Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Pemrograman Linier

Program linier adalah metode atau teknik matematik yang digunakan dalam pengambilan keputusan. Dalam membuat model formulasi persoalan akan digunakan karakteristik-karakteristik yang biasa digunakan dalam program linier, yaitu: (Tjutju Tarliyah Dimyati, 1999).

1. Menentukan variabel keputusan atau variabel yang ingin diketahui dan digambarkan dalam simbol matematik.
2. Menentukan fungsi tujuan dan digambarkan dalam satu sel fungsi linier dari variabel keputusan yang dapat berbentuk maksimum atau minimum.
3. Menentukan kendala dan digambarkan dalam bentuk persamaan linier atau ketidaksamaan linier dari variabel keputusan.

2.2 Goal Programming

Model *Goal Programming* (GP) merupakan perluasan dari model pemogaman linier, sehingga seluruh asumsi, notasi, formulasi model matematis, prosedur perumusan model dan penyelesaiaannya tidak berbeda. Perbedaannya hanya terletak pada kehadiran sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan fungsi-fungsi kendala. Oleh karena itu, konsep dasar pemograman linier akan selalu melandasi pembahasan *goal programming*.

Ada beberapa istilah yang dipergunakan dalam *goal programming*, yaitu:

1. Variabel keputusan, adalah seperangkat variabel yang tidak diketahui yang berada dibawah kontrol pengambilan keputusan, yang berpengaruh terhadap solusi permasalahan dan keputusan yang akan diambil. Biasanya dilambangkan dengan x_j $(j = 1, 2, 3, \dots, n)$.
2. Nilai sisi kanan, merupakan nilai-nilai yang biasanya menunjukkan ketersediaan sumber daya (dilambangkan dengan b_i) yang akan ditentukan kekurangan dan penggunaannya.

3. Variabel deviasional, adalah variabel yang menunjukkan kemungkinan penyimpangan-penyimpangan di bawah dan di atas dari nilai sisi kanan fungsi tujuan. Variabel penyimpangan di bawah berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki, sedangkan variabel penyimpangan di atas berfungsi untuk menampung penyimpangan yang berada di atas sasaran. Dalam *goal programming*, variabel diviasional dilambangkan dengan d_i^- penyimpangan di bawah dan d_i^+ untuk penyimpangan di atas dari nilai sisi kanan tujuan.
4. Fungsi tujuan, adalah fungsi matematis dari variabel-variabel keputusan yang menunjukkan hubungan dengan nilai sisi kanannya, fungsi tujuan dalam *Goal Programming* adalah meminimumkan variabel deviasional.
5. Prioritas tujuan, merupakan suatu sistem urutan (yang dilambangkan dengan P_k, dimana $k = 1, 2, ..., k$ dan k menunjukkan banyaknya tujuan dalam model) yang memungkinkan tujuan-tujuan disusun secara ordinal dalam model Goal Programming. Sistem urutan itu menempatkan tujuan-tujuan dalam susunan dengan hubungan seperti berikut:

   $P_1 > P_2 > ... > P_k$

   P_1 merupakan tujuan perioritas pertama

   P_2 merupakan tujuan perioritas kedua dan seterusnya.
6. Fungsi Kendala, sebelum perumusan matematika dilakukan, kendala-kendala hendaklah dikenal pasti terlebih dahulu. Penentuan kendala adalah penting dan bergantung kepada permasalahan-permasalahan yang harus dipenuhi dalam suatu masalah pemodelan.

