BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Pengertian Graf

Teori graf pertama kali ada pada tahun 1736, ketika Euler mencoba untuk mencari solusi dari permasalahan jembatan Konigsberg (Vasudev, 2006). Graf merupakan gambaran antara himpunan elemen-elemen tidak kosong yang disebut titik(*vertex*) dengan himpunan pasangan tidak terurut titik-titik tersebut yang disebut sisi (*edge*). Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut (Munir,2009).

Berikut ini merupakan definisi graf:

Definisi 2.1 (Bondy dan Murty, 1976) Graf *G* adalah tripel terurut $(V(G), E(G), \psi_G)$ yang terdiri dari himpunan titik tak kosong $V(G)$, himpunan sisi $E(G)$, yang terpisah dari himpunan $V(G)$, dan fungsi insidensi ψ_G yang menghubungkan setiap sisi dari *G* dengan pasangan tak terurut dari titik *G*. Jika *e* adalah sisi dan *u* dan *v* adalah titik-titik sehingga $\psi_G(e) = uv$, kemudian *e* dikatakan terkait dengan *u* dan *v* ; titik-titik *u* dan *v* disebut ujung dari *e*.

Berikut adalah contoh graf untuk menjelaskan Definisi 2.1:

$G = (V(G), E(G), \psi_G)$

dimana

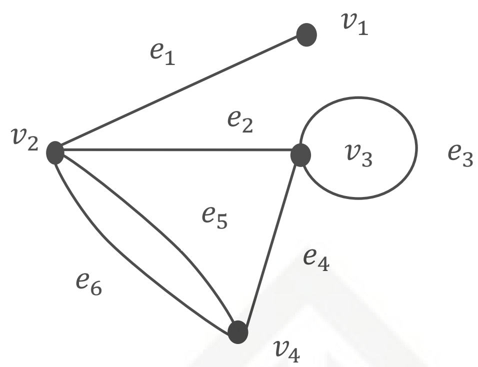
$V(G) = \{v_1, v_2, v_{3,} v_4\}$

$E(G) = \{e_{1,} e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$

dan ψ_G dapat didefinisikan sebagai

$\psi_G(e_1) = v_1v_2, \psi_G(e_2) = v_2v_3, \psi_G(e_3) = v_3v_3$

$\psi_G(e_4) = v_3v_4, \psi_G(e_5) = v_2v_4, \psi_G(e_6) = v_2v_4$

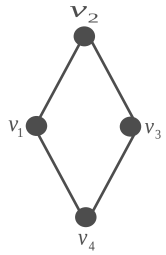


Gambar 2.1 Gambar Graf 4 dengan 4 Titik dan 6 Sisi

Definisi 2.1 menyatakan bahwa $V(G)$ tidak boleh kosong, sedangkan $E(G)$boleh kosong. Jadi, sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi titiknya harus ada, minimal satu. Graf yang hanya mempunyai satu buah titik tanpa sebuah sisi pun dinamakan graf trivial.

Titik pada graf dapat diberi nama dengan huruf, seperti a, b, c ... atau dengan bilangan asli 1, 2, 3... atau gabungan keduanya. Sedangkan sisi yang menghubungkan titik v_i dengan v_j dinyatakan dengan pasangan $v_i v_j$ atau dinyatakan dengan lambang $e_1, e_2, \ldots, e_n$ yang dapat ditulis sebagai $e = (v_i v_j)$. Banyaknya titik dari graf $G = (V, E)$ disebut *order* yang dinotasikan dengan $|V|$. Sedangkan banyaknya sisi dari graf $G = (V, E)$ disebut *size* yang dinotasikan dengan $|E|$.

Berdasarkan Gambar 2.2 dapat dilihat bahwa himpunan titik dan himpunan sisi dari graf $BF(1)$ adalah $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dengan banyak titik atau *order* $|V| = 4$, dan $E = \{e_1 = v_1v_2, e_2 = v_2v_3, e_3 = v_3v_4, e_4 = v_4v_1\}$ dengan banyak sisi atau *size* $|E| = 4$.



Gambar 2.2 Graf $BF(1)$

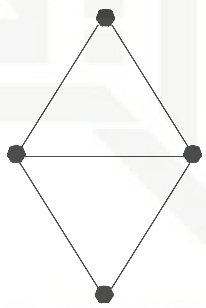
2.2 Jenis Jenis Graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa kategori atau jenis, tergantung pada sudut pandang pengelompokkannya. Pengelompokkan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang, berdasarkan jumlah titik atau berdasarkan orientasi arah pada sisi dan berdasarkan struktur.

Berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi gelang pada suatu graf, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, 2012):

1. Graf Sederhana (*simple graph*)

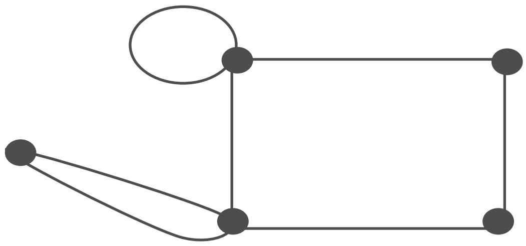
   Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung sisi ganda maupun gelang. Pada graf sederhana sisi adalah pasangan tidak terurut (*unordered pairs*). Contoh dari graf sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.3.



Gambar 2.3 Graf Sederhana

2. Graf Tak Sederhana (*unsimple graph*)

   Graf tak sederhana adalah graf yang mengandung sisi ganda atau gelang. Ada dua macam graf tak sederhana, yaitu: graf ganda (*multigraph*) dan graf semu (*pseudograph*). Contoh dari graf tak sederhana dapat dilihat pada Gambar 2.4.



Gambar 2.4 Graf Tak Sederhana

Berdasarkan orientasi arah pada sisinya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu (Munir, 2012):

1. Graf Tak Berarah (*undirected graph*)

   Graf tak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai orientasi arah. Pada graf tak berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisi tidak diperhatikan.

2. Graf Berarah (*directed graph*)

   Graf berarah adalah graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah. Pada graf berarah, urutan pasangan titik yang dihubungkan oleh sisinya diperhatikan atau sisinya berbeda.

Berdasarkan strukturnya, maka secara umum graf dapat dibedakan menjadi enam jenis, yaitu (Wibisono, 2008):

1. *Multigraph*

   Multigraph adalah graf yang mempunyai satu atau lebih pasangan sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya.

2. *Pseudograph*

   Pseudograph adalah graf yang mempunyai satu atau lebih pasangan sisi ganda yang menghubungkan dua buah titiknya dan memiliki satu atau lebih *loop* pada titiknya.

3. *Trivialgraph*

   Trivialgraph adalah graf yang hanya terdiri dari satu titik.

4. Graf Lengkap

Graf lengkap adalah graf sederhana yang setiap titiknya terhubung dengan semua titik yang lain dengan hanya satu sisi. Graf lengkap dengan n buah simpul dilambangkan dengan K_n. Setiap simpul pada K_n berderajat $n-1$.

5. Graf Teratur

Graf teratur adalah graf yang setiap titiknya mempunyai sejumlah derajat yang sama. Apabila derajat setiap titiknya adalah r, maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur berderajat r.

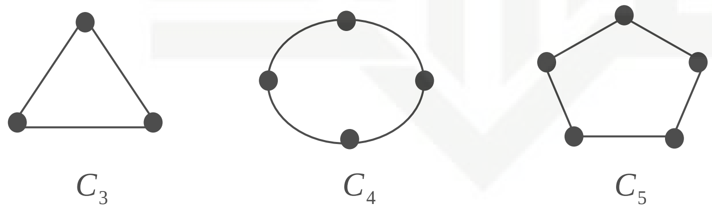
6. *Bipartite Graph*

Bipartite graph adalah suatu graf G yang apabila $V(G)$ merupakan gabungan dari dua himpunan tak kosong V_1 dan V_2 dan setiap garis dalam G menghubungkan suatu titik dalam V_1 dengan titik dalam V_2.

Pada graf sederhana (*simple graph*) terdapat beberapa graf khusus, yaitu :

1. Graf Lingkaran (C*ycle*)

Graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap titiknya berderajat 2. Graf lingkaran dengan n buah titik dilambangkan dengan C_n. Contoh dari graf lingkaran dapat dilihat pada Gambar 2.5.



