

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Permasalahan yang sering ditemukan di dalam bidang matematika salah satunya adalah bagaimana menemukan solusi dari persamaan nonlinier dalam bentuk

$$f(x) = 0, \tag{1.1}$$

dengan  $f : D \subset \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  adalah fungsi skalar di selang terbuka  $D$ . Untuk menyelesaikan persamaan (1.1) kadangkala metode analitik tidak dapat digunakan, sehingga diperlukan metode lain. Metode yang sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan (1.1) adalah metode numerik dalam bentuk metode iterasi yang menghasilkan penyelesaian berupa nilai hampiran. Metode iterasi yang sangat populer dan sering digunakan untuk menyelesaikan persamaan (1.1) adalah metode Newton dengan bentuk iterasinya

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, \dots \tag{1.2}$$

Metode Newton pada Persamaan (1.2) memiliki konvergensi kuadratik dan indeks efisiensi  $2^{\frac{1}{2}} \approx 1.4142$ , yang dihasilkan dari pemotongan deret Taylor orde satu. Selain dari pemotongan deret Taylor orde satu, telah banyak juga penelitian yang mengkonstruksi metode iterasi menggunakan teknik lainnya.

Householder (1970) mengkonstruksi metode iterasi menggunakan pemotongan deret Taylor orde dua yang memiliki orde konvergensi kubik, dengan bentuk iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{2f(x_n)f'(x_n)}{2f'(x_n)^2 - \lambda f'(x_n)f''(x_n)}. \tag{1.3}$$

Noor (2007) mengkonstruksi metode iterasi menggunakan multiplier Lagrange yang memiliki orde konvergensi kuadratik, dengan bentuk iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)f''(x_n)}{f'^3(x_n) - \alpha f(x_n)f''(x_n)}. \tag{1.4}$$

Selanjutnya, Gupta dkk (2008) mengkonstruksi metode iterasi menggunakan sketsa elips yang memiliki orde konvergensi kuadratik, dengan bentuk iterasi

$$x_{n+1} = x_n \pm \frac{f(x_n)}{\sqrt{f'^2(x_n) + p'^2 f^2(x_n)}}. \quad (1.5)$$

Metode iterasi satu langkah dengan konvergensi kuadratik lainnya yaitu yang dikenal dengan metode Schroder (Kanwar dkk, 2010) dengan bentuk iterasi

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)f'(x_n)}{f'^2(x_n)^2 - f'(x_n)f''(x_n)}. \quad (1.6)$$

Persamaan (1.3)-(1.6) memuat turunan kedua yang mana pada kasus tertentu menjadi masalah. Oleh karena itu, beberapa peneliti melakukan reduksi terhadap turunan kedua, dengan mereduksi turunan kedua pada suatu metode iterasi, maka akan memperkecil jumlah evaluasi fungsi, sehingga menurut Traub (1964) akan meningkatkan orde konvergensi. Diantaranya Chun (2007) telah mereduksi turunan kedua pada metode Chebyshev-Halley dengan persamaan kuadrat dalam bentuk

$$x^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0,$$

sehingga didapatkan,

$$f''(x_n) \approx 2(1 + f'^2(x_n)) \left[ \frac{f(w_n)f'^2(x_n)}{f^2(x_n) + af'^2(x_n)[f(w_n) - f(x_n)]^2} \right]. \quad (1.7)$$

Selanjutnya dengan cara yang berbeda Chun (2007) kembali mereduksi turunan kedua pada metode Chebyshev-Halley dengan persamaan kubik dalam bentuk

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,$$

sehingga didapatkan,

$$f''(x_n) \approx \frac{f'(y_n) - f'(x_n)}{y_n - x_n} - 3a(y_n - x_n). \quad (1.8)$$

Xiaojian (2008) mereduksi turunan kedua pada metode Chebyshev-Halley dengan persamaan hiperbola dalam bentuk

$$axy + y + bx + c = 0,$$

sehingga didapatkan,

$$f''(x_n) \approx \frac{2f'(x_n)f'(w_n)}{f^2(x_n) - f(x_n)f(w_n)}. \quad (1.9)$$

Pada saat ini, para peneliti terus berusaha mengembangkan metode iterasi untuk meningkatkan orde konvergensi dengan tujuan untuk meminimalkan jumlah iterasi yang digunakan. Penulis tertarik untuk melakukan modifikasi terhadap Persamaan (1.4) dengan skema iterasi seperti Noor (2007). Selanjutnya, mereduksi  $f''(x_n)$  sehingga menjadi metode iterasi dua langkah. Setelah itu, untuk meningkatkan orde konvergensi dari metode yang diperoleh maka ditambahkan parameter riil pada fungsi tertentu.

Oleh karena itu, pada tugas akhir ini penulis memberi judul “**Modifikasi Metode Noor Tanpa Turunan Kedua dengan Menggunakan Persamaan Lingkaran**”.

### 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah “Bagaimana bentuk dari modifikasi metode Noor tanpa turunan kedua dengan menggunakan persamaan lingkaran dan orde konvergensinya?”

### 1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada tugas akhir ini yaitu fungsi-fungsi yang digunakan pada simulasi numerik merupakan persamaan nonlinear dengan variabel tunggal dan bernilai riil.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan persamaan modifikasi metode Noor dan menaksir turunan kedua dengan persamaan lingkaran.
2. Mendapatkan orde konvergensi dan indeks efisiensi.
3. Meningkatkan orde konvergensi dan indeks efisiensi metode.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Menambah pengetahuan penulis dan pembaca dalam hal mengembangkan atau memodifikasikan bentuk dari metode iterasi.
2. Hasil penelitian dapat digunakan untuk menentukan akar-akar persamaan nonlinier.
3. Menambah bentuk pengembangan metode iterasi dalam menyelesaikan akar-akar persamaan nonlinier.
4. Hasil penelitian dapat dijadikan bahan dasar untuk mengembangkan metode lainnya.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan tugas akhir ini mencakup lima bab, yaitu:

### BAB I Pendahuluan

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan manfaat penelitian.

### BAB II Landasan Teori

Bab ini berisi tentang teori-teori dasar dari buku maupun jurnal ilmiah yang digunakan dalam proses penelitian mengembangkan metode iterasi.

### BAB III Metodologi Penelitian

Bab ini berisi tentang metodologi penelitian atau langkah-langkah penelitian yang akan digunakan dalam tugas akhir ini.

### BAB IV Hasil dan Pembahasan

Bab ini berisi tentang penjabaran penelitian yang dilakukan untuk pengembangan metode iterasi.

### BAB V Kesimpulan dan Saran

Bab ini berisi tentang kesimpulan dari semua pembahasan dan saran penulis.