BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Distribusi Peluang

Distribusi peluang adalah sebaran kemungkinan terjadinya variabel acak tertentu pada suatu kejadian eksperimen (Walpole & Myres, 1989). Seluruh kemungkinan yang terjadi dari titik percobaan dan nilai peluangnya memiliki hubungan yang erat. Secara keseluruhan himpunan pasangan terurut dari titik percobaan dan nilai peluang padanannya inilah yang disebut sebagai distribusi peluang. Variabel acak merupakan fungsi yang memetakan setiap anggota ruang sampel s ke bilangan real. Variabel acak biasa disimbol dengan X sedangkan nilainya disimbol dengan x (Walpole & Myres, 1989).

Terdapat dua macam variabel acak, ada variabel acak diskrit dan variabel acak kontinu (Walpole & Myres, 1989). Variabel acak diskrit yaitu ruang sampel dari variabel acak X dapat dihitung dan nilainya real, sedangkan variabel acak kontinu yaitu ruang sampel dari variabel acak X tidak dapat dihitung karena nilainya tak terbatas atau terbatas tapi nilainya tidak pasti (Walpole & Myres, 1989).

Distribusi peluang memiliki dua macam distribusi, yaitu distribusi peluang variabel acak diskrit dan distribusi peluang variabel acak kontinu.

Definisi 2.1 (Walpole & Myres, 1985) Himpunan pasangan terurut $(x,(f(x))$ dapat dikatakan sebagai suatu fungsi kepadatan peluang atau distribusi peluang peubah acak diskrit X jika untuk setiap kemungkinan hasil x memenuhi syarat berikut:

1. $f(x) \geq 0$
2. $\sum f(x) = 1$ (2.1)
3. $f(x) = P(X = x)$

Definisi 2.2 (Walpole & Myres, 1985) Fungsi $f(x)$ yang kurva distribusi peluangnya diwakili oleh poligon frekuensi relatif yang dimuluskan adalah fungsi kepadatan peluang peubah acak kontinu X, jika memehuhi syarat berikut:

1. $P(a < X < B) = \int_a^b f(x)dx$
2. $f(x) \geq 0$, untuk semua $x \in R$ (2.2)
3. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

2.2 Rataan Distribusi Peluang

Rataan atau nilai harapan dari suatu peubah acak merupakan salah satu ukuran pemusatan data populasi yang penting. Nilai rata-rata atau rataan peubah acak X atau rataan distribusi peluang X dan ditulis sebagai μ_x atau μ. Rataan ini disebut juga oleh para statistikawan dengan nilai harapan matematika atau nilai harapan peubah acak X dan dinyatakan dengan $E(X)$ (Walpole & Myers, 1989).

Definisi 2.3 (Walpole & Myers, 1989) Diberikan X adalah variabel acak dengan fungsi kepadatan peluang $f(X)$. Nilai harapan atau rataan X adalah:

$$\mu = E(X) = \sum_X xf(x) \quad \text{, untuk } X \text{ diskrit} \tag{2.3}$$

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad \text{, untuk } X \text{ kontinu.} \tag{2.4}$$

2.3 Variansi Distribusi Peluang

Fungsi $g(X) = (X - \mu)^2$ digunakan untuk memperoleh nilai dari variansi dari suatu peubah acak X ,variansi ini selanjutnya biasa disebut sebagai variansi distribusi peluang X dan dapat ditulis dengan $Var(X) = \sigma_x{}^2 = \sigma^2$ (Dudewicz & Misra, 1988).

