BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Program Linier

Linear programming atau program linier merupakan model matematik untuk mendapatkan alternatif penggunaan terbaik atas sumber–sumber organisasi. Kata sifat linier digunakan untuk menunjukkan fungsi–fungsi matematik yang digunakan dalam bentuk linier dalam arti hubungan langsung dan persis proporsional. Jadi pengertian program linier adalah suatu teknik perencanaan yang bersifat analitis yang analisanya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alternative pemecahan optimum terhadap persoalan menurut Aminudin, dalam bukunya Prinsip–prinsip Riset Operasi (2005).

Program Linear (PL) adalah suatu pendekatan matematis untuk menyelesaikan suatu permasalahan agar didapatkan hasil yang optimal. Permasalahan yang sering diselesaikan dengan *linear programming* dalam pengalokasian faktor-faktor produksi yang terbatas jumlahnya terhadap berbagai kemungkinan produksi sehingga didapatkan manfaat yang optimal (maksimal dan minimal). Sasaran maksimal, misalnya secara efisien sehingga manfaat yang ingin dicapai (jumlah produksi/nilai penjualan/laba, dan lain-lain) menjadi maksimal.

Permasalah optimasi meliputi pemaksimuman dan peminimuman suatu fungsi tujuan yang dibatasi oleh berbagai kendala keterbatasan sumber daya dan kendala persyaratan tertentu yang harus dipenuhi. Program linier juga dapat digunakan dalam pemecahan masalah-masalah pengalokasian sumber-sumber yang terbatas secara optimal. Masalah tersebut timbul apabila seseorang diharuskan untuk memilih atau menentukan tingkat setiap kegiatan yang dilakukan, dimana masing-masing kegiatan membutuhkan sumber yang sama sedangkan jumlahnya terbatas. Adapun beberapa aturan bentuk program linier baku/standar:

1. Semua batasan/ kendala adalah persamaan (dengan sisi kanan yang *non negative*).

2. Semua variabel keputusan *non negative*.
3. Fungsi tujuan dapat berupa maksimal dan minimal.

2.2 Model Transportasi

Metode Transportasi merupakan suatu metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal dengan biaya yang termurah. Alokasi produk ini harus diatur sedemikian rupa karena terdapat perbedaan biaya-biaya alokasi dari satu sumber atau beberapa sumber ke tempat tujuan yang berbeda. Model transportasi berkaitan dengan suatu situasi dimana suatu komoditas yang ingin dikirim dari sejumlah sumber menuju ke sejumlah tujuan. Tujuan dari masalah tersebut adalah menentukan jumlah komoditas yang harus dikirim dari tiap-tiap sumber ketiap-tiap tujuan sedemikian hingga biaya total pengiriman dapat diminimumkan, dan pada saat yang sama pembatas yang berupa keterbatasan pasokan dan kebutuhan permintaan tidak dilanggar.

Model transportasi mengasumsikan bahwa biaya pengiriman komoditas pada rute tertentu adalah proporsional dengan banyaknya unit komoditas yang di kirimkan pada rute tersebut. Taha (1996) mengemukakan bahwa model transportasi berusaha menentukan sebuah rencana transportasi sebuah barang dari sejumlah sumber ke sejumlah tujuan. Data dalam model ini mencakup, tingkat penawaran disetiap sumber dan jumlah permintaan disetiap tujuan, biaya transportasi perunit barang dari setiap sumber kesetiap tujuan.

Model transportasi adalah suatu gambaran yang dituangkan kedalam bentuk model matematika dari sebuah kasus transportasi yang dapat membantu berpikir secara cepat dan sistematik mengenai kasus tersebut. Bentuk umum dari model transportasi dapat digambarkan dalam bentuk matriks transportasi. Sebuah matriks memilki n baris dan m kolom. Sumber-sumber pada matriks transportasi terletak pada baris, sedangkan tujuan-tujuan terletak pada kolom. Notasi i digunakan untuk menandai baris ke-i, sedang notasi j digunakan untuk menandai kolom ke-j.

Berdasarkan perkembangannya, model transportasi telah diterapkan pada berbagai macam organisasi bisnis. Pemecahan kasus-kasus dengan model transportasi telah mengakibatkan penghematan biaya yang luar biasa.

Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi, dengan kendala:

1. Setiap permintaan tujuan terpenuhi.
2. Sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitasnya.

   Suatu model transportasi dikatakan seimbang apabila total jumlah antara penawaran (*supply*) dan permintaan (*demand*) sama, secara matematis ditulis:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j \quad (2.1)$$

Secara umum masalah dalam transportasi dapat ditulis dengan rumus sebagai berikut:

Minimum: $$Z = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \sum c_{ij} x_{ij} \quad (2.2)$$

dengan kendala: $$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \quad (2.4)$$

Keterangan:

a_i: Menyatakan penawaran dari tujuan ke-i.

b_j: Menyatakan permintaan dari tujuan ke-j.

c_{ij}: Biaya transportasi barang dari sumber i ke tujuan j.

x_{ij}: Banyak barang yang diangkut dari sumber i ke tujuan j,

dengan $i = 1, 2, \ldots, n$ dan $j = 1, 2, \ldots, m$

Tabel untuk model transportasi linier dapat disusun seperti Tabel 2.1 berikut:

Tabel 2.1 Model Transportasi Linier

Ke / Dari	Tujuan				a_i
	d_1	d_2	…	d_n	
S_1	$\boxed{c_{11}}$ x_{11}	$\boxed{c_{12}}$ x_{12}	…	$\boxed{c_{1n}}$ x_{1n}	a_1
S_2	$\boxed{c_{21}}$ x_{21}	$\boxed{c_{22}}$ x_{22}	…	$\boxed{c_{2n}}$ x_{2n}	a_2
…	…	…	…	…	…
S_m	$\boxed{c_{m1}}$ x_{m1}	$\boxed{c_{m2}}$ x_{m2}	…	$\boxed{c_{mn}}$ x_{mn}	a_m
b_j	b_1	b_2	…	b_n	$\sum_{i=1}^{n} a_i=\sum_{j=1}^{m} b_j$

Keterangan:

S_i: Sumber ke-i

d_j: Tujuan ke- j

a_i: Persedian ke-i

b_j: Permintaan ke-j

dengan $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, m$.

