BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Optimasi

Optimasi adalah sarana untuk mengekspresikan model matematika yang bertujuan memecahkan masalah dengan cara terbaik. Model optimasi telah digunakan selama berabad-abad untuk tujuan bisnis, hal ini berarti memaksimalkan keuntungan dan efisiensi serta meminimalkan kerugian, biaya atau resiko (Purba: 2012). Dalam optimasi, yang akan dicari adalah nilai-nilai variabel yang tidak melanggar (bertentangan) dengan pembatas-pembatas atau fungsi kendalanya dan yang memberikan nilai optimal (maksimum atau minimum) pada fungsi tujuan. Sementara itu, Dimyati (2009) mengatakan perencanaan aktivitas-aktivitas untuk memperoleh suatu hasil optimum, yaitu hasil yang mencapai tujuan terbaik diantara seluruh alternatif yang fisibel adalah program linear *(linear programming).*

Menurut Purba (2012), agar suatu masalah optimasi dapat diselesaikan dengan program linear *(linear programming),* ada beberapa syarat atau karakteristik yang harus dipenuhi, yaitu:

1. Masalah tersebut harus dapat diubah menjadi permasalahan matematis. Ini berarti bahwa masalah tersebut harus bisa dituangkan ke dalam bentuk model matematik, dalam hal ini model linear, baik berupa persamaan maupun pertidaksamaan.
2. Adanya sasaran. Sasaran dalam model matematika masalah program linear berupa fungsi tujuan (fungsi objektif) yang akan dicari nilai optimalnya (maksimum atau minimum).
3. Ada tindakan alternatif, artinya nilai fungsi tujuan dapat diperoleh dengan berbagai cara dan diantaranya alternatif itu memberikan nilai optimal.
4. Sumber-sumber tersedia dalam jumlah yang terbatas (bahan mentah terbatas, modal terbatas, waktu terbatas, dll). Pembatasan-pembatasan harus dinyatakan di dalam ketidaksamaan yang linear *(linear inequalities).*

5. Keseluruhan sistem permasalahan harus dapat dipilah-pilah menjadi satuan-satuan aktivitas, sebagai misal: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \le k_1$, di mana x_1 dan x_2 adalah aktivitas.
6. Masing-masing aktivitas harus dapat ditentukan dengan tepat baik jenis maupun letaknya dalam model programasi.
7. Setiap aktivitas harus dapat dikuantifikasikan sehingga masing-masing nilainya dapat dihitung dan dibandingkan.
8. Koefisien model diketahui dengan pasti.
9. Bilangan yang digunakan dapat bernilai bulat atau pecahan.
10. Semua variabel keputusan harus bernilai non negatif.

2.2 *Linear Programming* (LP)

Linear programming (program linear) merupakan suatu teknik untuk menyelesaikan persoalan pengalokasian sumber-sumber yang terbatas di antara beberapa aktivitas yang bersaing dengan cara terbaik sehingga menghasilkan solusi optimal. Penyelesaiannya, *linear programming* menggunakan model matematis yang dibangun dengan diperlukannya fungsi tujuan dan fungsi kendala.

Fungsi tujuan adalah fungsi yang menggambarkan tujuan atau sasaran di dalam permasalahan *linear programming* yang berkaitan dengan pengaturan secara optimal (maksimum atau minimum). Umumnya nilai yang akan dioptimalkan dinyatakan sebagai Z. Fungsi batasan merupakan bentuk penyajian secara matematis batasan-batasan kapasitas yang tersedia yang akan dialokasikan secara optimal ke berbagai aktivitas.

Formulasi model matematis dari *linear programming* yaitu:

Maksimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$, (2.1)

dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i , \quad (2.2)$$

$$x_j \ge 0,$$

dengan

Z	: Fungsi tujuan (*Objective function*)
x	: Variabel keputusan
c	: Kontribusi masing-masing variabel terhadap tujuan
a	: Penggunaan per unit variabel keputusan akan sumber daya yang membatasi
b	: Jumlah tiap sumber daya yang tersedia
$x_j \geq 0$	: Pembatas non negatif
i	: 1, 2, …, m
j	: 1, 2, …, n

2.3 Metode Simpleks (*Simplex Method*)

Salah satu penentuan solusi optimal yang digunakan dalam *linear programming* adalah metode simpleks. Masalah *Linear Programming* yang melibatkan banyak variabel keputusan dapat dengan cepat dipecahkan dengan bantuan komputer. Jika variabel keputusan yang dikandung tidak terlalu banyak, maka masalah tersebut dapat diselesaikan dengan suatu algoritma yang biasanya sering disebut dengan metode tabel simpleks yaitu kombinasi variabel keputusan optimal yang dicari dengan menggunakan tabel-tabel.