Definisi 2.4 (Dudewicz & Misra, 1988) Diberikan X adalah suatu peubah acak dengan distribusi peluang $f(x)$ dan rataan μ. Variansi X adalah:

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_X (X - \mu)^2 f(x) \text{, bila } X \text{ diskrit} \tag{2.5}$$

$$Var(X) = E[(X - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu)^2 f(x)dx \text{, bila } X \text{ kontinu.} \tag{2.6}$$

Teorema 2.1 (Dudewicz & Misra, 1988) Variansi untuk suatu peubah acak X adalah:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \tag{2.7}$$

2.4 Fungsi Kumulatif

Definisi 2.5 (Walpole & Myers, 1989) Distribusi peluang mempunyai fungsi kumulatif $F(x)$ suatu peubah acak kontinu x dengan fungsi densitas $f(x)$ sehingga diberikan:

$$F(x) = P(X) = x = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt \tag{2.8}$$

berdasarkan persamaan diatas, maka didapatkan:

$$P(a < x < b) = F(b) - F(a)$$

dan $f(x) = \dfrac{dF(x)}{dx}$ (2.9)

2.5 Fungsi Kuantil

Definisi 2.6 (Hosking, 1987) Misalkan F fungsi distribusi dari suatu distribusi probabilitas pada himpunan bilangan real R jika $\alpha \in (0,1)$ maka terdapat dengan tunggal $X_\alpha \in R$ sehingga $F(X_\alpha) = \alpha$ maka disebut kuantil-α dari F. Kuantil-α dari F digunakan notasi $F^{-1}\alpha$.

Fungsi Kuantil dari F dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$F^{-1}\alpha = \inf\{x | F(x) \geq \alpha\} \tag{2.10}$$

dengan $\alpha \in (0,1)$ artinya $F^{-1}\alpha$ adalah nilai terkecil dari x dengan $F(x) \geq \alpha$. Misalkan x mempunyai distribusi F dan fungsi distribusi dari $y = ax + b$, maka dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$Fy(x) = f(b^{-1}(x-a)),\ a \in R, b > 0 \tag{2.11}$$

Fungsi kuantil juga dapat didefinisikan sebagai invers dari fungsi suatu kumulatif.

2.6 Statistik Berurut

Misalkan $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ varibel acak kontinu yang saling bebas dengan fungsi distribusi kumulatif $F(y)$ dan fungsi densitas $f(y)$. Dapat di notasikan variabel acak yang terurut dari Y_i yaitu $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ dimana $Y_{(1)}, Y_{(2)}, ..., Y_{(n)}$.

dimana:

$Y_1 = Min Y_1, Y_2, ..., Y_n$, (Variabel acak minimum dari Y_i)

$Y_n = Min Y_1, Y_2, ..., Y_n$, (Variabel acak maksimum dari Y_i)

Fungsi densitas peluang untuk Y_i dan Y_n dapat ditentukan dengan menggunakan metode dari fungsi distribusi kumulatif. Karena Y_n adalah maksimum dari $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ maka peritiwa $P(Y_{(n)} \le y)$ akan terjadi jika dan hanya jika $(Y_i \le y)$ terjadi, untuk setiap $i = 1, 2, ..., n$ yaitu:

$$P(Y_{(n)} \le y) = P(Y_1 \le y, Y_2 \le y, ..., y_n \le y) \tag{2.12}$$

Karena Y_i adalah saling bebas dan $P(Y_i \le y) = F(y)$ untuk $i = 1, 2, ..., n$ hal ini menyatakan bahwa fungsi distribusi kumulatif dari Y_n adalah sebagai berikut:

$$F_{Y_n}(y) = P(Y_{(n)} \le y) = P(Y_1 \le y)P(Y_2 \le y)...P(y_n \le y) = (F(y)^n) \tag{2.13}$$