Berdasarkan Tabel 2.1 maka dapat diperoleh model transportasi sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan

Berdasarkan Teorema 2.1, Persamaan 2.1 diubah menjadi Persamaan 2.5 seperti berikut:

Minimum $Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\, x_{ij}$

$$Z= c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \cdots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \cdots + c_{1n}x_{1n} + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \cdots + c_{mn}x_{mn} \quad (2.5)$$

2. Fungsi kendala

Berdasarkan Teorema 2.3, Persamaan 2.3 diubah menjadi Persamaan 2.6 seperti berikut:

a. Persediaan:

$$\begin{aligned} x_{11}+x_{12}+\cdots+x_{1n} &= a_1 \\ x_{21}+x_{22}+\cdots+x_{2n} &= a_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad &\vdots \\ x_{m1}+x_{m2}+\cdots+x_{mn} &= a_m \end{aligned} \tag{2.6}$$

Berdasarkan Teorema 2.4, Persamaan 2.4 diubah menjadi Persamaan 2.7 seperti berikut:

b. Permintaan:

$$\begin{aligned} x_{11}+x_{21}+\cdots+x_{m1} &= b_1 \\ x_{12}+x_{22}+\cdots+x_{m2} &= b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad &\vdots \\ x_{m1}+x_{m2}+\cdots+x_{mn} &= b_n \end{aligned} \tag{2.7}$$

2.3 Transportasi *Fuzzy*

Menurut Kusumadewi (2010), masalah transportasi *fuzzy* adalah masalah transportasi yang terjadi apabila jumlah pasokan dan permintaan adalah bilangan *fuzzy*. Sistem pada transportasi *fuzzy* akan dicari suatu nilai Z yang merupakan fungsi tujuan yang akan dioptimasikan pada batasan tertentu dan dimodelkan dalam himpunan *fuzzy*. Adapun model transportasi *fuzzy* dapat disusun seperti Tabel 2.2 berikut:

Tabel 2.2 Model Transportasi *Fuzzy*

Sumber	Tujuan				a_i
	d_1	d_2	...	d_n	
o_1	$\boxed{c_{11a}, c_{11b}, c_{11c}}$ x_{11}	$\boxed{c_{12a}, c_{12b}, c_{12c}}$ x_{12}	...	$\boxed{c_{1na}, c_{1nb}, c_{1nc}}$ x_{1n}	a_1^1, a_1^2, a_1^3
o_2	$\boxed{c_{21a}, c_{21b}, c_{21c}}$ x_{21}	$\boxed{c_{22a}, c_{22b}, c_{22c}}$ x_{22}	...	$\boxed{c_{2na}, c_{2nb}, c_{2nc}}$ x_{2n}	a_2^1, a_2^2, a_2^3
...	...	...	...	...	...
o_m	$\boxed{c_{m1a}, c_{m1b}, c_{m1c}}$ x_{m1}	$\boxed{c_{m2a}, c_{m2b}, c_{m2c}}$ x_{m2}	...	$\boxed{c_{mna}, c_{mnb}, c_{mnc}}$ x_{mn}	a_m^1, a_m^2, a_m^3
b_j	b_1^1, b_1^2, b_1^3	b_2^1, b_2^2, b_2^3	…	b_n^1, b_n^2, b_n^3	$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

Berdasarkan Tabel 2.2 maka dapat diperoleh model transportasi *fuzzy* sebagai berikut:

1. Fungsi tujuan

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}\, x_{ij}$$

2. Kendala *fuzzy* dapat dibentuk dengan Persamaan (2.6) sebagai persediaan diubah menjadi Persamaan (2.8) dan Persamaan (2.7) sebagai permintaan diubah menjadi Persamaan (2.9) sebagai berikut:

   a. Persediaan:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} &= (a_1^1, a_1^2, a_1^3) \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} &= (a_1^1, a_1^2, a_1^3) \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad & \quad \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} &= (a_m^1, a_m^2, a_m^3) \end{aligned} \tag{2.8}$$

   b. Permintaan:

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{m1} &= (b_1^1, b_1^2, b_1^3) \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{m2} &= (b_2^1, b_2^2, b_2^3) \\ \vdots \quad \vdots \quad \cdots \quad \vdots \quad & \quad \vdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} &= (b_n^1, b_n^2, b_n^3) \end{aligned} \tag{2.9}$$

Berdasarkan permasalahan transportasi dengan semua unit pengiriman, jumlah penawaran dan jumlah permintaan diasumsikan ke dalam bilangan *fuzzy* dimana permintaan $\widetilde{A}_i = (A_1, A_2, A_3)$, persediaan $\widetilde{B}_j = (B_1, B_2, B_3)$ adalah bilangan *fuzzy* segitiga yang dibawa ke dalam α-cut dan unit biaya transportasi yang berupa bilangan *fuzzy* $\widetilde{C}_{ij} = (-\infty, C_2, C_3)$ dibawa ke dalam γ-cut . Rumus jumlah persediaan $(\widetilde{A}_i)$ dan permintaan $(\widetilde{B}_i)$ kedalam α-cut:

$$(\tilde{A}_i)_\alpha = [(\tilde{A}_i)_\alpha^L, (\tilde{A}_i)_\alpha^U] = \left[\tilde{A}_\mathrm{i}^1 + \alpha\left(\tilde{A}_\mathrm{i}^2 - \tilde{A}_\mathrm{i}^1\right), \tilde{A}_\mathrm{i}^3 - \alpha\left(\tilde{A}_\mathrm{i}^3 - \tilde{A}_\mathrm{i}^2\right)\right]; i = 1, 2, \dots, m$$

$$(\tilde{B}_j)_\alpha = [(\tilde{B}_i)_\alpha^L, (\tilde{B}_i)_\alpha^U] = \left[\tilde{B}_\mathrm{j}^1 + \alpha\left(\tilde{B}_\mathrm{j}^2 - \mathcal{B}_\mathrm{j}^1\right), \tilde{B}_\mathrm{j}^3 - \alpha\left(\tilde{B}_\mathrm{j}^3 - \tilde{B}_\mathrm{j}^2\right)\right]; i = 1, 2, \dots, m$$