Menurut Subagyo dkk (1995), langkah-langkah metode simpleks adalah sebagai berikut:

1. Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

   Fungsi tujuan diubah menjadi fungsi implisit, artinya semua $c_j x_j$ digeser ke kiri.
2. Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel

   Setelah formulasi disusun ke dalam tabel dan simbol, maka akan tampak seperti pada tabel 2.1.

Tabel 2.1 Tabel Simpleks dalam Bentuk Simbol

Variabel dasar	Z	x_1	x_2	…	x_n	x_{n+1}	x_{n+2}	…	x_{n+m}	NK
Z	1	$-c_1$	$-c_2$	…	$-c_n$	0	0	…	0	0
x_{n+1}	0	a_{11}	a_{12}	…	a_{1n}	1	0	…	0	b_1
x_{n+2}	0	a_{21}	a_{22}	…	a_{2n}	0	1	…	0	b_2
.	.	.	.	…	.	.	.	…	.	.
.	.	.	.	…	.	.	.	…	.	.
x_{n+m}	0	a_{m1}	a_{m1}	…	a_{mn}	0	0	…	1	b_m

NK adalah nilai kanan persamaan, yaitu nilai dibelakang tanda sama dengan $(=)$. Variabel dasar adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Berdasarkan tabel tersebut, nilai variabel dasar pada fungsi tujuan ini (fungsi permulaan) ini harus 0, dan nilainya pada kendala-kendala bertanda positif. Setelah data disusun dalam tabel-tabel di atas kemudian di adakan perubahan-perubahan agar dapat mencapai titik optimal, dengan langkah-langkah selanjutnya.

3. Memilih kolom kunci

Kolom kunci adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel di atas. Dipilih kolom yang mempunyai nilai pada baris fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar. Kalau suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi.

4. Memilih baris kunci

Baris kunci adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel tersebut di atas. Untuk itu, terlebih dahulu dicari indeks tiap-tiap baris dengan cara membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.

$$indeks = {}^{nilai\ kolom\ NK}\!/_{nilai\ kolom\ kunci}. \qquad (2.3)$$

Kemudian dipilih angka yang memiliki nilai positif terkecil.

5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci.

6. Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

   Nilai-nilai baris yang lain, selain pada baris kunci dapat diubah dengan rumus berikut:

   $$baris\ baru = baris\ lama - (koefisien\ pada\ kolom\ kunci) \times nilai\ baru\ baris\ kunci \qquad (2.4)$$

7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan atau perubahan-perubahan

   Ulangi langkah perbaikan mulai langkah ke-3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah atau diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.

Menurut Subagyo dkk (1995), terdapat beberapa ketentuan tambahan yang berupa:

1. Terdapat lebih dari satu kolom bernilai negatif terbesar yang sama

   Jika pada baris fungsi tujuan terdapat lebih dari satu kolom yang mempunyai nilai negatif yang angkanya terbesar dan sama, maka ada dua kolom yang bisa terpilih menjadi kolom kunci. Untuk mengatasi hal ini, dapat dipilih salah satu secara sembarang.
2. Dua baris atau lebih mempunyai indeks positif terkecil

   Jika ada dua baris atau lebih yang mempunyai nilai positif terkecil yang sama, maka ada beberapa baris yang dapat terpilih sebagai baris kunci. Dapat dipilih baris kunci secara bebas di antara keduaya dan hasilnya akan sama.
3. Kenaikan nilai Z tidak terbatas

   Nilai Z (tujuan) suatu permasalahan dapat ditambah terus bila paling tidak ada satu kegiatan yang tidak ada batasannya. Kalau di dalam *linear programmimg* muncul hal-hal semacam ini, tidak perlu dilanjutkan, cukup disebutkan bahwa kenaikan nilai Z dapat tidak terbatas. Disamping itu, ada baiknya pula bila diteliti lagi formulasi masalahnya, sebab hal ini dapat pula terjadi karena kesalahan dalam formulasi.

4. *Multiple Optional Solutions*

   Untuk mengetahui apakah suatu masalah *linear programming* bersifat *multiple solutions* atau tidak, dilihat baris fungsi tujuan pada tabel terakhir (optimal). Apabila dalam baris itu terdapat paling tidak satu kolom variabel yang mempunyai nilai 0 maka masalah itu bersifat *multiple solutions.* Masalah itu akan menghasilkan paling tidak dua alternatif yang mempunyai nilai Z yang sama.

