BAB II
LANDASAN TEORI

Pada bab ini akan dibahas dasar-dasar teori yang akan digunakan untuk menganalisa model matematika jumlah perokok dengan dinamika akar kuadrat dan faktor migrasi. Dasar-dasar teori tersebut meliputi persamaan diferensial, titik ekuilibrium, dan analisis kestabilan titik ekuilibrium, model matematika menggunakan beberapa teorema dan definisi yang berhubungan dengan analisis kestabilan, dan matriks *Jacobian*, serta kriteria *Routh-Hurwitz*.

2.1 Rokok

Rokok sudah dikenal sejak lama oleh suku asli yang mendiami daerah Meksiko. Pada saat itu merokok sudah menjadi hal yang lazim dilakukan oleh masyarakat Meksiko. Rokok kemudian mulai menyebar ke suku yang mendiami daerah di sekitar Meksiko, yaitu suku Indian. Pada abad ke-15, tepatnya pada tahun 1518 Colombus dengan pelaut Spanyol menemukan sebuah dataran yang saat ini dikenal dengan benua Amerika. Colombus kemudian bertemu dengan suku Indian yang merupakan suku asli dataran tersebut dan mulai mengenal rokok.

Kebiasaan merokok kemudian menyebar diantara para pelaut Spanyol yang kemudian mereka memperkenalkan kebiasaan merokok di dataran Eropa. Kebiasaan merokok terus menyebar keseluruh dunia termasuk Indonesia seiring dengan menyebarnya presepsi yang salah yaitu dengan menghirup daun tembakau dapat menyembuhkan penyakit (Husaini, 2007). Di Indonesia rokok dibedakan berdasarkan bahan pembungkus rokok, bahan baku atau isi rokok, proses pembuatan rokok dan penggunaan filter rokok.

Tembakau merupakan bahan utama rokok yang terdiri dari beberapa kandungan yang tidak dimiliki oleh daun lainnya yaitu nikotin dan eugenol yang berbahaya bagi kesehatan tubuh. Dalam satu batang rokok, terdapat sekitar 4.800 bahan kimia diantaranya Karbon Monoksida, Nikotin, Tar dan Polycyclic.

Perilaku merokok setiap individu berbeda-beda. Terdapat berbagai istilah sendiri pada setiap perilaku merokok. Berikut ini beberapa pola perilaku merokok dari seorang perokok :

a. Perokok (*smoker*) adalah seseorang yang merokok produk tembakau baik setiap hari maupun tidak setiap hari. Perokok dapat dibagi lagi menjadi dua kategori, yaitu *Daily Smokers* (perokok harian), adalah seseorang yang merokok produk tembakau minimal satu batang setiap hari. Perokok yang merokok setiap hari namun tidak merokok pada saat-saat tertentu misalnya pada waktu puasa (ritual keagamaan) masih diklasifikasikan sebagai perokok harian. *Occasionally Smokers* (perokok kadang-kadang), adalah seseorang yang merokok namun tidak setiap hari. *Occasionally smokers* meliputi:
   i). *Reducers* (perokok yang mengurangi jumlah rokok), yaitu perokok yang pernah merokok setiap hari namun sekarang tidak merokok setiapP hari.
   ii). *Continuing occasional,* yaitu perokok yang tidak pernah merokok setiap hari dan telah merokok 100 batang atau lebih rokok (atau tembakau dalam jumlah yang setara), dan sekarang kadang-kadang merokok.
   iii). *Eksperimenters,* yaitu perokok yang telah merokok kurang dari 100 batang rokok (atau tembakau dalam jumlah yang setara) dan sekarang kadang-kadang merokok.

b. Bukan perokok (*non-smoker*) adalah seseorang pada saat penelitian dilakukan, tidak merokok sama sekali. Bukan perokok dapat dibagi menjadi 3 kategori, yaitu:
   i). *Ex-smoker* (mantan perokok), adalah seseorang yang pernah merokok setiap hari namun sekarang tidak merokok sama sekali.
   ii). *Never smokers* (tidak pernah merokok), adalah seseorang yang tidak pernah merokok sama sekali atau pernah merokok dan kurang dari 100 batang rokok (atau tembakau dalam jumlah yang setara) namun sekarang tidak merokok.
   iii). *Ex-occasional smoker* (mantan perokok kadang-kadang), adalah seseorang yang dahulu perokok kadang-kadang dan telah merokok 100 batang rokok atau lebih, namun sekarang tidak merokok.

