BAB II
LANDASAN TEORI

Bab ini akan membahas mengenai definisi-definisi dan teorema-teorema yang akan menjadi landasan untuk pembahasan pada bab IV.

2.1 Pendahuluan

Hepatitis B adalah suatu penyakit hati yang disebabkan oleh virus hepatitis B (VHB), suatu anggota famili hepadnavirus yang dapat menyebabkan peradangan hati akut atau menahun yang pada sebagian kecil kasus dapat berlanjut menjadi sirosis hati atau kanker hati. Hepatitis B dalam sejarah pertama kali dikenal dengan istilah "Penyakit kuning" dan sudah dikenal sejak ribuan tahun yang lalu yaitu sejak abad 5 SM di Babilonia, kemudian Hipocrates seorang tabib Yunani Kuno (460-375 SM) menemukan bahwa penyakit kuning ini menular sehingga ia menamakan penyakit tersebut sebagai *icterus infectiosa*.

Tahun 1963 jenis hepatitis ini dikenal dengan *hepatitis serum* yaitu hepatitis yang penularannya melalui darah dengan masa tunas 2-6 bulan. Pada tahun 1965 virus hepatitis B (VHB) ditemukan pertama kali oleh Dr. Baruch S. Blumberg dan asistennya Dr. Barbara Werner. Infeksi ini memiliki dua kemungkinan fase: (1) akut dan (2) kronis. Infeksi hepatitis B akut berlangsung kurang dari enam bulan. Jika penyakit akut, sistem kekebalan tubuh biasanya mampu membersihkan virus dari tubuh, dan harus memulihkan sepenuhnya dalam beberapa bulan.

Hepatitis B merupakan bentuk hepatitis yang lebih serius dibandingkan dengan jenis hepatitis lainnya. Penderita hepatitis B bisa terjadi pada setiap orang dari semua golongan umur. Ada beberapa hal yang dapat menyebabkan virus hepatitis B ini menular. Secara vertikal, penularan terjadi dari Ibu yang mengidap virus hepatitis B kepada bayi yang dilahirkan yaitu pada saat persalinan atau segera setelah persalinan. Secara horisontal, dapat terjadi akibat penggunaan alat suntik yang tercemar, tindik telinga, tusuk jarum, transfusi darah, penggunaan pisau cukur dan sikat gigi secara bersama-sama (hanya jika penderita memiliki penyakit mulut seperti sariawan, gusi berdarah) atau luka yang mengeluarkan darah serta hubungan seksual dengan penderita. Pengaruh yang paling penting pada kemungkinan penularan setelah infeksi adalah usia. Anak-anak kurang dari 6 tahun yang terinfeksi dengan virus hepatitis B adalah yang paling mungkin untuk mengembangkan infeksi kronis,

Pasien dengan operator kronis sering tidak memiliki riwayat penyakit akut tetapi dapat mengembangkan sirosis (jaringan parut hati) yang dapat menyebabkan gagal hati dan juga dapat mengembangkan kanker hati. Sebagian kecil (1-6%) dari penderita kronis membawa jelas virus secara alami. Seseorang yang terinfeksi hepatitis B mungkin memiliki gejala mirip dengan yang disebabkan oleh infeksi virus lainnya, namun banyak orang terinfeksi hepatitis B tidak memiliki gejala sampai saat efek samping yang lebih serius seperti dapat terjadi kerusakan hati.

Seseorang yang terkena hepatitis B mungkin memiliki tanda-tanda 2 sampai 5 bulan kemudian. Beberapa orang dengan hepatitis B tidak melihat tanda-tanda peringatan sampai mereka menjadi sangat *intens*. Beberapa memiliki sedikit atau tanpa gejala, tapi bahkan seseorang yang tidak terdapat gejala apapun masih bisa menularkan penyakit kepada orang lain dan masih dapat mengalami komplikasi di kemudian hari. Beberapa orang membawa virus dalam tubuh mereka dan menular selama sisa hidup mereka.

Risiko penularan dari ibu ke bayi yang baru lahir dapat dikurangi 20-90% menjadi 5-10% dengan pemberian kepada bayi yang baru lahir vaksin hepatitis B (VHB) dan antibody (*immune globulin*) hepatitis B (HBIG) dalam waktu 12 jam setelah lahir, diikuti oleh dosis kedua vaksin hepatitis B (VHB) pada 1-2 bulan dan dosis ketiga pada tidak lebih awal dari 6 bulan (24 minggu). Infeksi hepatitis B biasanya tidak memerlukan pengobatan karena kebanyakan orang dewasa membersihkan infeksi secara spontan.