Misalkan $g_{(n)}(Y) = n[F(y)^{n-1} f(y)$ dengan menggunakan cara yang sama maka akan dapat menentukan fungsi densitas untuk $Y_{(1)}$ sebagai berikut:

$$F_{Y_1}(y) = P(Y_{(1)} \le y) = 1 - P(Y_1 \le y) \tag{2.14}$$

Karena $Y_{(1)}$ adalah minimum dari $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ maka hal ini menyatakan bahwa peristiwa $(Y_1 \le y)$ terjadi jika dan hanya jika peristiwa $(Y_i \le y)$ terjadi untuk $i = 1, 2, ..., n$. Karena Y_i saling bebas dan $P(Y_i \le y) = 1 - F(y)$ untuk $i = 1, 2, ..., n$ sehingga didapatkan:

$$\begin{aligned} F_{y_i}(y) &= P(Y_{(1)} \le y) = 1 - P(Y_1 \le y) \\ &= 1 - P(Y_1 \le y, Y_2 \le y, ..., Y_n \le y) \\ &= 1 - P(Y_1 \le y)P(Y_2 \le y)...P(Y_n \le y) \\ &= 1 - [1 - F(y)]^n \end{aligned} \tag{2.15}$$

Misalkan $g_{(1)}(y)$ adalah fungsi densitas $Y_{(1)}$, dengan menurunkan fungsi densitas kumulatif akan di peroleh sebagai berikut:

$$g_{(1)}(y) = n[n - F(y)]^{n-1} f(y) \tag{2.16}$$

2.7 Distribusi *Generalized Pareto* (*GP*)

Dalam statistik, distribusi *generalized Pareto* (*GP*) termasuk distribusi variabel acak yang bersifat kontinu. Karena model ini dapat digunakan untuk masa yang akan datang sampai waktu yang ditentukan atau tak berhingga. Dalam, distribusi *generalized Pareto* (*GP*) terdapat 3 parameter, yaitu ξ sebagai parameter lokasi, α sebagai parameter skala, dan k sebagai parameter bentuknya (stuart, 2001). Dan beberapa yang terbentuk dari dua parameter yaitu parameter α (skala) dan k (bentuk), dan beberapa distribusi hanya menggunakan parameter k (bentuk) (Hosking, 1987). Beberapa referensi diberikan parameter bentuknya dengan simbol $k = -\xi$.

Distribusi *generalized Pareto* (*GP*) memiliki fungsi kumulatif peluang sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F(z) &= 1 - (1 + kz)^{-\left(\frac{1}{k}\right)} &&, k \neq 0 \\ F(z) &= 1 - e^{-z} &&, k = 0 \end{aligned} \tag{2.17}$$

dengan $z \geq 0$ untuk $\xi \geq 0$ dan $0 \geq z \geq -1/\xi$ untuk $\xi < 0$

jika menggunakan tiga parameter maka mengganti nilai z dengan $z = \frac{x - \xi}{\alpha}$ maka fungsi kumulatifnya menjadi (Singh & Guo, 2009):

$$\begin{aligned} F(x) &= 1 - \left(1 + k\frac{(x-\xi)}{\alpha}\right)^{\frac{-1}{k}} &&, k \neq 0 \\ F(x) &= 1 - \exp\left(-\frac{(x-\xi)}{\alpha}\right) &&, k = 0 \end{aligned} \tag{2.18}$$

untuk $x \geq \alpha$ ketika $k \geq 0$, dan $\xi \leq x \leq \xi - \frac{\alpha}{k}$ ketika $k < 0$.

fungsi densitas peluang *generalized Pareto* (*GP*) (Muraleedaran & Soares, 2014):

$$f(x;k,\xi,\alpha)=\frac{1}{\alpha}\left(1+\frac{k(x-\xi)}{\alpha}\right)^{-\left(\frac{1}{k}\right)-1} \quad ,k\neq 0$$

$$f(x;k,\xi,\alpha)=\frac{1}{\alpha}\exp\left(\frac{x-\xi}{\alpha}\right) \quad ,k=0 \qquad (2.19)$$

untuk $x\geq\xi$ ketika $k\geq 0$, dan $\xi\leq x\leq\xi-\frac{\alpha}{k}$ ketika $k<0$.

atau

$$f_{(k,\xi,\alpha)}(x)=\frac{\alpha^{1/k}}{\left(\alpha+k(x-\xi)\right)^{\left(\frac{1}{k}+1\right)}} \quad ,k\neq 0$$

untuk $x\geq\xi$ ketika $k\geq 0$, dan $\xi\leq x\leq\xi-\frac{\alpha}{k}$ ketika $k<0$.