Dan unit biaya $(\widetilde{C}_{ij})$ ke dalam γ-cut.

$$\begin{aligned}(\widetilde{C}_{ij})_\alpha = [(\widetilde{C}_{ij})_{\alpha}^{L}, (\widetilde{C}_{ij})_{\alpha}^{U}] = \left[\widetilde{C}_{ij}^1 - \gamma\left(C_{ij}^2 - \widetilde{C}_{ij}^1\right), \widetilde{C}_{ij}^3 - \gamma\left(\widetilde{C}_i^3 - \widetilde{C}_i^2\right)\right]; i \\ = 1, 2, \dots, m\end{aligned}$$

Interval di atas menunjukan dimana unit biaya pengiriman, penawaran dan permintaan terletak pada rentang α. Sehingga persamaan masalah dapat ditulis menjadi:

Maksimum α

Dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \in [(\tilde{A}_i)_\alpha];\ i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \in [(\tilde{B}_i)_\alpha];\ i = 1, 2, \dots, n$$

Dimana $x_{ij} \geq 0$ dan *integer*.

Masalah transpotasi *fuzzy* dibagi menjadi dua jenis, yaitu masalah transportasi *fuzzy* penuh (*fully fuzzy transportation problem*) dan masalah transportasi *fuzzy* tidak penuh (*not fully fuzzy transportation problem*). Kedua jenis masalah transportasi *fuzzy* tersebut masing-masing bisa bersifat masalah transportasi yang seimbang dan tidak seimbang. Dalam tulisan ini hanya difokuskan pada penyelesaian masalah transportasi *fuzzy* tidak seimbang menggunakan bilangan segitiga *fuzzy*. Fungsi keanggotaan segitiga sering digunakan sebagai fungsi keanggotaan bilangan *fuzzy*. Akan tetapi, bentuk-bentuk fungsi keanggotaan yang lain dapat juga digunakan. Jika bilangan *fuzzy* menggunakan fungsi keanggotaan segitiga, maka disebut bilangan *fuzzy* segitiga.

Masalah transportasi tidak seimbang adalah jumlah persediaan dari beberapa sumber tidak sama dengan jumlah permintaan beberapa tempat tujuan. Berdasarkan kasus masalah transportasi tak seimbang, dimana persediaan lebih besar dari permintaan atau sebaliknya. Metode dari bilangan triangular *fuzzy* menggunakan α-cut dan γ-cut untuk menyelesaikan masalah transportasi *fuzzy*. α-cut merupakan nilai ambang batas domain yang didasarkan pada nilai keanggotaan untuk tiap-tiap domain. Himpunan ini berisi semua nilai domain yang merupakan bagian dari himpunan *fuzzy* dengan nilai keanggotaan lebih besar (Frans Susilo, 2006; hal 73-74). Untuk menentukan solusi optimal dari masalah transportasi *fuzzy* penulis menggunakan metode *stepping stone*.

2.4 Fungsi Keanggotaan

Fungsi keanggotaan adalah suatu kurva yang menunjukkan pemetaan titik-titik input data ke dalam nilai keanggotaan yang memiliki interval antara $[0, 1]$. Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendapatkan nilai keanggotaan adalah dengan melalui pendekatan fungsi segitiga.

Fungsi keanggotaan segitiga untuk bilangan *fuzzy* $\tilde{A}_i$, $\tilde{B}_j$ dan $\tilde{C}_{ij}$

$$\mu_{\tilde{A}_i} = \begin{cases} 0 & \tilde{A}_i \le \tilde{A}_i^1, \tilde{A}_i \ge \tilde{A}_i^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^1}{\tilde{A}_i^2 - \tilde{A}_i^1}\right) & \tilde{A}_i^1 < \tilde{A}_i \le \tilde{A}_i^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{A}_i - \tilde{A}_i^2}{\tilde{A}_i^3 - \tilde{A}_i^2}\right) & \tilde{A}_i^2 < \tilde{A}_i \le \tilde{A}_i^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{B}_i} = \begin{cases} 0 & \tilde{B}_j \le \tilde{B}_j^1, \tilde{B}_j \ge \tilde{B}_j^3 \\ \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^1}{\tilde{B}_j^2 - \tilde{B}_j^1}\right) & \tilde{B}_j^1 < \tilde{B}_j \le \tilde{B}_j^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{B}_j - \tilde{B}_j^2}{\tilde{B}_j^3 - \tilde{B}_j^2}\right) & \tilde{B}_j^2 < \tilde{B}_j \le \tilde{B}_j^3 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{C}_i} = \begin{cases} 1 & \tilde{C}_{ij} \le \tilde{C}_{ij}^2 \\ 1 - \left(\dfrac{\tilde{C}_{ij} - \tilde{C}_{ij}^2}{\tilde{C}_{ij}^3 - \tilde{C}_{ij}^2}\right) & \tilde{C}_{ij}^2 < \tilde{C}_{ij} \le \tilde{C}_{ij}^3 \\ 0 & \tilde{C}_{ij} \ge \tilde{C}_{ij}^3 \end{cases}$$

2.5 Metode *Stepping Stone*

Metode *stepping stone* adalah proses evaluasi variabel *non basis* yang memungkinkan terjadinya perbaikan solusi dan kemudian mengalokasikan kembali. Beberapa hal penting perlu disebutkan dalam kaitannya dengan penyusunan jalur *stepping stone* sebagai berikut:

1. Arah yang diambil, baik searah maupun berlawanan arah dengan jarum jam adalah tidak penting dalam membuat jalur tertutup.
2. Hanya ada satu jalur tertutup untuk setiap kotak kosong.