Vaksin untuk mencegah hepatitis B telah rutin direkomendasikan diberikan pada bayi sejak 1991 di Amerika Serikat. Kebanyakan vaksin diberikan dalam 3 dosis selama beberapa bulan. Durasi vaksinasi yang dilakukan dalam 10 hingga 22 tahun penelitian menunjukkan tidak terjadi kasus hepatitis B pada mereka yang memiliki kekebalan normal dan telah divaksinasi, hanya ada beberapa infeksi-infeksi kronik.

Hepatitis B akut umumnya sembuh, hanya 10% menjadi hepatitis B kronik (menahun) dan dapat berlanjut menjadi sirosis hati atau kanker hati. Saat ini ada beberapa perawatan yang dapat dilakukan untuk hepatitis B kronis yang dapat meningkatkan kesempatan bagi seorang penderita penyakit ini. Perawatannya tersedia dalam bentuk antiviral seperti *lamivudine* dan *adefovir* serta modulator sistem kebal seperti *Interferon Alfa (Uniferon)*. Selain itu, ada juga pengobatan tradisional yang dapat dilakukan. Tumbuhan obat atau herbal yang dapat digunakan untuk mencegah dan membantu pengobatan hepatitis diantaranya mempunyai efek sebagai *hepatoprotektor*, yaitu melindungi hati dari pengaruh *zat toksik* yang dapat merusak sel hati, juga bersifat anti radang, *kolagogum*, dan *khloretik*, yaitu meningkatkan produksi empedu oleh hati **(*WHO, hepatitis B fact sheet No. 204*)**.

Berdasarkan ruang lingkup populasi, penyebaran hepatitis B terjadi pada dua kondisi yaitu penyebaran pada populasi tertutup dan penyebaran pada populasi terbuka. Populasi tertutup adalah jika dalam populasi tidak terjadi proses migrasi, perubahan pada jumlah populasi hanya disebabkan oleh kelahiran dan kematian. Sebaliknya, populasi terbuka adalah jika dalam populasi terjadi proses migrasi (migrasi adalah perpindahan penduduk dengan tujuan untuk menetap dari suatu tempat ke tempat lain), sehingga proses migrasi juga dapat mempengaruhi perubahan jumlah populasi.

2.2 Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan satu (atau beberapa) fungsi yang tak diketahui. Berikut merupakan contoh persamaan diferensial.

1. $y' + xy = 2x$
2. $y'' - 4y = 0$
3. $y''' - y' + 2y = 0$ $\quad (2.1)$
4. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

Suatu persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan dari suatu fungsi yang tidak diketahui disebut persamaan diferensial biasa. Contoh 2.1(1), 2.1(2) dan 2.1(3) merupakan persamaan diferensial biasa, sedangkan Contoh 2.1(4) merupakan persamaan diferensial parsial, yaitu persamaan yang mengandung turunan parsial.

Definisi 2.1 (Finizo dan Ladas, 1990) Suatu persamaan diferensial biasa orde n adalah suatu persamaan yang dapat ditulis dalam bentuk

$$y^{(n)} = F(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}) \tag{2.2}$$

dimana $y, y', \ldots, y^{(n-1)}$ semua ditentukan nilainya oleh x.

Peubah bebas x terletak dalam suatu selang I (I boleh berhingga atau tak terhingga), fungsi F diberikan, dan fungsi $y = f(x)$ tak diketahui. Pada umumnya fungsi F dan y akan bernilai real. Jadi, Persamaan 2.1(1) merupakan suatu persamaan diferensial biasa orde 1, sedangkan Persamaan 2.1(2) dan Persamaan 2.1(3) adalah persamaan diferensial orde 2.

Persamaan diferensial biasa $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$, dikatakan linear jika F adalah linear dalam variabel-variabel $x, y, y', \ldots, y^{(n)}$. Jadi secara umum persamaan diferensial biasa linear orde n diberikan dengan

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \cdots + a_n(x)y = g(x) \tag{2.3}$$

Persamaan yang tidak dalam bentuk Persamaan (2.3) merupakan persamaan non-linear.