Selain itu juga ada penyimpangan-penyimpangan dari bentuk standar, di mana penyimpangan-penyimpangan tersebut akan di atasi agar bisa diselesaikan dengan metode simpleks diantaranya adalah:

a. Batasan dengan tanda “sama dengan”

   Jika suatu batasan memakai tanda kesamaan, maka cara mengatasinya dengan menambahkan variabel buatan (*artificial variable*).

b. Minimasi

   Fungsi tujuan dari permasalahan *linear programming* yang bersifat minimasi, harus diubah menjadi maksimasi, agar sesuai dengan bentuk standar, yaitu maksimasi. Caranya adalah dengan mengganti tanda positif dan negatif pada fungsi tujuan.

c. Fungsi pembatas bertanda $\geq$

   Bila suatu fungsi pembatas bertanda $\geq$, maka harus diubah menjadi $\leq$ dan akhirnya menjadi $=$ agar dapat diselesaikan dengan metode simpleks.

d. Bagian kanan persamaan bertanda negatif

   Bila bagian kanan persamaan bertanda negatif maka harus diubah menjadi positif. Caranya dengan mengubah tanda positif negatif dari tiap-tiap koefisien, kemudian ditambah dengan variabel buatan.

2.4 *Fuzzy Linear Programming* (FLP)

Menurut Astonis (2014) logika *fuzzy* adalah peningkatan dari logika *Boolean* yang berhadapan dengan konsep kebenaran sebagian. Dimana logika klasik (*crisp*) menyatakan bahwa segala hal dapat diekspresikan dalam istilah binary (0 atau 1, hitam atau putih, ya atau tidak).

Nilai keanggotaan himpunan klasik (*crisp*) pada suatu item x dalam himpunan A, yang sering ditulis dengan $\mu A[X]$, memiliki 2 kemungkinan (kusumadewi dkk, 2010) yaitu:

1. Satu (1), yang berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, atau
2. Nol (0), yang berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.

Penyelesaian dengan *fuzzy linear programming* (FLP) adalah pencarian suatu nilai Z yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimasikan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan *fuzzy* (Zimmermann, 1991). Salah satu masalah LP adalah dengan parameter *fuzzy* yang dalam hal ini yang menjadi parameter *fuzzy* adalah fungsi pembatas pada sumber atau fasilitas (b_i). Adapun bentuk modelnya adalah

Maksimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$,

dengan kendala: (2.5)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i ,$$

$$x_j \geq 0,$$

dengan $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$

Misalkan $p_i > 0$ adalah toleransi dari b_i yang menggambarkan adanya unsur *fuzzy*, maka model matematikanya menjadi

Maksimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$,

dengan kendala: (2.6)

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + p_i,$$

$$x_j \ge 0,$$

dengan $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$

Misalkan Z^0 merupakan solusi optimal dari LP pada persamaan 2.5 dan Z^1 merupakan solusi optimal dari LP pada persamaan 2.6.

Berikut didefinisikan fungsi keanggotaan dari fungsi kendala ke-i, yaitu:

$$\mu_i\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j\right) = \begin{cases} 1 & ; \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i \\ 1 - \dfrac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - b_i}{p_i} & ; b_i < \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i + p_i \\ 0 & ; \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j > b_i + p_i \end{cases} \quad (2.7)$$

Selanjutnya didefinisikan fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat optimalitas dari nilai fungsi tujuan $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$ sebagai berikut:

$$\mu_0(x)=\begin{cases} 1 & ;\ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j > Z^1 \\ \dfrac{\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - Z^0}{Z^1 - Z^0} & ;\ Z^0 \le \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \le Z^1 \\ 0 & ;\ \sum_{j=1}^{n} c_j x_j < Z^0 \end{cases} \tag{2.8}$$

Didefinisikan juga fungsi keanggotaan yang menggambarkan derajat toleransi dari pelanggaran pembatas ke-i sebagai berikut:

$$\mu_i(x)=\begin{cases} 1 & ;\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i \\ \dfrac{(b_i + p_i) - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j}{p_i} & ;\ b_i \le \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i + p_i \\ 0 & ;\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j > b_i + p_i \end{cases} \tag{2.9}$$