3. Jalur harus hanya mengikuti kotak terisi (dimana terjadi perubahan arah), kecuali pada kotak kosong yang sedang dievaluasi
4. Namun, baik kotak terisi maupun kosong dapat dilewati dalam penyusunan jalur tertutup.
5. Suatu jalur dapat melewati dirinya.
6. Sebuah penambahan dan sebuah pengurangan yang sama besar harus kelihatan pada setiap baris dan kolom pada jalur itu. Tujuan dari jalur ini adalah untuk mempertahankan kendala penawaran dan permintaan sambil dilakukan alokasi ulang barang kesuatu kotak kosong.

Contoh :

Departemen logistik mempunyai data sebuah PT. Kayson yang mempunyai 3 pabrik yang berlokasi di 3 kota yang berbeda dan memproduksi minuman ringan yang dibotolkan. Produksi dari ke 3 pabrik tersebut didistribusikan ke 3 gudang yang terletak di tiga daerah distribusi. Biaya pengangkutan per krat minuman (dollar), jumlah suplai pada masing-masing pabrik (dalam ribu krat) dan daya tampung pada masing-masing gudang (dalam ribu krat) setiap hari.

Tabel 2.3 Data Penawaran, Permintaan dan Biaya Pegiriman per Unit dari Lokasi Sumber ke Lokasi Tujuan

Sumber	Tujuan			Penawaran
	D_1	D_2	D_3	
S_1	-∞, 3, 5 x_{11}	-∞, 6, 7 x_{12}	-∞, 6, 11 x_{13}	(2 , 9 , 11)
S_2	-∞, 7, 9 x_{21}	-∞, 9, 15 x_{22}	-∞. 10.18 x_{23}	(3 , 8 , 12)
S_3	-∞, 9, 13 x_{31}	-∞,9 ,16 x_{32}	-∞, 9, 10 x_{33}	(4 , 9 , 14)
Permintaan	(2 , 5 , 6)	(14 , 15 , 17)	(5 , 10 , 13)	

Berdasarkan permasalahan di atas tentukan biaya distribusi dari ketiga sumber dan ketiga daerah tujuan untuk mengoptimalkan jumlah permintaan dengan meminimalkan total biaya transportasi.

Penyelesaian

Langkah 1: Menyelesaikan masalah awal transportasi *fuzzy*

Minimumkan:

$$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij}$$

$$= (-\infty, 3, 5)\, x_{11} + (-\infty, 6, 7)\, x_{12} + (-\infty, 6, 11)\, x_{13}$$
$$+ (-\infty, 7, 9)\, x_{21} + (-\infty, 9, 15)\, x_{22} + (-\infty, 10, 18)\, x_{23}$$
$$+ (-\infty, 9, 13)\, x_{31} + (-\infty, 9, 16)\, x_{32} + (-\infty, 9, 10)\, x_{33}$$

Dengan kendala:

$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} \cong \tilde{A}_1 \rightarrow x_{11} + x_{12} + x_{13} \cong (2, 9, 11)$

$\sum_{j=1}^{3} x_{2j} \cong \tilde{A}_2 \rightarrow x_{21} + x_{22} + x_{23} \cong (3, 8, 12)$

$\sum_{j=1}^{3} x_{1j} \cong \tilde{A}_3 \rightarrow x_{31} + x_{32} + x_{33} \cong (4, 9, 14)$

$\sum_{j=1}^{3} x_{i1} \cong \tilde{B}_1 \rightarrow x_{11} + x_{12} + x_{13} \cong (2, 5, 6)$

$\sum_{j=1}^{3} x_{i2} \cong \tilde{B}_2 \rightarrow x_{21} + x_{22} + x_{23} \cong (14, 15, 17)$

$\sum_{j=1}^{3} x_{i3} \cong \tilde{B}_3 \rightarrow x_{21} + x_{32} + x_{33} \cong (5, 10, 13)$

$x_{11},\ x_{12},\ x_{13},\ x_{21},\ x_{22},\ x_{23},\ x_{31}, x_{32},\ x_{33} \geq 0$ dan integer

Langkah 2: Menyelesaikan masalah awal ke dalam bentuk α-*cut* untuk nilai permintaan, penawaran dan γ-*cut* untuk nilai biaya *fuzzy* maka diperoleh:

$(\tilde{A}_1)_\alpha = \left[\tilde{A}_1^1 + \alpha\left(\tilde{A}_1^2 - \tilde{A}_1^1\right), \tilde{A}_1^3 - \alpha\left(\tilde{A}_1^3 - \tilde{A}_1^2\right)\right] = [2 + 7\,\alpha, 11 - 2\,\alpha]$

$\rightarrow \tilde{a}_1^1 = 2 + 7\,\alpha$, $\tilde{a}_1^2 = 11 - 2\,\alpha$

$(\tilde{A}_2)_\alpha = \left[\tilde{A}_2^1 + \alpha\left(\tilde{A}_2^2 - \tilde{A}_2^1\right), \tilde{A}_2^3 - \alpha\left(\tilde{A}_2^3 - \tilde{A}_2^2\right)\right] = [3 + 5\,\alpha, 12 - 4\,\alpha]$