Nilai ekspektasi dan nilai varians untuk distribusi *generalized Pareto* (*GP*) diberikan sebagai berikut (Muraleedaran & Soares, 2014):

$$E(x)=\xi+\frac{\alpha}{1-k} \qquad (2.20)$$

$$Var(x)=\frac{\alpha^2}{(1-k)^2(1-2k)} \qquad (2.21)$$

2.8 Distribusi *Generalized Extreme Value (GEV)*

Model statistik untuk data ekstrim maksimum adalah teori nilai ekstrim yang disebut *generalized extreme value* (*GEV*). Pada umumnya distribusi ini memang digunakan untuk memodelkan data ekstrim (Aci, 2016). Data ekstrim yang dipakai berada dalam rentang maksimum jangka waktu tertentu seperti dalam skala harian, bulanan, dan tahunan. Pada kenyataanya data ekstrim maksimum memang sangat berguna untuk dijadikan acuan dalam tindakan pencegahan kejadian ekstrim mendatang (Gilli dan Kellezi, 2006).

Distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) memiliki 3 parameter yaitu parameter skala (σ), parameter lokasi (μ), dan parameter bentuk (ξ). Sehingga fungsi densitas peluang distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) adalah sebagai berikut (Gilli dan Kellezi, 2006):

$$f(x;\mu,\sigma,\xi)=\frac{1}{\sigma}\left(\left(1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}-1}\exp\left(-\left(1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-\frac{1}{\xi}}\right)\right),\xi\neq 0$$

$$f(x;\mu,\sigma,\xi)=\frac{1}{\sigma}\left(\left(\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)\exp\left(-\exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)\right),\xi=0 \qquad (2.22)$$

Dengan fungsi distribusi kumulatif dari distribusi *Generalized extreme value* (*GEV*) (Gilli dan Kellezi, 2006):

$$F(x;\mu,\sigma,\xi)=\exp\left(-1+\xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}},\xi\neq 0$$

$$F(x;\mu,\sigma,\xi)=\exp\left(\exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right),\xi=0 \qquad (2.23)$$

Sehingga berdasarkan penelitan sebelumnya dari Jantje Denny Prang, Enrick Castillo, Pierre dan Craig, serta Gilli dan Kellezi maka jelas bahwa distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) merupakan distribusi yang termasuk kedalam distribusi acak kontinu.

2.9 Estimasi Parameter

Dalam menentukan model distribusi yang sesuai untuk suatu data, terlebih dahulu ditentukan parameter dari distribusi tersebut. Metode yang digunakan ada dua metode, setiap distribusi menggunakan metode yang berbeda yaitu metode L-Moment yang digunakan untuk estimasi distribusi *generalized Pareto* (*GP*) (Hosking, 1987) dan metode *probability weight moment* (PWM) yang digunakan untuk estimasi distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) (Hosking, 1985).

2.9.1 Metode L-Moment

Untuk menentukan nilai parameter dari distribusi *generalized Pareto* (*GP*) maka mengunakan metode L-Momet. Metode L-Moment adalah salah satu metode yang digunakan dalam menentukan parameter dari sebuah distribusi menggunakan fungsi kumulatif dari distribusi *generalized Pareto* (*GP*) (Hosking, 1987).