Berdasarkan informasi Riskesdas (Riset Kesehatan Dasar) Tahun 2013 rata-rata jumlah perokok di Indonesia adalah 24,3 persen. Proporsi perokok umur ≥10 tahun menurut kebiasaan merokok dan karakteristik merokok dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 2.1 Proporsi Penduduk Umur ≥10 Tahun Menurut Kebiasaan Merokok di Provinsi Indonesia Tahun 2013

Provinsi	Perokok saat ini		Tidak merokok	
	Perokok setiap hari	Perokok kadang-kadang	Mantan perokok	Bukan perokok
Aceh	25,0	4,3	2,5	68,2
Sumatera Utara	24,2	4,2	3,3	68,2
Sumatera Barat	26,4	3,9	3,1	66,0
Riau	24,2	4,1	3,2	68,5
Jambi	22,9	4,7	2,9	69,5
Sumatera Selatan	24,7	5,4	3,4	66,6
Bengkulu	27,1	3,3	2,4	67,2
Lampung	26,5	4,8	2,6	66,0
Bangka Belitung	26,7	3,1	3,6	66,6
Kepulauan Riau	27,2	3,5	4,8	64,4
DKI Jakarta	23,2	6,0	6,0	64,8
Jawa Barat	27,1	5,6	4,5	62,8
Jawa Tengah	22,9	5,3	4,3	67,6
DI Yogyakarta	21,2	5,7	9,1	64,1
Jawa Timur	23,9	5,0	4,1	67,0
Banten	26,0	5,3	3,3	65,3
Bali	18,0	4,4	4,6	73,0
Nusa Tenggara Barat	26,8	3,5	2,2	67,5
Nusa Tenggara Timur	19,7	6,2	2,4	71,6
Kalimantan Barat	23,6	3,1	2,7	70,0
Kalimantan Tengah	22,5	4,0	3,1	69,8
Kalimantan Selatan	22,1	3,6	4,6	69,8
Kalimantan Timur	23,3	4,4	4,2	68,1
Sulawesi Utara	24,6	5,9	6,2	63,3
Sulawesi Tengah	26,2	4,5	4,4	64,9
Sulawesi Selatan	22,8	4,2	4,6	68,5
Sulawesi Tenggara	21,8	4,2	2,8	71,1
Gorontalo	26,8	5,5	3,4	64,3
Sulawesi Barat	22,0	4,2	3,6	70,2
Maluku	22,1	6,5	2,0	69,4
Maluku Utara	25,8	6,1	4,1	64,0
Papua Barat	22,1	6,0	2,6	69,3
Papua	16,3	5,6	2,8	75,4
Indonesia	24,3	5,0	4,0	66,6

Sumber : Balitbangkes, Departemen Kesehatan RI (2013)

Berdasarkan Tabel 2.1 di atas Proporsi perokok saat ini terbanyak di Kepulauan Riau dengan perokok setiap hari 27,2% dan perokok kadang-kadang 3,5%.

Tabel 2.2 Proporsi Penduduk Umur ≥10 Tahun Menurut Kebiasaan Merokok dan Karakteristik di Provinsi Indonesia Tahun 2013

Karakteristik	Perokok saat ini	
	Perokok setiap hari	Perokok kadang-kadang
Kelompok umur (tahun)		
10-14	0,5	0,9
15-19	11,2	7,1
20-24	27,2	6,9
25-29	29,8	5,0
30-34	33,4	5,1
35-39	32,2	5,2
40-44	31,0	5,4
45-49	31,4	5,5
50-54	31,4	5,3
55-59	30,3	5,0
60-64	27,6	4,8
65+	21,7	5,1
Jenis kelamin		
Laki-laki	47,5	9,2
Perempuan	1,1	0,8
Pendidikan		
Tidak sekolah	19,7	3,1
Tidak tamat SD	18,3	3,2
Tamat SD	25,2	4,5
Tamat SMP	25,7	5,7
Tamat SMA	28,7	6,6
Tamat D1-D3/PT	18,9	5,6
Pekerjaan		
Tidak bekerja	6,9	3,0
Pegawai	33,6	7,4
Wiraswasta	39,8	6,5
Petani/nelayan/buruh	44,5	6,9
Lain-lain	32,4	5,8
Tempat tinggal		
Perkotaan	23,2	5,1
Perdesaan	25,5	4,9
Kuintil indeks kepemilikan		
Terbawah	27,3	5,0
Menengah bawah	26,9	5,1
Menengah	25,5	5,1
Menengah atas	23,5	5,0
Teratas	19,5	4,7