$\rightarrow \tilde{a}_2^1 = 3 + 5\,\alpha,\ \tilde{a}_2^2 = 12 - 4\,\alpha$

$(\tilde{A}_3)_\alpha = \left[\tilde{A}_3^1 + \alpha\left(\tilde{A}_3^2 - \bar{A}_3^1\right), \tilde{A}_3^3 - \alpha\left(\tilde{A}_3^3 - \tilde{A}_3^2\right)\right] = [4 + 5\,\alpha, 14 - 5\,\alpha]$

$\rightarrow \tilde{a}_3^1 = 4 + 5\,\alpha,\ \tilde{a}_3^2 = 14 - 5\,\alpha$

$(\tilde{B}_1)_\alpha = \left[\tilde{B}_1^1 + \alpha\left(\tilde{B}_1^2 - \mathcal{B}_1^1\right), \tilde{B}_1^3 - \alpha\left(\tilde{B}_1^3 - \tilde{B}_1^2\right)\right] = [2 + 3\,\alpha, 6 - \alpha]$

$\rightarrow \mathrm{b}_1^1 = 2 + 3\,\alpha,\ \mathrm{b}_1^2 = 6 - \alpha$

$(\tilde{B}_1)_\alpha = \left[\tilde{B}_2^1 + \alpha\left(\tilde{B}_2^2 - \tilde{B}_2^1\right), \tilde{B}_2^3 - \alpha\left(\tilde{B}_2^3 - \tilde{B}_2^2\right)\right] = [14 + \alpha, 15 - 2\,\alpha]$

$\rightarrow \mathrm{b}_2^1 = 14 + \alpha,\ \mathrm{b}_2^2 = 15 - 2\,\alpha$

$(\tilde{B}_3)_\alpha = \left[\tilde{B}_3^1 + \alpha\left(\tilde{B}_3^2 - \tilde{B}_3^1\right), \tilde{B}_3^3 - \alpha\left(\tilde{B}_3^3 - \tilde{B}_3^2\right)\right] = [5 + 5\,\alpha, 13 - 3\,\alpha]$

$\rightarrow \mathrm{b}_3^1 = 5 + 5\,\alpha,\ \mathrm{b}_3^2 = 13 - 3\,\alpha$

γ-*cut* untuk nilai biaya *fuzzy*, maka diperoleh:

$(\tilde{C}_{11})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{11}^3 - \gamma(\tilde{c}_{11}^3 - \tilde{c}_{11}^2) = [-\infty, 5 - 2\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{12})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{12}^3 - \gamma(\tilde{c}_{12}^3 - \tilde{c}_{12}^2) = [-\infty, 2 - \gamma]$

$(\tilde{C}_{13})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{13}^3 - \gamma(\tilde{c}_{13}^3 - \tilde{c}_{13}^2) = [-\infty, 11 - 6\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{21})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{21}^3 - \gamma(\tilde{c}_{21}^3 - \tilde{c}_{21}^2) = [-\infty, 9 - 2\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{22})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{22}^3 - \gamma(\tilde{c}_{22}^3 - \tilde{c}_{22}^2) = [-\infty, 15 - 6\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{23})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{23}^3 - \gamma(\tilde{c}_{23}^3 - \tilde{c}_{23}^2) = [-\infty, 18 - 8\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{31})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{31}^3 - \gamma(\tilde{c}_{31}^3 - \tilde{c}_{31}^2) = [-\infty, 13 - 4\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{32})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{32}^3 - \gamma(\tilde{c}_{32}^3 - \tilde{c}_{32}^2) = [-\infty\ , 16 - 7\,\gamma]$

$(\tilde{C}_{33})_\gamma = [-\infty, \tilde{c}_{33}^3 - \gamma(\tilde{c}_{33}^3 - \tilde{c}_{33}^2) = [-\infty, 10 - \gamma]$

Langkah 3 : Menentukan nilai α dan γ.

Dari permasalahan di atas terlihat bahwa $\sum_i^n \tilde{a}_i \neq \sum_j^m \tilde{b}_j$ yang berarti tidak seimbang, maka pada kolom tujuan akan ditambahkan dummy yaitu:

$$\tilde{b}_j^4 = \sum_i \tilde{a}_i - \sum_j \tilde{b}_j = (37 - 11\,\alpha) - (21 - 9\,\alpha) = 16 - 20\,\alpha$$

Untuk γ (biaya) adalah titik perpotongan garis $\tilde{c}_{ij} = \tilde{C}_{ij}(\gamma)$ dan titik potong γ (biaya) yang berada didalam [0,1] adalah 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, 1 dengan menggunakan rumus keanggotaan segitiga.

Langkah 4: Menentukan solusi awal masalah transportasi *fuzzy*.

Solusi awal menggunakan metode biaya terkecil ditentukan dengan mengisi sel kosong yang masih dapat diisi dengan biaya paling kecil jumlah yang dialokasikan pada sel kosong tersebut (x_{ij}) tidak boleh melebihi jumlah penawaran pada sumber i dan jumlah permintaan pada tujuan j, maka diperoleh hasil pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 Nilai Awal Masalah Transportasi *Fuzzy*

Demand / Supply	b_j^1 =2 + 3 α	b_j^2 =14 + α	b_j^3 =5 + 5 α	b_j^4 =16 − 20 α
a_i^1 =11 − 2 α	$\widetilde{C}_{11}$ =5 − 2 γ	$\widetilde{C}_{12}$ =7 − γ	$\widetilde{C}_{13}$ =11 − 5 γ	$\widetilde{C}_{14}$ =0
a_1^2 =12 − 4 α	$\widetilde{C}_{21}$ =5 − 2 γ	$\widetilde{C}_{22}$ =15 − 6 γ	$\widetilde{C}_{23}$ =18 − 8 γ	$\widetilde{C}_{24}$ =0
a_i^3 =14 − 5 α	$\widetilde{C}_{31}$ =13 − 4 γ	$\widetilde{C}_{32}$ =16 − 7 γ	$\widetilde{C}_{33}$ =10 − γ	$\widetilde{C}_{34}$ =0