Gambar 2.5 Graf C_3, C_4 dan C_5

2. Graf Lintasan (*Path*)

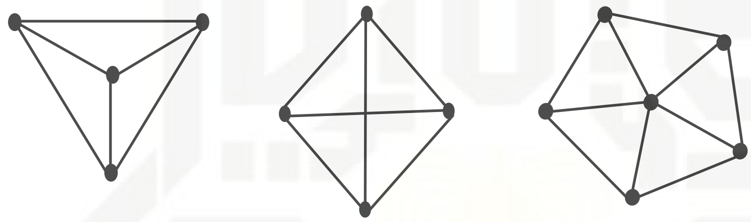
Graf lintasan dengan n titik dinotasikan dengan P_n. Graf lintasan terdiri dari dua titik berderajat satu, yang disebut ujung dari lintasan dan $n-2$ titik berderajat dua, serta memiliki $n-1$ sisi. Dengan kata lain, graf lintasan $P_n = (V, E)$ dimana $V = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ dan $E = \{v_1v_2, v_2v_3, v_3v_4, \ldots, v_{n-1}v_n\}$. Contoh dari graf lintasan dapat dilihat pada Gambar 2.6.

P_1 P_2 P_3

Gambar 2.6 Graf Lintasan P_1, P_2, dan P_3

3. Graf Roda (*Wheel Graph*)

Graf roda dibentuk dari C_n dengan $n \geq 3$, dan hubungan titik baru ke masing-masing n titik di C_n dengan sisi baru (Rosen, 2007). Graf roda dinotasikan dengan W_n yang terdiri dari $n+1$ titik dan $2n$ sisi.



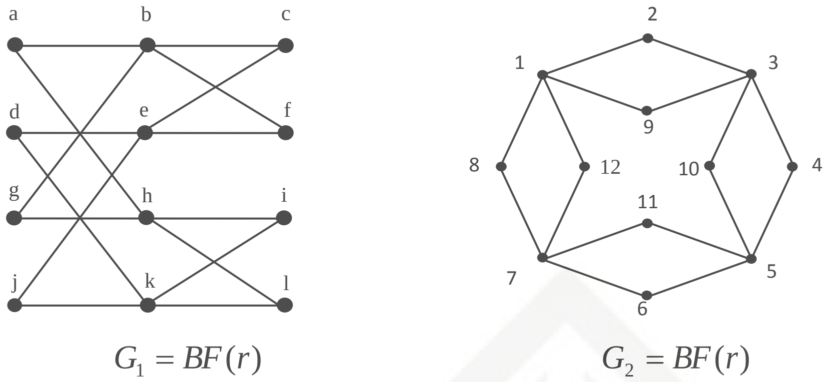
W_3 W_4 W_5

Gambar 2.7 Graf Roda W_3, W_4, dan W_5

2.3 Graf Isomorfik

Misalkan kepada dua orang mahasiswa diminta menggambarkan sebuah graf dengan 12 titik, dimana 4 titik berderajat 4 dan 8 titik berderajat 2. Graf yang digambar bisa beragam bentuknya, dua diantaranya ditunjukkan pada Gambar 2.10. Meskipun kedua graf terlihat berbeda bentuk dan penamaan titiknya, namun sebenarnya kedua graf tersebut merupakan graf yang sama. Dua buah graf yang sama tetapi secara bentuk berbeda dikatakan graf yang saling isomorfik.

Definisi 2.2. (Munir, 2012) Dua buah graf G_1 dan G_2 dikatakan isomorfik $(G_1 \cong G_2)$, jika terdapat korespondensi satu-satu antara simpul-simpul keduanya dan antara sisi-sisi keduanya, sedemikian sehingga jika sisi e_i bersisian dengan simpul u dan v di G_1 maka sisi e yang berkoresponden di G_2 juga harus bersisian dengan simpul u' dan v' di G_2.



Gambar 2.8 Dua Buah Graf yang Isomorfik $(G_1 \cong G_2)$

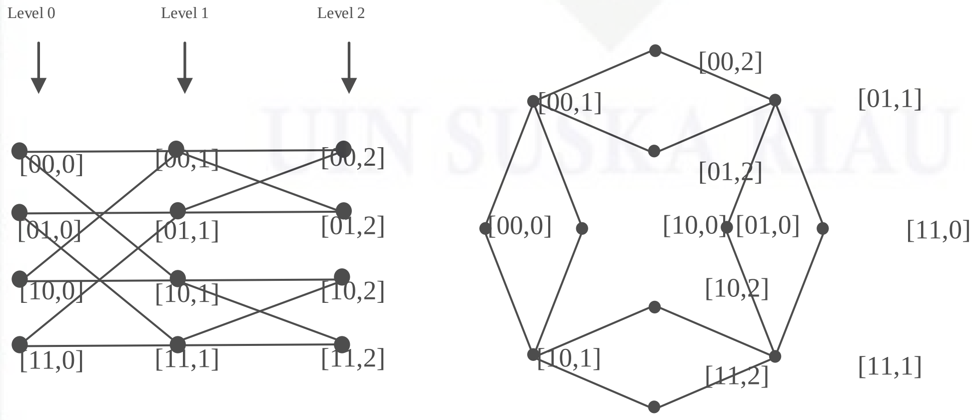
2.4 Representasi Graf *Butterfly Network*