Sumber : Balitbangkes, Departemen Kesehatan RI (2013)

Berdasarkan Tabel 2.2 di Proporsi terbanyak pada perokok aktif setiap hari pada umur 30-34 tahun sebesar 33,4%, umur 35-39 tahun 32,2%, sedangkan proporsi perokok setiap hari pada laki-laki lebih banyak dibandingkan perokok perempuan (47,5% banding 1,1%). Berdasarkan jenis pekerjaan, petani/nelayan/buruh adalah proporsi perokok aktif setiap hari yang terbesar (44,5%) dibandingkan kelompok pekerjaan lainnya.

Merokok dapat menyebabkan berbagai macam penyakit. Bagi yang sudah terbiasa merokok, mungkin berhenti merokok akan menjadi sangat susah. Tetapi, itu bukan sebagai alasan, bisa dicoba secara perlahan untuk berhenti merokok dan terus menganalisis perilaku merokok pada diri sendiri.

2.2 Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel terikat terhadap satu atau lebih variabel bebas (**Wartono, 2009).** Menurut banyaknya variabel bebas persamaan diferensial dibedakan menjadi dua, yaitu persamaan diferensial biasa dan persamaan diferensial parsial.

Persamaan diferensial biasa adalah persamaan diferensial yang hanya mempunyai satu peubah bebas, peubah bebas biasanya disimbolkan dengan x **(Rinaldi, 2013)**. Sedangkan persamaan diferensial parsial adalah persamaan diferensial yang mempunyai lebih dari satu peubah bebas. Turunan fungsi terhadap setiap peubah bebas dilakukan secara parsial.

Secara umum persamaan diferensial linier orde *n* berbentuk :

$$a_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x)\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_{n-1}(x)\frac{dy}{dx} + a_n(x)y = b(x). \qquad (2.1)$$

Sedangkan persamaan diferensial nonlinear adalah persamaan yang tidak dalam bentuk Persamaan (2.1).

Apabila terdapat beberapa persamaan diferensial, maka akan membentuk suatu sistem persamaan diferensial. Bentuk umum dari suatu sistem persamaan diferensial orde pertama yang nonautonomous sebagai berikut **(Perko, 1991)**:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f_1(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= f_2(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f_n(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \qquad (2.2)$$

Persamaan diferensial (2.2) bisa ditulis sebagai persamaan vektor dengan vektor kolom $\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ dan $\boldsymbol{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$. Sistem persamaan diferensial (2.2) dapat ditulis sebagai :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(t, \boldsymbol{x}). \tag{2.3}$$

Solusi dari (2.3) adalah sekumpulan fungsi terdiferensial dari n pada suatu interval $a < t < b$

$$x_1 = h_1(t), \ldots, x_n = h_n(t),$$

yang memenuhi (2.3) pada interval $a < t < b$.

Sistem persamaan diferensial (2.2) adalah sistem linear jika fungsi linear dalam $x_{1,} x_2, \ldots, x_n$, dapat ditulis sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}(t)x_1 + a_{12}(t)x_2 + \cdots + a_{1n}(t)x_n + g_1(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}(t)x_1 + a_{n2}(t)x_2 + \cdots + a_{nn}(t)x_n + g_n(t) \end{aligned} \tag{2.4}$$

Persamaan (2.4) dapat ditulis menjadi :

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{g}, \tag{2.5}$$

dengan

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix}$$

Sistem disebut homogen jika $\boldsymbol{g} = \boldsymbol{0}$, sehingga

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}. \tag{2.6}$$

Jika $\boldsymbol{g} \neq \boldsymbol{0}$, maka Sistem (2.5) disebut nonhomogen.