Kemudian untuk mencari nilai biaya terkecil maka ditetapkan $\alpha = 0$ dan $\gamma = 0$ seperti pada Tabel 2.5

Tabel 2. 5 Metode Biaya Terkecil dari Transportasi *Fuzzy*

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	5	7	11	0	11
S_2	9	15	18	0	12
S_3	13	16	10	0	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Berdasarkan Tabel 2.2 dapat diselesaikan menggunakan metode *least cost* untuk mendapatkan solusi optimal dari maslah transportasi yang dimulai dari Tabel 2.6

Tabel 2.6 Solusi Awal dengan Metode *Least Cost* Iterasi ke 1

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	5 2	7	11	0	11
S_2	9	15	18	0	12
S_3	13	16	10	0	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Alokasikan 2 ke sel x_{11} yang terletak di kiri atas untuk memenuhi kolom permintaan kolom tujuan pertama.

Tabel 2.7 Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi ke 2

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	5 2	7 9	11	0	11
S_2	9	15	18	0	12
S_3	13	16	10	0	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Alokasikan 9 pada x_{12} untuk memenuhi baris penawaran pada sumber 1 setelah melakukan iterasi pertama dengan penambahan 2 pada x_{11}.

Tabel 2.8 Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi ke 3

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	5 2	7 9	11	0	11
S_2	9	15 5	18	0	12
S_3	13	16	10	0	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Alokasikan 5 pada x_{22} untuk memenuhi kolom permintaan pada sumber ke 2

Tabel 2.9 Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi Ke 4

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	5 2	7 9	11	0	11
S_2	9	15 5	18	0 7	12
S_3	13	16	10	0	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Alokasikan 7 pada x_{34} untuk memenuhi penawaran pada sumber kedua setelah dilakukannya penambahan 5 pada iterasi ketiga.

Tabel 2.10 Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi ke 5:

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{7}$ 9	$\boxed{11}$	$\boxed{0}$	11
S_2	$\boxed{9}$	$\boxed{15}$ 5	$\boxed{18}$	$\boxed{0}$ 7	12
S_3	$\boxed{13}$	$\boxed{16}$	$\boxed{10}$ 5	$\boxed{0}$	14
Permintaan	2	14	5	16	37

Alokasikan 5 pada sel x_{33} untuk memenuhi permintaan pada kolom tujuan ke tiga.

Tabel 2.11 Solusi Awal Menggunakan Metode *Least Cost* Iterasi ke 6

	Tujuan				Penawaran
	D_1	D_2	D_3	D_4	
S_1	$\boxed{5}$ 2	$\boxed{7}$ 9	$\boxed{11}$	$\boxed{0}$	11
S_2	$\boxed{9}$	$\boxed{15}$ 5	$\boxed{18}$	$\boxed{0}$ 7	12
S_3	$\boxed{13}$	$\boxed{16}$	$\boxed{10}$ 5	$\boxed{0}$ 9	14
Permintaan	2	14	5	16	37

alokasikan 9 pada sel x_{34} untuk memenuhi penawaran pada kolom tujuan keempat setelah dilakukannya iterasi keempat dan memenuhi permintaan pada baris sumber ketiga setelah dilakukannya iterasi kelima.

Jadi solusi akhir yang diberikan oleh metode biaya terkecil (*least cost method*) untuk biaya yang dikeluarkan adalah:

$$Z = 2\ (5) + 9\ (7) + 5\ (15) + 7\ (0) + 5\ (10) + 9\ (0) = 190$$

Langkah 5: Menentukan solusi optimal pada masalah transportasi di atas menggunakan *stepping stone* dengan memasukkan nilai α dan γ yang diperoleh dari fungsi keanggotaan.

Tabel 2.12 Solusi Optimal Menggunakan *Stepping Stone* dengan $\boldsymbol{\gamma = [0, \frac{1}{4}]}$

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_I
S_1	$\boxed{4.5}$ (−) $2+3\,\alpha$	$\boxed{6.75}$ (+) $9-5\,\alpha$	$\boxed{9.75}$	$\boxed{0}$	$11-2\,\alpha$
S_2	$\boxed{8.5}$ (+)	$\boxed{13.5}$ (−) $5+6\,\alpha$	$\boxed{16}$	$\boxed{0}$ $7-10\,\alpha$	$12-4\,\alpha$
S_3	$\boxed{12}$	$\boxed{14.25}$	$\boxed{9}$ $5+5\,\alpha$	$\boxed{0}$ $9-10\,\alpha$	$14-5\,\alpha$
b_j	$2+3\,\alpha$	$14+\alpha$	$5+5\,\alpha$	$16+20\,\alpha$	$37-11\,\alpha$

Langkah perbaikan:

$x_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{34} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 9.75 - 9.75 + 0 - 0 + 13.5 - 6.75$
$= 6.75$

$x_{14} = c_{14} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 0 - 0 + 13.5 - 6.75 = 6.75$

$\boldsymbol{x_{21} = c_{21} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 8.5 - 4.5 + 6.75 - 13.5 = -2.75}$

$x_{23} = c_{23} - c_{33} + c_{34} - c_{24} = 16 - 9.75 + 0 - 0 = 6.25$

$x_{31} = c_{31} - c_{34} + c_{24} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 12 - 4.5 + 6.75 - 14.25 = 0$

$x_{32} = c_{32} - c_{34} + c_{24} - c_{22} = 14.25 - 13.5 + 0 - 0 = 0.75$

Terlihat bahwa dari perhitungan indeks perbaikan masih ada yang bernilai negatif pada x_{21} yaitu -2.75 maka kita dapat membuat sebuah *loop* yang berawal dan berakhir pada variabel x_{21} dengan nilai-nilai variabel basis yang sudut *loop* bertambah dan berkurang $2+3\alpha$ sesuai dengan tanda (+) atau (−).