Definisi 2.2 (Ault dan Ayres, 1992) Persamaan diferensial dikatakan linear jika variabel terikatnya dan turunannya berpangkat satu dengan koefisien konstanta atau koefisien yang tergantung pada variabel bebasnya dan jika variabel terikatnya atau turunannya berpangkat lebih dari satu dengan koefisien konstanta atau koefisien yang tergantung pada variabel bebasnya maka dikatakan non-linear.

Suatu persamaan diferensial dikatakan linear jika memenuhi 3 hal berikut:

1. Variabel-variabel terikat dan turunannya berderajat satu.
2. Tidak mengandung bentuk perkalian antara sebuah variabel terikat dengan variabel terikat lainnya. Atau turunan yang satu dengan turunan yang lainnya. Atau variabel terikat dengan sebuah turunan.
3. Variabel terikatnya bukan merupakan fungsi trasenden.

Sebagai contoh $y^{(3)} + y = 0$ adalah persamaan diferensial linear orde 3.

Sedangkan persamaan diferensial yang bukan persamaan linear disebut persamaan diferensial non-linear. Sehingga persamaan diferensial $F(x, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$ merupakan persamaan diferensial non-linear jika salah satu sifat berikut dipenuhi oleh F :

1. Variabel-variabel terikat turunannya lebih dari satu.
2. Mengandung bentuk perkalian antara sebuah variabel terikat dengan variabel terikat lainnya, atau turunan yang satu dengan turunan lainnya, atau variabel terikat dengan sebuah turunan.
3. Variabel terikatnya merupakan fungsi trasenden.

(Hasanudin, 2012).

Sebagai contoh $y'' + 2e^x y' + yy' + y^2 = 0$ merupakan persamaan non-linear karena suku yy' dan y^2 .

2.3 Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial merupakan kumpulan n buah persamaan diferensial, dengan n buah fungsi yang tidak diketahui, dimana n merupakan bilangan bulat positif lebih besar sama dengan dua.

Definisi 2.3 (Conte dan Boor, 1993) Sistem persamaan diferensial adalah suatu persamaan diferensial berorde n dan telah dinyatakan sebagai suatu sistem dari n persamaan berorde satu. Persamaan itu dapat ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$y^n = f\left(x, y(x), y'(x), \cdots, y^{n-1}(x)\right) \qquad (2.4)$$

Secara umum, suatu sistem *n* persamaan orde pertama mempunyai bentuk sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_1' &= \frac{dx_1}{dt} = f_1(t, x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ x_2' &= \frac{dx_2}{dx} = f_2(t, x_1, x_2, \cdots, x_n) \\ &\vdots \\ x_n' &= \frac{dx_n}{dt} = f_n(t, x_1, x_2, \cdots, x_n) \end{aligned} \tag{2.5}$$

Sistem persamaan diferensial juga dibedakan menjadi dua yaitu sistem persamaan diferensial linear dan sistem persamaan diferensial non- linear.

Sistem (2.5) dapat ditulis dalam bentuk

$$\dot{x} = Ax + g(t) \tag{2.6}$$

dengan :

$$\dot{x} = \left(\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \cdots, \frac{dx_n}{dt}\right)^T, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2n}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & a_{n2}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{pmatrix}, \quad x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T,$$

dan $g(t) = (g_1(t), g_2(t), \cdots, g_n(t))^T$

Jika sistem Persamaan (2.5) tidak dapat ditulis menjadi (2.6), maka disebut sistem persamaan differensial non-linear.

Contoh 2. 1 : Diberikan suatu sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x_1' &= 4x_1 + 2x_2 + x_3 \\ x_2' &= x_1 + 7x_2 + 4x_3 \\ x_3' &= 5x_1 + 9x_2 + 3x_3 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Sistem persamaan diatas dapat ditulis menjadi

$$x' = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 7 & 4 \\ 5 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Sistem Persamaan (2.7) merupakan sistem persamaan diferensial linear, karena dapat ditulis menjadi (2.6).

Contoh 2. 2 : Diberikan sistem persamaan diferensial non-linear :

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 + x_1 x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_1^2 + 4x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_1 + x_2 + \sin x_3 \end{aligned} \tag{2.8}$$

sistem Persamaan (2.8) bukan merupakan sistem persamaan diferensial linear, karna tidak dapat ditulis menjadi (2.6). Maka sistem Persamaan (2.8) adalah sistem persamaan differensial non-linear.