Misalkan fungsi λ didefinisikan sebagai berikut:

$$\lambda = \min_{x \ge 0}\left[\mu_0(x), \mu_1(x), \cdots, \mu_m(x)\right] \tag{2.10}$$

artinya nilai terkecil dari fungsi keanggotaannya yang dihitung dengan $\lambda = 1 - t$. Persamaan 2.10 ekivalen dengan:

$$\lambda \le \mu_0(x) \text{ atau } \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - \lambda(Z^1 - Z^0) \ge Z^0$$

$$\lambda \le \mu_i(x) \text{ atau } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + \lambda(p_i) \le b_i + p_i \tag{2.11}$$

Sehingga solusi dari permasalahan LP dengan parameter *fuzzy* atau *fuzzy linear programming* sebagai berikut:

Maksimumkan : λ

dengan kendala:

$$\lambda \le \mu_0(x) \text{ atau } \sum_{j=1}^{n} c_j x_j - \lambda(Z^1 - Z^0) \ge Z^0 \tag{2.12}$$

$$\lambda \le \mu_i(x) \text{ atau } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + \lambda(p_i) \le b_i + p_i$$

$$p > 0\,;\ \lambda \in [0,1];\ \text{dan } x_j \ge 0$$

Dengan $i = 1, 2, \ldots, m$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$

Contoh Soal:

Suatu perusahaan roti memproduksi roti jenis I dan roti jenis II dengan bahan-bahan mentah mentega, tepung, dan gula. Kebutuhan bahan per jenis roti dan batas persediaan bahan baku untuk satu masa produksi dan besar laba dari penjualan per unitnya tertera dalam tabel berikut. Namun demikian pihak perusahaan masih memungkinkan adanya penambahan tiap bahan baku sampai dengan 10% dari tiap bahan baku yang ada, asalkan dengan penambahan yang sedikit saja, keuntungan yang diperoleh perusahaan akan bertambah. Berapakah penambahan tiap bahan bakunya sehingga keuntungan perusahaan bertambah?

Tabel 2.2 Produksi Roti Jenis I dan Jenis II

Bahan	Satuan Unit		Kebutuhan Produksi		Satuan
	Roti Jenis I	Roti Jenis II	Jumlah Bahan Baku	Toleransi (p_i)	
Mentega	1	2	40	10%(40)=4,0 (p_1)	Ons
Tepung	5	4	90	10%(90)=9,0 (p_2)	Kilogram
Gula	3	1	45	10% (45)=4,5 (p_3)	Ons
Laba	40	50			Ribu Rupiah

Penyelesaian:

Variabel keputusan:

x_1: Jumlah Roti Jenis I yang Diproduksi

x_2: Jumlah Roti Jenis II yang Diproduksi

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan metode FLP sebagai berikut:

a. Menentukan Z^0 berdasarkan persamaan 2.5 atau sama dengan persamaan 2.5 dan merupakan penyelesaian dari LP biasa (non *fuzzy*). Model matematikanya sebagai berikut:

Maksimumkan : $Z = 40x_1 + 50x_2$

dengan batasan: (2.13)

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &\le 40 \\ 5x_1 + 4x_2 &\le 90 \\ 3x_1 + x_2 &\le 45 \\ x_1, x_2 &\ge 0 \end{aligned}$$

Dengan demikian penyelesaian persoalan di atas dapat diselesaikan dengan metode simpleks, maka bentuk standar LP di atas adalah

maksimumkan : $Z - 40x_1 - 50x_2 = 0$

dengan batasan:

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + S_1 \qquad\qquad &= 40 \\ 5x_1 + 4x_2 \quad + S_2 \qquad &= 90 \\ 3x_1 + x_2 \qquad\qquad + S_3 &= 45 \\ x_1, x_2 \qquad\qquad\qquad &\ge 0 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Tabel 2.3 Tabel Awal Simpleks Z^0

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	-40	-50	0	0	0	0
S_1	0	1	2	1	0	0	40
S_2	0	5	4	0	1	0	90
S_3	0	3	1	0	0	1	45

Berdasarkan Tabel 2.3 telah dipilih x_2 sebagai variabel masuk dan kolomnya sebagai kolom kunci dan S_1 sebagai variabel keluar dan barisnya sebagai baris kunci maka akan dilanjutkan iterasi berikutnya sampai tabel simpleks optimal yaitu pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 Tabel Optimal Simpleks Z^0

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	0	0	15	5	0	1050
x_2	0	0	1	0,8333	0,1666	0	18,334
x_1	0	1	0	-0,667	0,333	0	3,333
S_3	0	0	0	1,16667	-0,833	1	16,667