Tabel 2.13 Perbaikan Pemecahan Biaya pada Sel x_{21}

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
S_1	$\boxed{4.5}$	$\boxed{6.75}$ $11-2\,\alpha$	$\boxed{9.75}$	$\boxed{0}$	$11-2\,\alpha$
S_2	$\boxed{8.5}$ $2+3\,\alpha$	$\boxed{13.5}$ $3+3\,\alpha$	$\boxed{16}$	$\boxed{0}$ $7-10\,\alpha$	$12-4\,\alpha$
S_3	$\boxed{12}$	$\boxed{14.25}$	$\boxed{9.75}$ $5+5\,\alpha$	$\boxed{0}$ $9-10\,\alpha$	$14-5\,\alpha$
b_j	$2+3\,\alpha$	$14+\alpha$	$5+5\,\alpha$	$16+20\,\alpha$	$37-11\,\alpha$

Langkah perbaikan:

$x_{11} = c_{11} - c_{21} + c_{22} - c_{12} = 4.5 - 6.75 + 13.5 - 8.5 = 2.75$

$x_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{34} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 9.75 - 9.75 + 0 - 0 + 13.5 - 6.75$
$= 6.75$

$x_{14} = c_{14} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 0 - 0 + 13.5 - 6.75 = 6.75$

$x_{23} = c_{23} - c_{33} + c_{34} - c_{24} = 16 - 9.75 + 0 - 0 = 6.25$

$x_{31} = c_{31} - c_{34} + c_{24} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 12 - 8.5 + 0 - 0 = 3.5$

$x_{32} = c_{32} - c_{34} + c_{24} - c_{22} = 14.25 - 13.5 + 0 - 0 = 0.75$

Karena tidak terdapat penurunan ongkos, maka solusi telah optimal.

Berdasarkan Tabel 2.13 diperoleh $x_{24} = 7-10\,\alpha$ dan $x_{34} = 9-10\,\alpha$ hal tersebut melanggar kondisi dimana nilai yang dihasilkan negatif. Dengan demikian, solusi optimal ini berlaku untuk selang $\alpha \in [0\,,\ \frac{7}{10}\,,\ \frac{9}{10}]$. Jadi solusi yang optimal dan layak untuk interval α adalah $[\,0\,,\ \frac{7}{10}]$ dan $[\frac{7}{10}\,,\ \frac{9}{10}]$.

Tabel 2.14 Solusi Optimal dengan $\gamma \in [\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_I
S_1	3.7 $2+3\alpha$	6.3 $9-5\alpha$	7.7	0	$11-2\alpha$
S_2	7.7	11 $5+6\alpha$	12.7	0 $7-10\alpha$	$12-4\alpha$
S_3	10.3	11.3	9.3 $5-5\alpha$	0 $9-10\alpha$	$14-5\alpha$
b_j	$2+3\alpha$	$14+\alpha$	$5+5\alpha$	$16-20\alpha$	$37-11\alpha$

Langkah perbaikan:

$x_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{34} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 7.7 - 9.3 + 0 - 0 + 11 - 6.3 = 3.1$

$x_{14} = c_{14} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 0 - 0 + 11 - 6.3 = 4.7$

$\boldsymbol{x_{21} = c_{21} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 7.7 - 11 + 6.3 - 3.7 = -0.7}$

$x_{23} = c_{23} - c_{33} + c_{34} - c_{24} = 12.7 - 9.3 + 0 - 0 = 3.4$

$x_{31} = c_{31} - c_{34} + c_{24} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 10.3 - 0 + 0 - 11 + 6.3 - 3.7 = 1.9$

$x_{32} = c_{32} - c_{34} + c_{24} - c_{22} = 11.3 - 11 + 0 - 0 = 0.3$

Terlihat bahwa dari perhitungan indeks perbaikan masih ada yang bernilai negatif pada x_{21} yaitu -0.7 maka kita dapat membuat sebuah *loop* yang berawal dan berakhir pada variabel x_{21} dengan nilai-nilai variabel basis yang sudut *loop* bertambah dan berkurang $2 + 3\alpha$ sesuai dengan tanda (+) atau (−).

Tabel 2.15 Perbaikan Pemecahan Biaya pada Sel x_{21}

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_I
S_1	$\boxed{3.7}$	$\boxed{6.3}$ $11-2\alpha$	$\boxed{7.7}$	$\boxed{0}$	$11-2\alpha$
S_2	$\boxed{7.7}$ $2+3\alpha$	$\boxed{11}$ $3+3\alpha$	$\boxed{12.7}$	$\boxed{0}$ $7-10\alpha$	$12-4\alpha$
S_3	$\boxed{10.3}$	$\boxed{11.3}$	$\boxed{9.3}$ $5+5\alpha$	$\boxed{0}$ $9-10\alpha$	$14-5\alpha$
b_j	$2+3\alpha$	$14+\alpha$	$5+5\alpha$	$16-20\alpha$	$37-11\alpha$

Langkah perbaikan:

$x_{11} = c_{11} - c_{21} + c_{22} - c_{12} = 3.7 - 6.3 + 11 - 7.7 = 0.7$

$x_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{34} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 7.7 - 6.3 + 11 - 0 + 0 - 9.3 = 3.1$

$x_{14} = c_{14} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 0 - 0 + 11 - 6.3 = 4.7$

$x_{23} = c_{23} - c_{33} + c_{34} - c_{24} = 12.7 - 0 + 0 - 9.3 = 3.4$

$x_{31} = c_{31} - c_{34} + c_{24} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 10.3 - 0 + 0 - 7.7 = 2.6$

$x_{32} = c_{32} - c_{34} + c_{24} - c_{22} = 11.3 - 11 + 0 - 0 = 0.3$

Karena tidak terjadi penurunan biaya atau tidak terdapat indeks yang bernilai negatif maka hasil pada perbaikan di atas telah optimal.