2.4 Titik Kesetimbangan

Solusi dari suatu sistem yang tidak mengalami perubahan terhadap waktu disebut titik kesetimbangan atau titik tetap. Berikut diberikan definisi dari titik kesetimbangan (*ekuilibrium*) pada suatu sistem persamaan differensial,

Definisi 2.4 (Perko, 2001) Diberikan suatu sistem persamaan differensial

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = f(x), \qquad x, f(x) \in R. \tag{2.9}$$

Titik $x^* \in R$ disebut titik kesetimbangan jika dan hanya jika $f(x^*) = 0.$

Definisi 2.5 (Perko, 2001) Titik kesetimbangan $x^* \in R^n$ dari Sistem (2.9) dikatakan :

a. Stabil lokal jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga untuk solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x^*\| < \delta$ maka berakibat $\|x(t) - x^*\| < \varepsilon$ untuk setiap $t \leq t_0$.

b. Stabil asimtotik lokal jika titik kesetimbangan $x^* \in R^n$ stabil dan terdapat bilangan $\delta_0 > 0$ sehingga untuk setiap solusi $x(t)$ yang memenuhi $\|x(t_0) - x^*\| < \delta_0$ berakibat $\lim_{t\to\infty} x(t) = x^*$

c. Tidak stabil jika titik kesetimbangan $x^* \in R^n$ tidak memenuhi (a).

2.5 Matriks Jacobian

Analisis kestabilan sistem persamaan diferensial tak linear dilakukan melalui pelinearan. Untuk mencari hasil pelinearan dari sistem persamaan diferensial tak linear digunakan matriks Jacobi.

Definisi 2.6 (Hale, 1991) Diberikan $f = (f_1, \dots, f_n)$ pada Sistem (2.9) dengan $f_i \in c^1(E), i = 1,2, \dots, n$.

$$J\left(f\left(x^*\right)\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}\left(x^*\right) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\left(x^*\right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}\left(x^*\right) & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}\left(x^*\right) \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

$J\left(f\left(x^*\right)\right)$ dinamakan matriks Jacobian dari f di titik x^*.

Titik kesetimbangan dapat dicari kestabilannya menggunakan nilai eigen pada matriks Jacobiannya $J\left(f\left(x^*\right)\right)$, jika titik kesetimbangan tersebut hiperbolik.

Definisi 2.7 (Perko, 2001) Titik kesetimbangan x^* dikatakan hiperbolik jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian $J\left(f\left(x^*\right)\right)$ mempunyai bagian real tak nol.

2.6 Nilai Eigen

Definisi 2.8 (Anton, 1987) Jika $\boldsymbol{A}$ adalah matriks $n \times n$, maka vektor taknol $\boldsymbol{x}$ di dalam $\boldsymbol{R^n}$ dinamakan vektor eigen (*eigen vector*) dari A jika Ax adalah kelipatan skalar dari x; yakni,

$$\boldsymbol{Ax = \lambda x} \tag{2.11}$$

untuk suatu skalar $\boldsymbol{\lambda}$. Skalar $\boldsymbol{\lambda}$ dinamakan nilai eigen (*eigenvalue*) dari $\boldsymbol{A}$, dan vektor $\boldsymbol{x}$ dikatakan vektor eigen yang bersesuaian dengan $\boldsymbol{\lambda}$.

Untuk menentukan nilai eigen dari matriks $\boldsymbol{A}$ yang berukuran $n \times n$, maka Persamaan (2.11) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{\lambda I})\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \tag{2.12}$$

dimana $\boldsymbol{I}$ merupakan matriks identitas. Agar $\boldsymbol{\lambda}$ dapat menjadi nilai eigen, harus terdapat satu solusi taknol dari Persamaan (2.12). Persamaan (2.12) memiliki solusi taknol jika dan hanya jika :

$$det(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{\lambda I})\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0} \tag{2.13}$$

Persamaan (2.13) disebut parsamaan karakteristik.