Defenisi 2.3. (I. Rajasingh, dkk., 2012) Himpunan titik V dari sebuah graf *butterfly* berdimensi-r $BF(r)$ bersesuaian dengan himpunan berpasangan $[w, i]$ dimana i adalah dimensi atau level dari sebuah titik $(0 \leq i \leq r)$ dan w adalah bilangan bit ke-r yang menunjukkan baris dari titik. Dua titik $[w, i]$ dan $[w', i']$ yang saling terhubung dengan sebuah sisi jika dan hanya jika $i' = i + 1$ dan

(i) w dan w' sama

(ii) w dan w' berbeda tepat pada angka biner ke 2^i di level i'.

Butterfly berdimensi-r $BF\ (r)$ memiliki titik $(r + 1)\ 2^r$ dan sisi $r\ 2^{r+1}$.

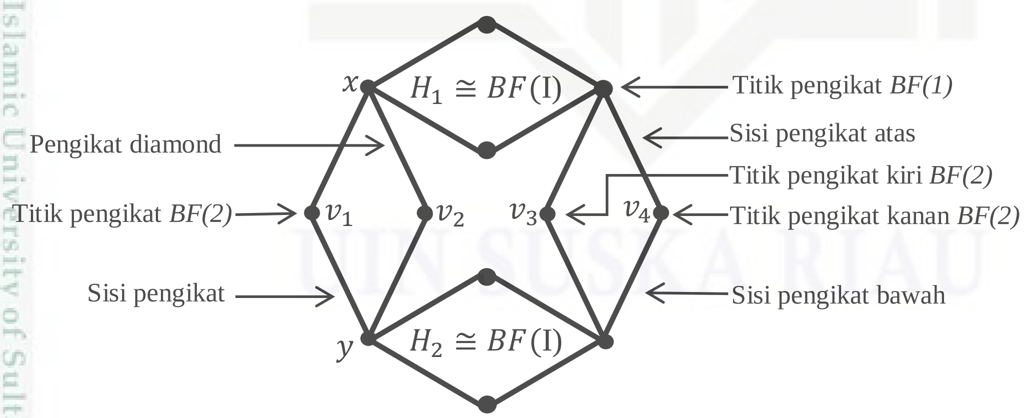


(a) Bentuk Normal **(b) Bentuk Diamond**

Gambar 2.9 Pelabelan Biner dari Graf $BF(2)$

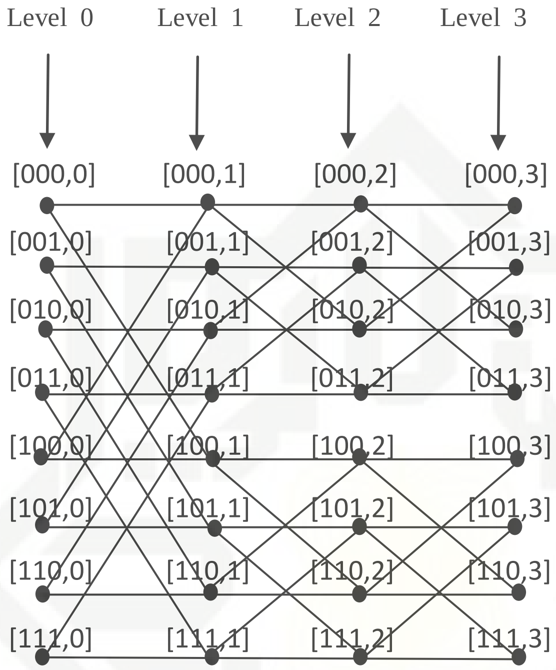
Representasi yang efisien untuk *butterfly* telah dilakukan oleh Manuel, dkk, pada tahun 2005 dalam jurnal yang berjudul "*An Efficient Representation of Benes Networks itsapplications*". Graf *butteffly* pada Gambar 2.9(a) adalah representasi dalam bentuk normal. Sedangkan pada graf *butteffly* pada Gambar 2.9(b) merupakan representasi alternative yang disebut dengan bentuk diamond. Sebuah diamond yang dimaksud adalah graf lingkaran berukuran 4 titik. Dua titik [*w*,*i*] dan [*w'*,*i'*] merupakan bayangan pencerminan satu sama lain jika *w* dan *w'* berbeda tepat pada bit pertama. Perpindahan dari level 0 menjadi titik-titik $v_1, v_2, \dots, v_{2^r}$ pada $BF(r)$ menghasilkan dua subgraf H_1 dan H_2 pada $BF(r)$, setiap subgrafnya isomorfik terhadap $BF(r-1)$. Dimana $v_1, v_2, \dots, v_{2^r}$ adalah titik potong pada $BF(r)$ yang disebut dengan titik pengikat dari $BF(r)$.