Misalkan $X_1, X_2, ..., X_n$ adalah suatu observasi yang diambil dari n sampel acak dengan populasi kontinu yang memiliki fungsi kumulatif $F(x)$ dan fungsi kuantil $F(x)$. Sederetan $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq ... \leq X_{n:n}$ yang merupakan statistik berurut. L-Moment ke-r ditulis sebagai λ_r untuk populasi, dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\lambda_r = \frac{1}{r}\sum_{j=0}^{r-1}(-1)^j \binom{r-1}{j} E[X_{r-j:r}]\ , r = 1,2,... \qquad (2.24)$$

dengan $X_{r-j:r}$ merupakan variabel acak untuk statistik berurut ke-$(r-j)$ dari r suatu observasi , sehingga menjadi:

$$E[X_{r-j:r}] = \frac{n!}{(r-1)!(n-1)!}\int_0^1 x(F)(F(x))^{r-1}(1-F(x))^{n-r} dF \qquad (2.25)$$

atau $E[X_{r-j:r}]$ dapat juga ditulis dengan notasi β_r yaitu:

$$E[X_{r-j:r}] = n\binom{n-1}{r-1}\sum_{j=0}^{n-r}\binom{n-r}{j}(-1)^{n-r-j}\beta_{n-1-j} \qquad (2.26)$$

dengan β_r yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\beta_r = \int_0^1 x(F)F^r dF \qquad (2.27)$$

dengan $x(F)$ adalah fungsi kuantil. Subtitusikan Persamaan (2.26) ke dalam Persamaan (2.24) metode L-moment dalam notasi kombinasi linier gabungan linear β_r, maka dapat ditulis sebagai berikut:

$$\lambda_{r+1} = \sum_{j=0}^{r}(-1)^{r-j}\binom{r}{j}\binom{r+j}{j}\beta_j \qquad (2.28)$$

Empat L-Moment rata-rata (λ_1) , variasi (λ_2), skewness (λ_3) dan (λ_4) kurtosis sebagai berikut:

$$\lambda_1 = \beta_0$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0$$

dan rasio L-moment diperoleh sebagai berikut:

L-koefisien variasi (LCV), $\tau_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

L-koefisien skewness (LCS), $\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}$

L-koefisien kurtosis (LCK), $\tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_3}$

Persamaan (2.24) hingga Persamaan (2.28) adalah L-Moment untuk populasi. Sedangkan untuk sampel, misalkan $x_1, x_2, ..., x_n$ adalah observasi dari n sampel acak. L-Moment sampel dapat ditulis sebagai berikut:

$$\lambda_{r+1} = \sum_{j=0}^{r} (-1)^{r-j} \binom{r}{j} \binom{r+j}{j} \beta_j \,, \; r = 0,1,2,...,n-1$$

dengan $\hat{\beta}_r$ estimasi sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)(i-2)...(i-r)}{(n-1)(n-2)...(n-r)} x_{i:n} \tag{2.29}$$

Enam estimasi untuk L-Moment sampel dalam bentuk $\hat{\beta}_r$, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_{i:n}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)}{(n-1)} x_{i:n}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)(i-2)}{(n-1)(n-2)} x_{i:n}$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)(i-2)(i-3)}{(n-1)(n-2)(n-3)} x_{i:n}$$

$$\hat{\beta}_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)}{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)} x_{i:n}$$

$$\hat{\beta}_5 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{(i-1)(i-2)(i-3)(i-4)(i-5)}{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)} x_{i:n}$$

dan seterusnya sampai $\hat{\beta}_r$, empat L-Moment dalam sampel bentuk λ_r, dapat ditulis sebagai berikut:

$$\lambda_1 = \beta_0$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0$$

$$\lambda_3 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0$$

$$\lambda_4 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0$$

Rasio dari L-Moment sampel $\hat{\lambda}_r$ adalah estimasi bagi λ_r, adalah sebagai berikut:

L-koefisien variasi (LCV), $\tau_2 = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$

L-koefisien skewness (LCS), $\tau_3 = \dfrac{\lambda_3}{\lambda_2}$

L-koefisien kurtosis (LCK), $\tau_4 = \dfrac{\lambda_4}{\lambda_2}$

2.9.2 Metode *Probality Weight Moment* (PWM)

Untuk menentukan nilai parameter dari distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) maka mengunakan metode *probality weight moment* (PWM) (Hosking, 1985). Metode *probality weight moment* (PWM) adalah salah satu metode yang digunakan dalam menentukan parameter dari sebuah distribusi menggunakan fungsi kumulatif dari distribusi *generalized extreme value* (*GEV*).