Kestabilan dari titik kesetimbangan pada Sistem (2.9) dapat ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian. Kriteria kestabilan titik kasetimbangan pada Sistem (2.9) disajikan pada teorema berikut :

Teorema 2.1 (Olsder dan Woude, 2003) Diberikan sistem linear $\dot{x} = Ax$, dengan matriks A berukuran $n \times n$ dan memiliki k nilai eigen yang berbeda λ_i untuk $i = 1, 2, \ldots, k$ dan $k \le n$, maka

(i) Titik ekuilibrium $x^* = 0$ dikatakan stabil asimtotik jika dan hanya jika untuk setiap $\text{Re}(\lambda_i) < 0$.

(ii) Titik ekuilibrium $x^* = 0$ dikatakan tidak stabil jika dan hanya jika untuk setiap $\text{Re}(\lambda_i) > 0$.

2.7 Kriteria Routh-Hurwitz

Jika A adalah matriks berukuran n x n, untuk nilai eigen λ, persamaan $\det(A - \lambda I) = 0$, dengan I adalah matriks identitas, dapat diturunkan menjadi persamaan polinomial orde ke-n. Persamaan polinomial ini disebut persamaan karakteristik dan dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \cdots + a_n = 0 \tag{2.14}$$

Jika persamaan karakteristik yang diperoleh cukup rumit untuk menentukan akar-akar karakteristiknya yaitu nilai eigen matriks, maka untuk menentukan apakah nilai eigen bernilai negatif dapat menggunakan kriteria Routh-Hurwitz.

Teorema 2.2 (Hasim A. O. A, 2011) Titik kesetimbangan akan stabil jika:

1. Untuk $n = 2$, kondisi Routh-Hurwitz adalah $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.
2. Untuk $n = 3$, kondisi Routh-Hurwitz adalah $a_1 > 0$, $a_3 > 0$, dan $a_1 a_2 > a_3$.
3. Untuk $n = 4$, kondisi Routh-Hurwitz adalah $a_1 > 0,\ a_3 > 0,\ a_4 > 0,$ dan $a_1 a_2 a_3 > {a_3}^2 + {a_1}^2 a_4$.
4. Untuk $n = 5$ kondisi Routh-Hurwitz adalah $a_1 > 0,\ a_2 > 0,\ a_3 > 0,\ a_4 > 0,\ a_5 > 0,\ a_1 a_2 a_3 > {a_3}^2 + {a_1}^2 a_4$ dan $(a_1 a_4 - a_5)(a_1 a_2 a_3 - {a_3}^2 - {a_1}^2 a_4) > a_5 (a_1 a_2 - a_3)^2 + a_1 {a_5}^2$.

Contoh 2.3 : Diberikan persamaan diferensial

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x - xy \\ \frac{dy}{dt} &= xy - y \end{aligned} \qquad (2.15)$$

Tentukan titik kesetimbangan dan kestabilannya!.

Penyelesaian :

Untuk menentukan titik kesetimbangan dengan $f(x^*) = 0$, maka persamaan (2.15) menjadi:

$$\begin{aligned} x - xy &= 0 \\ xy - y &= 0 \end{aligned} \qquad (2.16)$$

Berdasarkan Persamaan (2.16) didapat titik kesetimbangan yaitu: (0,0), dan (1,1). Untuk menganalisa kestabilan titik kesetimbangan digunakan matrik jacobian. Matrik Jacobian dari Persamaan (2.16), yaitu:

$$J = \begin{bmatrix} 1 - y & -x \\ y & x - 1 \end{bmatrix} \qquad (2.17)$$

1. Untuk titik kesetimbangan (0,0) maka matrik Jacobiannya yaitu:

$$J=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk menguji kestabilan digunakan nilai eigen dari matrik Jacobian. Berdasarkan Persamaan (2.13) :

$$\det\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}-\lambda\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}1-\lambda & 0\\ 0 & -\lambda-1\end{pmatrix}\right)=0 \qquad (2.18)$$

Berdasarkan (2.18) diperoleh $\lambda_1=1$ dan $\lambda_2=-1$. Karena terdapat nilai eigen yang bernilai positif maka titik kesetimbangan di (0,0) tidak stabil.