Sebuah graf lingkaran 4 titik xv_1yv_2 pada $BF(r)$, dimana $x \in V(H_1)$, $y \in V(H_2)$ dan v_1, v_2 adalah titik-titik pengikat $BF(r)$ disebut dengan pengikat diamond. Sisi pengikat diamond disebut dengan sisi pengikat. Untuk lebih jelasnya tulis sisi-sisi (x, v_i) sebagai sisi-sisi pengikat atas dan sisi-sisi (y, v_i) sebagai sisi-sisi pengikat bawah. Sisi tersebut merupakan dua titik pengikat $BF(r)$ yang berdekatan ke suatu titik pengikat $BF(r-1)$. Salah satunya disebut dengan titik pengikat kiri dan selebihnya disebut titik pengikat kanan. Lihat Gambar 2.10.

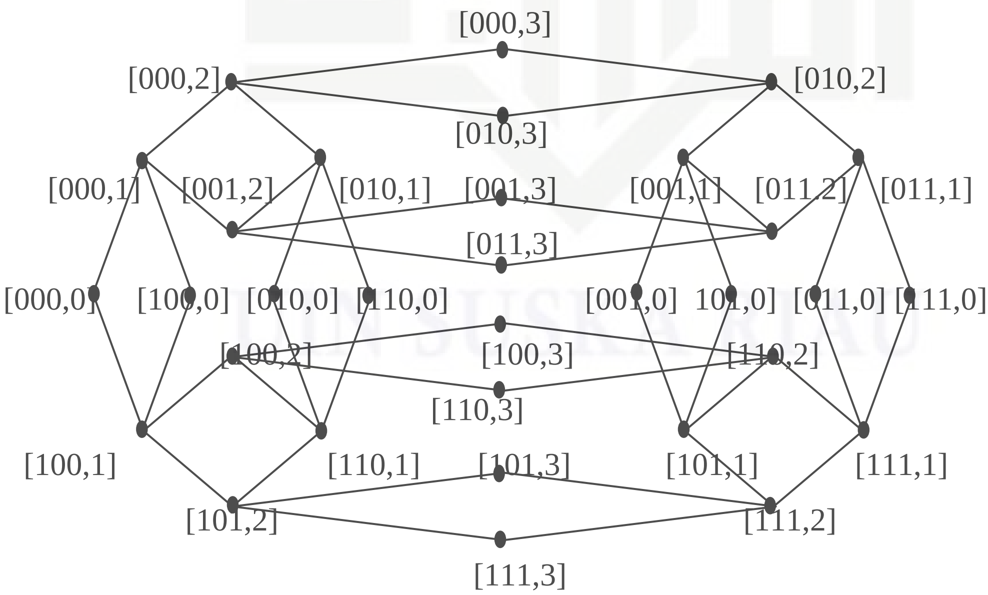


Gambar 2.10 Titik Pengikat dan Sisi Pengikat $BF(2)$

Untuk bentuk normal dan bentuk diamond dari *butterfly network level* 3 dapat diperoleh seperti Gambar 2.9 sebagaimana yang telah dijelaskan oleh Manuel, dkk., dalam penelitiannya pada Tahun 2005. Lihat Gambar 2.11.



