

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB I

### PENDAHULUAN

#### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika. Pelabelan graf merupakan salah satu topik yang dibahas dalam teori graf. Graf  $G$  didefinisikan sebagai pasangan himpunan  $(V, E)$  ditulis dengan notasi  $G = (V, E)$  yang dalam hal ini  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari simpul-simpul (*vertices* atau *node*) dan  $E$  adalah himpunan sisi (*edges* atau *arcs*) yang menghubungkan sepasang simpul (Munir, 2012).

Graf merupakan pasangan himpunan titik dan himpunan sisi yang dapat direpresentasikan pada gambar sehingga membentuk pola graf tertentu. Beberapa contoh pengaplikasian graf yang sering dijumpai seperti: penyelesaian masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, jembatan, struktur organisasi, rangkaian listrik, peta, dan lain-lain.

Sedangkan, pelabelan graf pada  $G$  merupakan pemetaan yang memetakan himpunan titik atau himpunan sisi ke suatu bilangan bulat positif yang disebut label. Berdasarkan unsur yang dilabeli pelabelan dibagi menjadi tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Pelabelan titik (*vertex labeling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan titik. Pelabelan sisi (*edge labeling*) adalah pelabelan dengan domain himpunan sisi. Pelabelan total (*total labeling*) adalah pelabelan dengan domain gabungan antara himpunan titik dan himpunan sisi.

Sampai saat ini terdapat beberapa jenis pelabelan graf yang telah dikaji, salah satunya adalah pelabelan- $k$  total tak teratur. Pelabelan- $k$  total tak teratur diperkenalkan oleh Bača, Jendrol, Miller, dan Riyan pada Tahun 2007. Menurut Bača, dkk., pelabelan- $k$  total tak teratur dibedakan menjadi dua jenis yaitu: pelabelan- $k$  total tak teratur titik dan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi.

Sebuah pelabelan  $\lambda: V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  dikatakan pelabelan- $k$  total tak teratur titik di  $G$ , jika setiap dua titik berbeda  $x$  dan  $y$  di  $G$  memenuhi

$wt(x) \neq wt(y)$ . Nilai total ketakteraturan titik dari graf  $G$  yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf  $G$  dengan pelabelan- $k$  total tak teratur titik, yang dinotasikan dengan  $tvs(G)$  (Bača, dkk., 2007).

Hasil penelitian Bača, dkk., pada tahun 2007 diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari beberapa graf, diantaranya:  $tvs(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$  dari graf lingkaran untuk  $n \geq 1$  dan  $tvs(K_n) = 2$  dari graf lengkap untuk  $n \geq 2$ . Penelitian tentang penentuan nilai total ketakteraturan titik, telah dikaji juga oleh Nurdin, dkk., pada tahun 2009. Hasil penelitian Nurdin, dkk., diperoleh  $tvs(mP_n) = m$  dari graf lintasan untuk  $n = 1$ ,  $tvs(mP_n) = m + 1$  untuk  $n = 2, 3$ , dan  $tvs(mP_n) = \lceil (mn+1)/3 \rceil$  untuk  $n \geq 4$ .

Sebuah pelabelan  $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  dikatakan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi di  $G$ , jika untuk setiap dua sisi berbeda  $e$  dan  $f$  pada  $G$  memenuhi  $wt(e) \neq wt(f)$ . Nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $G$  yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf  $G$  dengan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi, yang dinotasikan dengan  $tes(G)$  (Bača, dkk., 2007). Hasil penelitian Bača, dkk., pada tahun 2007 diperoleh nilai total ketakteraturan titik dari beberapa graf, diantaranya:  $tes(P_n) = tes(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$  untuk  $n \geq 1$  dan  $tes(S_n) = \lceil (n+1)/2 \rceil$  untuk  $n \geq 1$ . Nilai total ketakteraturan sisi juga telah diperkenalkan oleh I.Rajasingh, dkk., pada tahun 2012 yang digunakan untuk mencari nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level 3*. Di dalam penelitiannya tersebut diperoleh bahwa nilai total ketakteraturan sisi dari graf  $BF(3)$  yaitu  $tes(BF(r)) = \lceil \frac{r2^{r+1}+2}{3} \rceil, r \geq 3$ .

Tahun 2013 Marzuki, Salman, dan Miller memperkenalkan pelabelan- $k$  total tak teratur total yang merupakan hasil pengkombinasian dari pelabelan- $k$  total tak teratur titik dan pelabelan- $k$  total tak teratur sisi. Sebuah pelabelan  $\lambda : V \cup E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$  pada  $G$  adalah pelabelan- $k$  total tak teratur total, jika untuk setiap dua titik berbeda  $x$  dan  $y$  pada  $G$  maka  $wt(x) \neq wt(y)$  dan untuk setiap dua sisi berbeda  $x_1x_2$  dan  $y_1y_2$  pada  $G$  maka  $wt(x_1x_2) \neq wt(y_1y_2)$ . Nilai

ketakteraturan total dari graf  $G$  yaitu label terbesar minimum yang digunakan untuk melabeli graf  $G$  dengan pelabelan- $k$  total tak teratur total, yang dinotasikan dengan  $ts(G)$ .

