1. Kapasitas proses pertama dimanfaatkan secara maksimum.
2. Kapasitas proses kedua dimanfaatkan secara maksimum.