(a) Bentuk Normal



(b) Bentuk Diamond

Gambar 2.11 Pelabelan Biner dari Graf $BF(3)$

2.5 Pelabelan Graf

Pelabelan graf adalah pemetaan yang memasangkan elemen-elemen graf dengan bilangan-bilangan bulat positif atau non negatif. Pelabelan dengan domain himpunan titik disebut pelabelan titik (*vertex labelling*), pelabelan dengan domain himpunan sisi disebut pelabelan sisi (*edge labelling*), dan pelabelan dengan domain gabungan himpunan titik dan himpunan sisi disebut pelabelan total (*total labelling*).

Bobot (*weight*) dari elemen graf adalah jumlah dari semua label yang berhubungan dengan elemen graf tersebut. Bobot dari titik v dengan pelabelan f adalah $wt(v) = f(v) + \sum_{uv \in E} f(uv)$. Sedangkan bobot dari sisi uv adalah $wt(uv) = f(u) + f(uv) + f(v)$.

Pelabelan graf yang belakangan ini banyak mendapat perhatian adalah pelabelan total tak teratur. Tahun 2007, Bača, Jendrol, Miller, dan Ryan memperkenalkan dua jenis dari pelabelan total tak teratur yaitu: pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi. Kemudian pada tahun 2013, Marzuki, Salman, dan Miller memperkenalkan pelabelan total tak teratur total yang merupakan kombinasi pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi. Berikut ini penjelasan tentang pelabelan total tak teratur berdasarkan jenis-jenisnya:

a. Pelabelan Total Tak Teratur Titik

Pelabelan total tak teratur titik merupakan salah satu jenis pelabelan total tak teratur yang diperkenalkan oleh Bača, dkk. Pelabelan total tak teratur titik sudah banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan titik berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur titik:

Definisi 2.4 (Bača, dkk., 2007) Pelabelan-k total dikatakan pelabelan-k total tak teratur titik dari graf G, jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dimana $wt(x) = f(x) + \sum_{ux \in E} f(ux)$. Nilai total ketakteraturan titik (*total vertex irregularity strength)* dari graf G, yang dinotasikan dengan $tvs(G)$

adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur titik.

Penelitian mengenai nilai $tvs\,(G)$ dilakukan oleh Bača, dkk., dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.1 (Bača, dkk., 2007) Misalkan G adalah graf (p, q) dengan derajat minimum δ dan derajat maksimum Δ, maka:

$$\left\lceil \frac{p+\delta}{\Delta+1} \right\rceil \leq tvs(G) \leq p + \Delta - 2\delta + 1$$

b. Pelabelan Total Tak Teratur Sisi

Pelabelan total tak teratur sisi juga diperkenalkkan oleh Bača, dkk., dan juga banyak digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan sisi berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur sisi:

Definisi 2.5 (Bača, dkk., 2007) Pelabelan-*k* total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur sisidari graf G, jika untuk sembarang dua sisi $e = u_1v_1$ dan $w = u_2v_2$ yang berbeda di graf G berlaku $wt(e) \neq wt(w)$, dengan $wt(e) = f(u_1) + f(e) + f(v_1)$ dan $wt(w) = f(u_2) + f(w) + f(v_2)$. Nilai total ketakteraturan sisi *(total edge irregularity strength)* dari graf G, yang dinotasikan dengan *tes*(G) adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur sisi.

Penelitian mengenai nilai $tes(G)$dilakukan oleh Bača, dkk., dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.2 (Bača, dkk., 2007) Misalkan $G = (V, E)$ adalah suatu graf dengan himpunan titik V dan himpunan sisi tak kosong E, maka:

$$\left\lceil \frac{|E| + 2}{3} \right\rceil \leq tes(G) \leq |E|$$

Penelitian mengenai nilai $tes(G)$ juga telah dilakukan oleh Ivanco dan Jendrol seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.3. (Ivanco dan Jendrol, 2006) Misalakan T adalah graf pohon, maka:

$$tes(T) = \max\left\{\left\lceil\frac{E(T)+2}{3}\right\rceil, \left\lceil\frac{\Delta(T)+1}{2}\right\rceil\right\}$$

Pelabelan total tak teratur sisi juga diperkenalkkan oleh I.Rajasingh, dkk., dan digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level* 3. Berikut ini teorema pelabelan total tak teratur sisi yang dikemukakan oleh I.Rajasingh, dkk.