Jadi, berdasarkan Tabel 2.4 diperoleh jumlah produksi roti jenis I (x_1) adalah 3,33 dan produksi roti jenis II (x_2) adalah 18,334 dengan keuntungannya (Z) sebesar 1050.

b. Menentukan Z^1 berdasarkan persamaan 2.6 sehingga model matematikanya menjadi

maksimumkan : $Z = 40x_1 + 50x_2$

dengan batasan: (2.15)

$$x_1 + 2x_2 \le 40 + 4$$
$$5x_1 + 4x_2 \le 90 + 9$$
$$3x_1 + x_2 \le 45 + 4{,}5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan metode simpleks, maka modelnya distandarisasikan menjadi

maksimumkan : $Z - 40x_1 - 50x_2 = 0$

dengan batasan: (2.16)

$$x_1 + 2x_2 + S_1 = 44$$
$$5x_1 + 4x_2 + S_2 = 99$$
$$3x_1 + x_2 + S_3 = 49{,}5$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

Tabel 2.5 Tabel Awal Simpleks Z^1

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	-40	-50	0	0	0	0
S_1	0	1	2	1	0	0	44
S_2	0	5	4	0	1	0	99
S_3	0	3	1	0	0	1	49,5

Berdasarkan Tabel 2.5 telah dipilih x_2 sebagai variabel masuk dan kolomnya sebagai kolom kunci dan S_1 sebagai variabel keluar dan barisnya sebagai baris kunci maka akan dilanjutkan terasi berikutnya sampai tabel simpleks optimal yaitu pada Tabel 2.6.

Tabel 2.6 Tabel Optimal Simpleks Z^1

Basis	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	Solusi
Z	1	0	0	15	5	0	1155
x_2	0	0	1	0,8333	0,1666	0	20,166
x_1	0	1	0	-0,667	0,333	0	3,667
S_3	0	0	0	1,16667	-0,833	1	18,3334

Jadi, berdasarkan Tabel 2.6 diperoleh jumlah produksi roti jenis I (x_1) adalah 3,667 dan produksi roti jenis II (x_2) adalah 20,166 dengan keuntungannya (Z) sebesar 1155.

c. Selanjutnya menentukan FLP berdasarkan persamaan 2.12 sehingga model matematikanya menjadi

Maksimumkan : λ

dengan batasan: (2.17)

$$
\begin{aligned}
-105\lambda + 40x_1 + 50x_2 &\geq 1050 \\
4\lambda + x_1 + 2x_2 &\leq 44 \\
9\lambda + 5x_1 + 4x_2 &\leq 99 \\
4{,}5\lambda + 3x_1 + x_2 &\leq 49{,}5 \\
\lambda, x_1, x_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Selanjutnya standarisasikan modelnya dengan menambahkan variabel *slack* sebagai berikut:

Maksimumkan : λ

dengan batasan: (2.18)

$$
\begin{array}{llll}
-105\lambda + 40x_1 + 50x_2 - S_1 & & + R_1 & = 1050 \\
4\lambda + x_1 + 2x_2 & + S_2 & & = 44 \\
9\lambda + 5x_1 + 4x_2 & + S_3 & & = 99 \\
4{,}5\lambda + 3x_1 + x_2 & + S_4 & & = 49{,}5 \\
\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4 & & & \geq 0
\end{array}
$$

Model tersebut harus diselesaikan dengan teknik 2 fase, yaitu:

Fase I

Penyelesaian:

min : $r = R_1$

dengan batasan: (2.19)

$$
\begin{array}{llll}
-105\lambda + 40x_1 + 50x_2 - S_1 & & + R_1 & = 1050 \\
4\lambda + x_1 + 2x_2 & + S_2 & & = 44 \\
9\lambda + 5x_1 + 4x_2 & + S_3 & & = 99 \\
4{,}5\lambda + 3x_1 + x_2 & + S_4 & & = 49{,}5 \\
\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4, R_1 & & & \geq 0
\end{array}
$$

R_1 pada persamaan r disubstitusikan dengan batasan pertama.