Hasil penelitian Marzuki, dkk., (2013) menyatakan bahwa  $tes(G) \geq \max\{tes(G), tvs(G)\}$ . Penelitian tersebut diberikan nilai ketakteraturan total dari beberapa graf, diantaranya: graf lingkaran  $ts(C_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$  untuk  $n \geq 3$ , graf lintasan  $ts(P_n) = \lceil (n+2)/3 \rceil$  untuk  $n = 2, 5$ , dan  $ts(P_n) = \lceil (n+1)/3 \rceil$  untuk  $n$  yang lainnya. Penelitian tentang penentuan nilai ketakteraturan total, telah dikaji juga oleh Rismawati Ramdani (2014). Hasil penelitiannya diperoleh  $ts(2S_n) = n+1$  untuk  $n \geq 2$  dan pada Tahun 2015 Ramdani, dkk., (2015) juga telah memperoleh  $ts(mP_2) = m+1$  untuk  $m \geq 1$  dan  $ts(mC_n) = (mn+2)/3$  untuk  $n \geq 3$  dan  $n \equiv 0 \pmod{3}$ .

Pelabelan graf telah banyak digunakan dalam berbagai aplikasi, seperti dalam permasalahan analisis kristalografi sinar-X, model sistem jaringan komunikasi dan lain-lain. Interkoneksi jaringan merupakan rancangan koneksi dari berbagai proses sistem. Interkoneksi jaringan bisa di modelkan dengan sebuah graf dimana titik mewakili elemen dan sisi mewakili komunikasi antara saluran. Salah satu bentuk dari interkoneksi jaringan adalah *butterfly network* (Nurdin, 2017).

Berdasarkan uraian-uraian di atas, maka penulis tertarik untuk meneliti pelabelan total tak teratur titik, pelabelan total tak teratur sisi dan pelabelan total tak teratur total dari salah satu bentuk graf *butterfly* yaitu graf *Butterfly Network Level 3*. Jadi, judul dari tugas akhir ini adalah “**Nilai Total Ketakteraturan dari Graf Butterfly Network Level 3**”.

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini sebagai berikut:

1. Bagaimana cara menentukan nilai total ketakteraturan titik dari graf *butterfly network level 3*?

2. Bagaimana cara menentukan nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level 3*?
3. Bagaimana cara menentukan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network level 3*?

### 1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah pada penelitian ini yaitu hanya mencari nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi dan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network level 3*.

### 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan nilai total ketakteraturan titik dari graf *butterfly network level 3*.
2. Untuk mendapatkan nilai total ketakteraturan sisi dari graf *butterfly network level 3*.
3. Untuk mendapatkan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network level 3*.

### 1.5 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian, maka manfaat dari penelitian ini sebagai berikut:

1. Menambah pengetahuan penulis tentang graf dan beberapa pelabelan graf, khususnya pelabelan- $k$  total tak teratur titik, pelabelan- $k$  total tak teratur sisi dan pelabelan- $k$  total tak teratur total dari graf *butterfly network level 3*.
2. Menambah pengetahuan penulis tentang cara mendapatkan nilai total ketakteraturan titik, nilai total ketakteraturan sisi dan nilai ketakteraturan total dari graf *butterfly network level 3*.
3. Dapat dijadikan sebagai sarana informasi dan referensi bagi pihak-pihak yang membutuhkan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan Tugas Akhir ini mencakup lima bab, yaitu:

### **BAB I Pendahuluan**

Bab ini berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penulisan.

### **BAB II Landasan Teori**

Bab ini berisi tentang pengertian graf, jenis-jenis graf, representasi graf *butterfly network* dan pelabelan graf.

### **BAB III Metodologi Penelitian**

Bab ini berisi tentang metode penelitian dan langkah-langkah yang digunakan dalam menentukan  $tv_s(BF(3))$ ,  $tes(BF(3))$ , dan  $ts(BF(3))$ .

### **BAB IV Hasil dan Pembahasan**

Bab ini berisi tentang pembahasan dan hasil-hasil yang diperoleh dalam menentukan  $tv_s(BF(3))$ ,  $tes(BF(3))$ , dan  $ts(BF(3))$ .

### **BAB V Penutup**

Bab ini berisi tentang kesimpulan yang diperoleh dari penelitian dan saran.