Teorema 2.4. (I.Rajasingh, dkk., 2012) Misalkan *butterfly network* $BF(r)$ berdimensi-r. Maka $tes\big(BF(r)\big) = \left\lceil\frac{r2^{r+1}+2}{3}\right\rceil, r \geq 3$

c. Pelabelan Total Tak Teratur Total

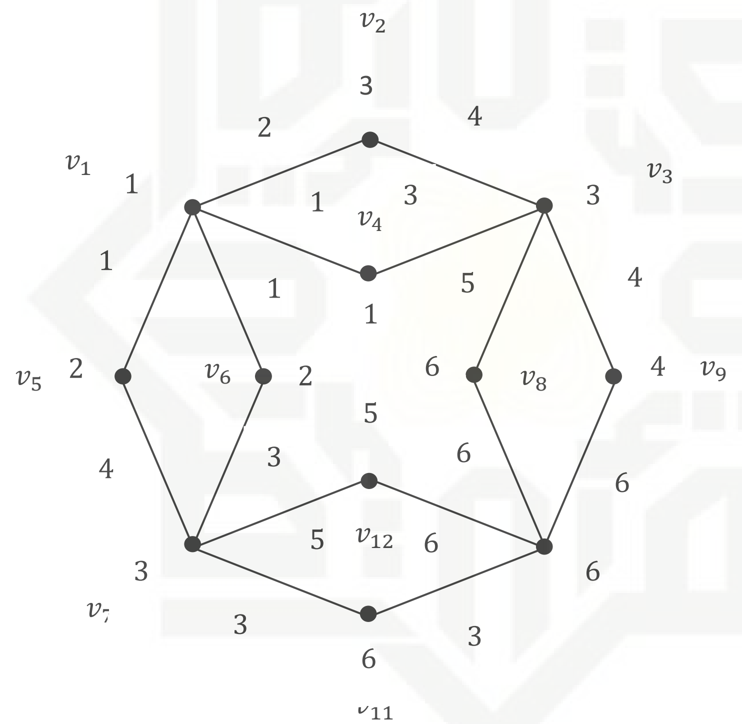
Pelabelan total tak teratur total merupakan kombinasi pelabelan total tak teratur titik dan pelabelan total tak teratur sisi yang diperkenalkan oleh Marzuki, dkk. Pelabelan total tak teratur total banyak digunakan untuk mencari nilai ketakteraturan total berbagai jenis graf. Berikut ini definisi pelabelan total tak teratur total:

Definisi 2.6 (Marzuki, dkk., 2013) Pelabelan-*k*total dikatakan pelabelan-*k* total tak teratur totaldari graf G, jika untuk setiap titik x dan y yang berbeda maka $wt(x) \neq wt(y)$, dan untuk setiap sisi x_1x_2 dan y_1y_2 yang berbeda maka $wt(x_1x_2) \neq wt(y_1y_2)$. Nilai ketakteraturan total (*totally irregularity strength*) dari graf G, yang dinotasikan dengan $ts(G)$ adalah label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf G dengan pelabelan total tak teratur total.

Penelitian mengenai nilai $ts(G)$dilakukan oleh C.C. Marzuki, dkk.,dengan diberikan batas atas dan batas bawah seperti dituliskan pada teorema berikut ini:

Teorema 2.5 (Marzuki, dkk., 2013) Untuk setiap graf G, maka $ts(G) \geq \max\{tes(G), tvs(G)\}$.

Berikut ini diberikan contoh pelabelan-k total tak teratur total $BF(2)$. Untuk mendapatkan pelabelan-k total tak teratur total pada graf $BF(2)$, maka pelabelan setiap titik memiliki bobot berbeda dan pelabelan setiap sisi juga memiliki bobot yang berbeda.



Gambar 2.12 Pelabelan-6 Total Tak Teratur Total pada $BF(2)$

Pada Gambar 2.13 label maksimum yang digunakan adalah 6. Berikut ini cara perhitungan bobot titik dan sisinya:

$ts(BF(2)) = 6$

Gambar 2.13 label maksimum yang digunakan adalah 6. Berikut ini cara perhitungan bobot titik dan sisinya:

Perhitungan bobot titik pada graf $BF(2)$ dengan menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengan titik tersebut.