$R_1 = 1050 + 105\lambda - 40x_1 - 50x_2 + S_1$

Selanjutnya model yang harus diselesaikan adalah

min : $r = 1050 + 105\lambda - 40x_1 - 50x_2 + S_1$

dengan batasan: (2.20)

$$
\begin{array}{llll}
-105\lambda + 40x_1 + 50x_2 - S_1 & & + R_1 & = 1050 \\
4\lambda + x_1 + 2x_2 & + S_2 & & = 44 \\
9\lambda + 5x_1 + 4x_2 & + S_3 & & = 99 \\
4{,}5\lambda + 3x_1 + x_2 & + S_4 & & = 49{,}5 \\
\lambda, x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4, R_1 & & & \geq 0
\end{array}
$$

Tabel 2.7 Tabel Awal Simpleks Fase I

Basis	r	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	R_1	Solusi
r	1	-105	40	50	-1	0	0	0	0	1050
R_1	0	-105	40	50	-1	0	0	0	1	1050
S_2	0	4	1	2	0	1	0	0	0	44
S_3	0	9	5	4	0	0	1	0	0	99
S_4	0	4,5	3	1	0	0	0	1	0	49,5

Berdasarkan Tabel 2.7 telah dipilih x_2 sebagai variabel masuk dan kolomnya sebagai kolom kunci dan S_1 sebagai variabel keluar dan barisnya sebagai baris kunci maka akan diperoleh tabel simpleks solusi baru yaitu pada Tabel 2.8.

Tabel 2.8 Tabel Simpleks Solusi Baru Fase I

Basis	r	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	R_1	Solusi
r	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
x_2	0	-2,1	0,8	1	-0,02	0	0	0	0,02	21
S_2	0	4	1	2	0,04	1	0	0	-0,04	2
S_3	0	9	5	4	0,08	0	1	0	-0,08	15
S_4	0	4,5	3	1	0,02	0	0	1	-0,02	28,5

Fase II

Penyelesaian:

Maksimumkan: $Z = \lambda$ (2.21)

Tabel 2.9 Tabel Awal Simpleks Fase II

Basis	Z	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	1	-1	0	0	0	0	0	0	0
x_2	0	-2,1	0,8	1	-0,02	0	0	0	21
S_2	0	4	1	2	0,04	1	0	0	2
S_3	0	9	5	4	0,08	0	1	0	15
S_4	0	4,5	3	1	0,02	0	0	1	28,5

Berdasarkan Tabel 2.9 telah dipilih λ sebagai variabel masuk dan kolomnya sebagai kolom kunci dan S_2 sebagai variabel keluar dan barisnya sebagai baris kunci maka akan dilanjutkan iterasinya sampai tabel simpleks optimal yaitu pada Tabel 2.10.

Tabel 2.10 Tabel Optimal Simpleks Fase II

Basis	Z	λ	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	Solusi
Z	1	0	0	0	0,005	0,072	0,238	0	1102,42
x_2	0	0	0	1	-0,009	0,703	-0,211	0	19,246
S_2	0	1	0	0	0,005	0,072	0,024	0	0,500
S_3	0	0	1	0	-0,002	-0,691	0,326	0	3,503
S_4	0	0	0	0	-0,008	1,048	-0,874	1	17,494

Jadi, berdasarkan Tabel 2.10 diperoleh jumlah produksi roti jenis I (x_1) adalah 3,503 dan produksi roti jenis II (x_2) adalah 19,246 dengan keuntungannya (Z) sebesar 1102,42 dan nilai fungsi λ yaitu 0,500.

Berdasarkan penyelesaian a, b dan c, terlihat bahwa solusi LP (non *fuzzy*) dan FLP (*fuzzy*) dapat dilihat dari Tabel 2.11 sebagai berikut:

Tabel 2.11 Solusi LP (Non *Fuzzy*) dan FLP (*Fuzzy*)

LP (non *fuzzy*)	FLP (*fuzzy*)
$Z = 1050$ $x_1 = 3{,}333$ $x_2 = 18{,}334$	$Z = 1102{,}42$ $x_1 = 3{,}503$ $x_2 = 19{,}246$

Kesimpulannya, dengan menggunakan LP biasa keuntungan maksimum akan diperoleh jika roti jenis I diproduksi sebanyak 3 buah dan roti jenis II diproduksi sebanyak 18 buah dengan keuntungan sebesar Rp1.050.000,00. Sedangkan dengan menggunakan FLP keuntungan maksimum diperoleh jika roti jenis I diproduksi sebanyak 4 buah dan roti jenis II diproduksi sebanyak 19 buah dengan keuntungan sebesar Rp1.102.420,00 (selisih Rp52.420,00 lebih banyak dibandingkan LP biasa) dengan catatan ada penambahan 10% setiap bahan baku.