2. Untuk titik kesetimbangan (1,1) maka matrik Jacobiannya yaitu:

$$J=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

Selanjutnya untuk menguji kestabilan digunakan nilai eigen dari matrik Jacobian. Berdasarkan Persamaan (2.13) :

$$\det\left(\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}-\lambda\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}0 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{pmatrix}\right)=0$$

$$\det\left(\begin{pmatrix}-\lambda & -1\\ 1 & -\lambda\end{pmatrix}\right)=0 \qquad (2.19)$$

Berdasarkan Sistem (2.19), diperoleh $\lambda_{1,2}=i$. Karena nilai eigen real bernilai nol, maka titik kesetimbangan di (1,1) stabil.

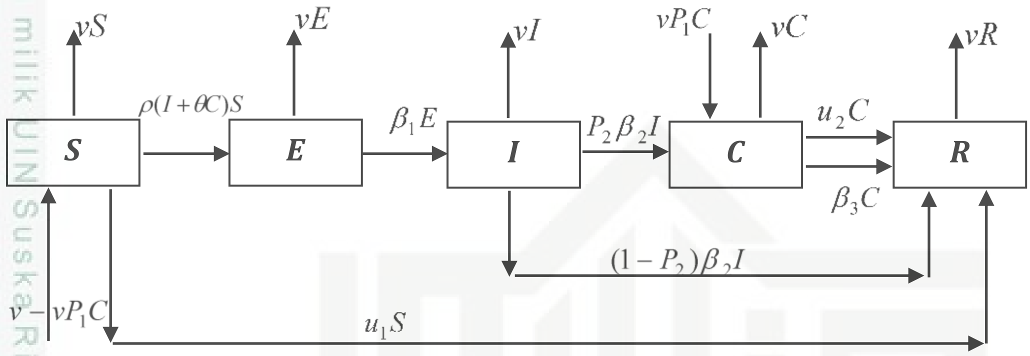
2.8 Model SEICR

Model SEICR, membagi populasi menjadi 5 kelas yaitu, kelas populasi rentan atau *Susceptible (S)*, kelas populasi terjangkit atau *Exposed (E)*, kelas populasi terinfeksi akut atau *acute infection (I)*, kelas populasi terinfeksi kronis atau *chronic carrierrs (C)*, dan yang terakhir kelas *recovered (R)* yakni kelas yang sembuh.

Model SEICR penularan virus hepatitis B ini memerlukan asumsi-asumsi sebagai berikut:

1. Populasi yang baru lahir dari penderita yang terinfeksi kronis masuk kelas *chronic carrierrs* (C) sebesar vP_1.
2. Laju perpindahan dari kelas *rentan* menjadi *terjangkit VHB* sebesar $p(I+\theta C)$.
3. Laju perpindahan dari kelas rentan menjadi *recovered (R)* dengan adanya vaksinasi sebesar u_1.
4. Laju perpindahan dari kelas *terjangkit* menjadi *akut* sebesar β_1.
5. Laju perpindahan dari kelas *akut* menjadi *kronis* sebesar $P_2\beta_2$.
6. Laju penyembuhan dari kelas *akut* menjadi *recovered* sebesar $(1-P_2)\beta_2$.
7. Laju penyembuhan dari kelas *kronis* menjadi *recovered* secara alami sebesar β_3.
8. Laju penyembuhan dari kelas *kronis* menjadi *recovered* dengan pengobatan sebesar u_2.
9. Virus hepatitis B tidak menyebabkan kematian.
10. Laju kematian alami sama dengan kelahiran yaitu sebesar v.
11. Populasi bersifat tertutup.

Berdasarkan asumsi tersebut, diperoleh diagram alir dari model SEICR sebagai berikut:



Gambar 2.1 Diagram Alir Model SEICR

Berdasarkan diagram alir di atas maka diperoleh sistem persamaan differensial sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = v - vP_1C - \rho(I+\theta C)S - (v+u_1)S \tag{2.23.a}$$

$$\frac{dE}{dt} = \rho(I+\theta C)S - (v+\beta_1)E \tag{2.23.b}$$

$$\frac{dI}{dt} = \lambda_1 E - (v+\beta_2)I \tag{2.23.c}$$

$$\frac{dC}{dt} = vP_1C + P_2\beta_2 I - (v+\beta_3)C - u_2C \tag{2.23.d}$$

$$\frac{dR}{dt} = (1-P_2)\beta_2 I + \beta_3 C - vR + u_1 S + u_2 C \tag{2.23.e}$$

$$N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + C(t) + R(t) \tag{2.23.f}$$