Tabel 2.16 Solusi Optimal dengan $\gamma \in [\frac{2}{3},1]$

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
S_1	$\boxed{3}$ $2+3\alpha$	$\boxed{6}$ $9-5\alpha$	$\boxed{6}$	$\boxed{0}$	$11-2\alpha$
S_2	$\boxed{7}$	$\boxed{9}$ $5+6\alpha$	$\boxed{10}$	$\boxed{0}$ $7-10\alpha$	$12-4\alpha$
S_3	$\boxed{9}$	$\boxed{9}$	$\boxed{9}$ $5+5\alpha$	$\boxed{0}$ $9-10\alpha$	$14-5\alpha$
b_j	$2+3\alpha$	$14+\alpha$	$5+5\alpha$	$16-20\alpha$	$37-11\alpha$

Langkah perbaikan:

$x_{13} = c_{13} - c_{33} + c_{34} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 6 - 9 + 0 - 0 + 9 - 6 = 0$

$x_{14} = c_{14} - c_{24} + c_{22} - c_{12} = 0 - 0 + 9 - 6 = 3$

$x_{21} = c_{21} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 7 - 3 + 6 - 9 = 1$

$x_{23} = c_{23} - c_{33} + c_{34} - c_{24} = 10 - 9 + 0 - 0 = 1$

$x_{31} = c_{31} - c_{34} + c_{24} - c_{22} + c_{12} - c_{11} = 9 - 3 + 6 - 9 + 0 - 0 = 3$

$x_{32} = c_{32} - c_{34} + c_{24} - c_{22} = 9 - 9 + 0 - 0 = 0$

Karena tidak terjadi penurunan biaya atau tidak terdapat indeks yang bernilai negatif maka hasil pada perbaikan di atas telah optimal.

Tabel 2.17 Solusi Akhir Masalah Transportasi untuk γ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$

	$[0, \frac{1}{4}]$	$[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$	$[\frac{2}{3}, 1]$
$[0, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}]$	$x_{12} = 11-2\alpha$	$x_{12} = 11-2\alpha$	$x_{11} = 2+3\alpha$
	$x_{21} = 2+3\alpha$	$x_{21} = 2+3\alpha$	$x_{12} = 9-5\alpha$
	$x_{22} = 3+3\alpha$	$x_{22} = 3+3\alpha$	$x_{22} = 5+6\alpha$
	$x_{24} = 7-10\alpha$	$x_{24} = 7-10\alpha$	$x_{24} = 7-10\alpha$
	$x_{33} = 5+5\alpha$	$x_{33} = 5+5\alpha$	$x_{33} = 5-5\alpha$
	$x_{34} = 9-10\alpha$	$x_{34} = 9-10\alpha$	$x_{34} = 9-10\alpha$

Langkah 6: Menentukan nilai Z (fungsi tujuan).

Perhitungan solusi akhir masalah transportasi untuk γ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ pada Tabel 2.17 diperoleh hasil yang dapat dilihat dari Tabel 2.18 sebagai berikut:

Tabel 2.18 Hasil Nilai Z (Fungsi Tujuan) untuk γ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$

α	Tujuan			
	γ			
	0	$1/4$	$2/3$	1
0	190	180.5	164.2	150
$7/10$	265.2	251.5	227.3	204.6
$9/10$	287.2	271.7	245.3	220.2

Dapat dilihat berdasarkan Tabel 2.18 di atas bahwa α adalah nilai ambang batas domain yang didasarkan keanggotaan untuk tiap-tiap domain. Berdasarkan langkah 2 yaitu pengubahan data permintaan dan biaya angkut ke dalam bentuk $\alpha - cut$ dan $\gamma - cut$. Untuk γ (biaya) adalah titik perpotongan garis $\tilde{c}_{ij} = \tilde{C}_{ij}(\gamma)$ dengan titik potong γ (biaya) pada interval [0, 1] adalah 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, 1 dengan menggunakan rumus keanggotaan *triangular*. Setelah itu dilakukan langkah 5 untuk mendapatkan hasil *stepping stone* sampai hasil yang proleh menjadi optimal. Pada Tabel 2.13 dimana pada sel $x_{24} = 7 - 10\,\alpha$ dan $x_{34} = 9 - 10\,\alpha$ adalah yang bernilai negatif. Dengan demikian, solusi optimal ini berlaku untuk selang $\alpha \in [0, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}]$.

Dari Tabel 2.17 solusi akhir masalah transportasi untuk γ $\left[\frac{1}{4}, \frac{2}{3}\right]$ dan $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ dengan hasil optimal yang didapat setelah dilakukannya langkah 5 yaitu mengoptimalkan transportasi dengan menggunakan *stepping stone*, kemudian mengubah α dengan nilai ambang batas domain $[0, \frac{7}{10}, \frac{9}{10}]$, untuk mendapatkan nilai solusi akhir Z (tujuan) yang dapat dilihat pada Tabel 2.18 dimana nilai α (nilai batas ambang domain) semakin mendekati interval 0 maka nilai yang didapat akan semakin minimum yaitu sebesar 190 sedangkan jika nilai γ semakin mendekati 1 maka nilai yang didapat akan semakin minimum yaitu sebesar 150. Hal ini menunjukkan bahwa nilai γ mengoptimalkan solusi akhir menjadi lebih optimal, jika dibandingkan tanpa adanya nilai γ (biaya *fuzzy*).