2.3 Titik Ekuilibrium dan Analisa Kestabilan

Definisi 2.2 (Perko, 1991) Titik $\boldsymbol{x}^* \in R^n$ disebut titik keseimbangan (titik *equilibrium*) dari suatu sistem persamaan diferensial yaitu $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ jika $f(\boldsymbol{x}^*) = 0$.

Terdapat dua titik ekuilibrium dalam model matematika penyebaran perokok, yaitu titik ekuilibrium bebas perokok dan titik ekuilibrium endemik perokok. Titik ekuilibrium bebas perokok terjadi jika dalam suatu populasi tidak terdapat individu yang perokok dan titik ekuilibrium endemik perokok, yaitu keadaan dalam populasi tersebut selalu terdapat individu yang perokok.

Kestabilan titik ekuilibrium $\boldsymbol{x}^*$ dapat ditentukan dengan memperhatikan nilai-nilai eigen, yaitu $\lambda_i,\ i = 1,2,\ldots,n$ yang diperoleh dari persamaan karakteristik.

Teorema 2.1 (Subiono, 2010) Diberikan persamaan diferensial $\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x}$ dengan A adalah matriks berukuran $n \times n$ memiliki k nilai eigen yang berbeda $\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\lambda_n$ dengan $k \leq n$.

a. Titik ekuilibrium x^* dikatakan stabil asimtotis, jika dan hanya jika $\Re e\ (\lambda_i) < 0$ untuk setiap $i = 1,2,\ldots,k$.
b. Titik ekuilibrium x^* dikatakan stabil, jika dan hanya jika $\Re e(\ \lambda_i) \leq 0$ untuk setiap $i = 1,2,\ldots,k$.
c. Titik ekuilibrium x^* dikatakan tidak stabil, jika dan hanya jika $\Re e(\ \lambda_i) > 0$ untuk beberapa $i = 1,2,\ldots,k$.

Contoh 2.1 Diberikan sistem persamaan differensial sebagai berikut:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2$$

Tentukan titik ekulibrium dan kestabilan dari sistem tersebut:

Jawab:

$$\frac{dx_1}{dt} = 0$$

$$-x_1^* = 0$$

$$x_1^* = 0$$

dan

$$\frac{dx_2}{dt} = 0$$

$$-x_2^* = 0$$

$$x_2^* = 0$$

Didapat titik ekulibriumnya $(x_1^*, x_2^*) = (0,0)$, Kestabilan titik $(0,0)$ dapat ditentukan dengan menghitung nilai eigen sistem tersebut.

Diketahui sistem persamaan differensial dimana:

$$\frac{dx_1}{dt} = -x_1$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -x_2$$

Didapat matriks A sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Akan dicari nilai eigen dari matriks diatas:

$$\det(\lambda I - A) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}\right) = 0$$

$$\det\left(\begin{bmatrix} \lambda + 1 & 0 \\ 0 & \lambda + 1 \end{bmatrix}\right) = 0$$

Sehingga didapatkan persamaan karekteristiknya sebagai berikut:

$$(\lambda + 1)(\lambda + 1) - 0 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -1$$

Maka berdasarkan Teorema 2.1 dapat disimpulkan titik ekulibrium $(0,0)$ stabil asimtotik karena nilai $\Re e\ (\lambda_{1,2}) < 0$.

Apabila nilai eigen dari persamaan karakteristik suatu sistem tidak dapat ditentukan dengan mudah, maka dapat digunakan kriteria Routh-Hurwitz.

Teorema 2.2 (Allen, 2006) Jika diberikan persamaan karakteristik, yaitu :

$$P\ (\lambda) = \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1}\lambda + a_n,$$

dimana a_j adalah koefisien yang merupakan bilangan real, $j = 1,2,\ldots,n$. Diperoleh matriks Hurwitz menggunakan koefisen a_j dari persamaan polinomial karakteristik yang didefinisikan sebagai berikut :

$$H_1 = (a_1),\ \ H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix}, \qquad H_3 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix},$$

dan

$$H_n = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \cdots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a_2 \end{pmatrix}$$

dimana $a_j = 0$ jika $j > n$.