Fungsi *probability weight moment* (PWM) dari variabel acak x dengan fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ adalah (Hosking, 1985):

$$M_{p,r,s} = E\left[x^p (F(x))^r (1 - F(x))^s\right]$$

dengan $p, r, s \in R$. Langkah-langkah yang digunakan untuk estimasi parameter dari distribusi *generalized extreme value* (*GEV*) sebagai berikut:

1. Memformulasi fungsi *probability weight moment* (PWM) β_r dengan $r = 0,1,2$
2. Memformulasian estimator *unbiased* untuk fungsi *probability weight moment* (PWM) $\hat{\beta}_r$ dengan $r = 0,1,2$

3. Menghitung $\beta_{0,}\beta_1, \beta_2$ dari fungsi *probability weight moment* (PWM)
4. Hasil Persamaan diperoleh dari $\hat{\beta}_0$ digunakan untuk memperoleh parameter μ
5. Menghitung $2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$ dan $3\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_0$ dari fungsi *probability weight moment* (PWM) sehingga diperoleh $2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$ dan $3\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_0$
6. Hasil yang diperoleh dari $2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$, digunakan untuk mendapatkan nilai $\hat{\sigma}$
7. Membuat perbandingan $3\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_0$ dan $2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$
8. Hasil persamaan yang diperoleh melalui perbandingan $3\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_0$ dan $2\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_0$

2.10 Uji Kebaikan (*Goodness of Fit*).

Uji kebaikan (*goodness of fit*) adalah uji yang dilakukan untuk memperoleh model distribusi yang sesuai terhadap data observasi yang digunakan dalam sebuah penelitian. Uji kebaikan digunakan berdasarkan fungsi distribusi kumulatif secara lengkap dengan parameter-parameter yang telah dihitung nilainya. Pada penelitian ini, model distribusi yang sesuai untuk data akan ditentukan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov dan Anderson-Darling 2 (Thode, 2002).

2.10.1 Uji Kolmogorov-Smirnov

Statistik ini menggunakan fungsi distribusi kumulatif dan berdasarkan pada perbedaan maksimum antara dua distribusi, yaitu distribusi normal dengan distribusi data yang diamati. Uji statistik Kolmogorov-Smirnov ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$D = \max[D^+, D^-]$$

dengan:

$$D^+ = \max_{i=1,\dots,n}\left[\frac{i}{n} - F(x_i)\right] \tag{2.30}$$

$$D^- = \max_{i=1,\dots,n}\left[F(x_i) - \frac{(i-1)}{n}\right] \tag{2.31}$$

dengan $F(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi yang digunakan, i adalah urutan dari data tersebut, dan n banyaknya data yang digunakan. Nilainya berdasarkan pada jarak maksimum antara D^+ dan D^-. Model distribusi dapat dikatakan sesuai untuk data jika uji statistik pada suatu model distribusi tersebut bernilai minimum (Thode, 2002).

2.10.2 Uji Anderson-Darling

Uji Anderson-Darling ditunjukkan pada persamaan berikut:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[(2i-1)\ln F(x_i) + (2n+1-2i)\ln(1-F(x_i))\right] \qquad (2.32)$$

dengan $F(x_i)$ adalah fungsi distribusi kumulatif dari distribusi yang digunakan, i adalah urutan dari data tersebut, dan n banyaknya data yang digunakan. Distribusi dapat dikatakan sesuai untuk data jika uji statistik A^2 pada suatu model distribusi tersebut bernilai minimum (Pani, 2009).