$wt(v_1) = f(v_1) + f(v_1v_2) + f(v_1v_5) + f(v_1v_4) + f(v_1v_6) = 1 + 2 + 2 + 1 + 1$

$= 7.$

$wt(v_2) = f(v_2) + f(v_1v_2) + f(v_2v_3) = 3 + 4 + 2 = 9.$

$wt(v_3) = f(v_3) + f(v_3v_2) + f(v_3v_9) + f(v_3v_4) + f(v_3v_8) = 3 + 4 + 4 + 3 + 5$

$= 19.$

$wt(v_4) = f(v_4) + f(v_1v_4) + f(v_4v_3) = 3 + 1 + 1 = 5.$

$wt(v_5) = f(v_5) + f(v_5v_1) + f(v_5v_7) = 2 + 2 + 4 = 8$

$wt(v_7) = f(v_7) + f(v_7v_5) + f(v_7v_{11}) + f(v_7v_6) + f(v_7v_{12}) = 3 + 4 + 3 + 3 + 5$

$= 18.$

$wt(v_6) = f(v_6) + f(v_6v_1) + f(v_6v_7) = 2 + 1 + 3 = 6.$

$wt(v_8) = f(v_8) + f(v_8v_3) + f(v_8v_{10}) = 6 + 5 + 6 = 17.$

$wt(v_9) = f(v_9) + f(v_9v_3) + f(v_9v_{10}) = 4 + 4 + 6 = 14.$

$wt(v_{10}) = f(v_{10}) + f(v_{10}v_9) + f(v_{10}v_{11}) + f(v_{10}v_6) + f(v_{10}v_{11})$

$= 6 + 6 + 3 + 6 + 6 = 27.$

$wt(v_{11}) = f(v_{11}) + f(v_{11}v_{10}) + f(v_{11}v_7) = 5 + 6 + 5 = 16.$

$wt(v_{12}) = f(v_{12}) + f(v_{12}v_{10}) + f(v_{12}v_7) = 6 + 3 + 3 = 12.$

Perhitungan bobot sisi pada graf $BF(2)$ dengan menjumlahkan setiap label titik dan label sisi yang terkait dengansisi tersebut.

$wt(v_4v_1) = f(v_4v_1) + f(v_4) + f(v_1) = 1 + 1 + 1 = 3.$

$wt(v_1v_2) = f(v_1v_2) + f(v_1) + f(v_2) = 2 + 1 + 3 = 6.$

$wt(v_3v_4) = f(v_3v_4) + f(v_3) + f(v_4) = 3 + 3 + 1 = 7.$

$wt(v_2v_3) = f(v_2v_3) + f(v_2) + f(v_3) = 4 + 3 + 3 = 10.$

$wt(v_1v_6) = f(v_1v_6) + f(v_1) + f(v_6) = 1 + 1 + 2 = 4.$

$wt(v_1v_5) = f(v_1v_5) + f(v_1) + f(v_5) = 2 + 1 + 2 = 5.$

$wt(v_6v_7) = f(v_6v_7) + f(v_6) + f(v_7) = 3 + 2 + 3 = 8.$

$wt(v_5v_7) = f(v_5v_7) + f(v_5) + f(v_7) = 4 + 2 + 3 = 9.$

$wt(v_3v_9) = f(v_3v_9) + f(v_3) + f(v_9) = 4 + 3 + 4 = 11.$

$wt(v_3v_8) = f(v_3v_8) + f(v_3) + f(v_8) = 5 + 3 + 6 = 14.$

$wt(v_9v_{10}) = f(v_9v_{10}) + f(v_9) + f(v_{10}) = 6 + 4 + 6 = 16.$

$wt(v_6v_{10}) = f(v_6v_{10}) + f(v_6) + f(v_{10}) = 6 + 6 + 6 = 18.$

$wt(v_7 v_{11}) = f(v_7 v_{11}) + f(v_7) + f(v_{11}) = 3 + 3 + 6 = 12.$
$wt(v_7 v_{12}) = f(v_7 v_{12}) + f(v_7) + f(v_{12}) = 5 + 3 + 5 = 13.$
$wt(v_{10} v_{11}) = f(v_{10} v_{11}) + f(v_{10}) + f(v_{11}) = 3 + 6 + 6 = 15.$
$wt(v_{10} v_{12}) = f(v_{10} v_{12}) + f(v_{10}) + f(v_{12}) = 6 + 6 + 5 = 17.$

Dengan menggunakan label maksimum 6 diperoleh bobot setiap titiknya berbeda dan bobot setiap sisinya berbeda. Oleh karena itu pelabelan f dinamakan pelabelan-6 total tak teratur total pada $BF(2)$.