Akar-akar dari persamaan karakteristik polinomial $P\,(\lambda)$ adalah negatif atau memiliki bagian real negatif jika dan hanya jika determinan dari semua matriks Hurwitz adalah positif :

$$\det\left(H_j\right) > 0\,, \qquad j = 1,2,\dots,n.$$

Ketika $n = 2$ kriteria Routh-Hurwitz untuk $\det H_1 = a_1 > 0$ dan

$$\det H_2 = \det\begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix} = a_1 a_2 > 0 \text{ atau } a_1 > 0 \; dan \; a_2 > 0$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz untuk polinomial berderajat $n = 2, 3, 4,$ dan 5, dinyatakan bahwa titik ekuilibrium stabil, jika :

$n = 2:\; a_1 > 0 \; dan \; a_2 > 0$

$n = 3:\; a_1 > 0\,,\; a_3 > 0$ dan $a_1 a_2 > a_3$

$n = 4:\; a_1 > 0\,, a_3 > 0\,, a_4 > 0\,, dan\; a_1\, a_2\, a_3 > a_3^2 + a_1^2\, a_4$

$n = 5:\; a_i > 0, i = 1,2,3,4,5,\; a_1\, a_2\, a_3 > a_3^2 + a_1^2\, a_4\,, dan\; (a_1\, a_4 - a_5)\,(a_1\, a_2\, a_3 - a_3^2 - a_1^2\, a_4) > a_5(a_1\, a_2 - a_3)^2 + a_1 a_5^2\,.$

Contoh 2.1

Selidiki apakah persamaan karakteristik di bawah ini memenuhi kriteria Routh-Hurwitz ?

$$P(\lambda) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$

Berdasarkan persamaan tersebut, maka didapat $a_1 = 6, a_2 = 3, a_3 = 2$. Kemudian nilai j dari persamaan karakteristik di atas adalah 3, sehingga matriks Hurwitznya hanya sampai a_5. Akan dibuktikan semua determinan matriks Hurwitznya adalah positif.

Untuk $H_1 = (a_1) = (6)$, karena 6 positif, sehingga didapat $\det H_1 = |6\,| > 0$.

Untuk $H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, sehingga didapat $\det H_2 = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 16 > 0$.

Untuk $H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, sehingga didapat

$$\det H_3 = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 32 > 0.$$

Karena, semua determinan matriks Hurwitznya positif, maka persamaan karakteristik di atas memenuhi kriteria Routh-Hurwitz dan dapat dinyatakan stabil.

Untuk suatu sistem persamaan diferensial nonlinear, analisis kestabilan dilakukan melalui pelinearan. Misalkan diberikan sistem persamaan diferensial biasa nonlinear sebagai berikut :

$$\dot{x} = f(x),\ x \in R^n. \tag{2.8}$$

Dengan mengggunakan ekspansi Taylor untuk suatu titik ekuilibrium x^*, maka Sistem (2.8) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\dot{x} = J(x) + \varphi(x), \tag{2.9}$$

dengan J adalah matriks Jacobi yang dinyatakan sebagai berikut :

$$J = \frac{\partial f}{\partial x}(x^*)$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \tag{2.10}$$

dan $\varphi(x)$ adalah suku berorde tinggi yang bersifat $\lim_{x\to 0} \varphi(x) = 0$, dengan $J(x)$ pada Sistem (2.9) disebut pelinearan dari Sistem (2.8) yang didapat dalam bentuk $\dot{x} = J(x)x$.

Untuk menguji kestabilan titik ekulibrium sistem persamaan diferensial nonlinear dapat menggunakan kriteria nilai eigen atau kriteria Routh-Hurwitz.

Teorema 2.3 (Perko, 1991) Selanjutnya akan diberikan teorema tentang sifat kestabilan lokal dari sistem (2.10) yang ditinjau dari nilai eigen matriks jacobian $J(x)$.

a. Jika matriks jacobian $J(x)$ mempunyai $\lambda_i < 0$ untuk $i = 1,2,\dots,n$, maka $\bar{x}$ dari sistem (2.2) stabil asimtotik lokal.

b. Jika terdapat nilai eigen matriks jacobian $J(x)$ yang mempunyai bagian real positif, maka titik ekuilibrium $\bar{x}$ dari sistem (2.2) tak stabil.