2.3 Variabel Devasional *Goal Programming*

Variabel devasional sesuai dengan fungsinya, yaitu menampung deviasi hasil terhadap sasaran-sasaran yang dikehendaki, dibedakan menjadi dua:

1. Variabel devasional untuk menampung deviasi yang berada di bawah sasaran yang dikehendaki. Variabel devasional ini berfungsi untuk menampung deviasi negatif. Notasi yang digunakan adalah d_i^- untuk menandai jenis

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

variabel ini. Karena variabel deviasional d_i^- berfungsi untuk menampung deviasi negatif, maka

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} = b_i - d_i^- \tag{2.1}$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} + d_i^- = b_i \tag{2.2}$$

untuk, $i = 1, 2, ..., m$

$j = 1, 2, ..., n$

sehingga d_i^- selalu mempunyai koifisien $+1$ pada setiap kendala sasaran.

2. Variabel devasional untuk menampung deviasi yang berada di atas sasaran yang dikehendaki. Variabel devasional ini berfungsi untuk menampung deviasi positif. Notasi yang digunakan adalah d_i^+ untuk menandai jenis variabel ini. Karena variabel deviasional d_i^+ berfungsi untuk menampung deviasi negatif, maka

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} = b_i + d_i^+ \tag{2.3}$$

atau

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_{ij} - d_i^+ = b_i \tag{2.4}$$

untuk, $i = 1, 2, ..., m$

$j = 1, 2, ..., n$

sehingga d_i^+ selalu mempunyai koifisien -1 pada setiap kendala sasaran.

Dengan demikian, nilai penyimpangan minimum dibawah maupun diatas sasaran adalah nol dan tidak mungkin negatif atau,

$$d_i^- \geq 0 \text{ untuk } i = 1, 2, ..., m \tag{2.5}$$

$$d_i^+ \geq 0 \text{ untuk } j = 1, 2, ..., n \tag{2.6}$$

© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

2.4 Fungsi Kendala *Goal Programming*

Charnes dan *Cooper* mengembangkan model *linier programming* menjadi *goal programming* dengan cara menghadirkan sepasang variabel yang dinamakan variabel devasional dan berfungsi untuk menampung penyimpangan yang akan terjadi pada ruas kiri suatu persamaan kendala terhadap nilai ruas kanannya. Agar deviasi itu minimum, artinya nilai ruas kiri suatu persamaan kendala "sebisa mungkin" mendekati nilai ruas kanannya maka variabel deviasional itu harus diminimumkan di dalam fungsi tujuan.

Jika pada model pemrograman linier, kendala-kendala fungsional menjadi pembatas bagi usaha pemaksimuman atau peminimuman fungsi tujuan, maka pada model *goal programming* kendala-kendala itu merupakan sarana untuk mewujudkan sasaran yang hendak dicapai. Sasaran-sasaran dalam hal ini dinyatakan sebagai nilai konstan pada ruas kanan kendala. Kendala-kendala dalam *goal programming* selalu berupa persamaan dan dinamakan kendala sasaran. Keberadaan sebuah kendala sasaran selalu ditandai oleh kehadiran variabel deviasional sehingga setiap kendala pasti memiliki variabel deviasional.

2.5 Fungsi Tujuan *Goal Programming*

Ciri khas lain yang menandai model *goal programming* adalah kehadiran sepasang variabel deviasional di dalam fungsi tujuan yang harus diminimumkan. Hal ini merupakan konsekuensi logis dari tujuan kehadiran variabel deviasional di dalam fungsi kendala sasaran. Sasaran yang telah ditetapkan akan tercapai apabila variabel deviasional d_i^+ dan d_i^- bernilai nol. Oleh karena itu, d_i^+ dan d_i^- harus diminimumkan dalam fungsi tujuan, sehingga fungsi tujuan model *goal programming* adalah :

Minimumkan

$$\sum_{i=1}^{m} d_i^- + d_i^+ \tag{2.7}$$

2.6 Model Umum *Goal Programming*

Secara umum model matematis *Goal Programming* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Min \sum_{i=1}^{m} d_i^- + d_i^+ \tag{2.8}$$

dengan kendala:

$$\begin{aligned}
&a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1n}X_n + d_1^- - d_1^+ = b_1 \\
&a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2n}X_n + d_2^- - d_2^+ = b_2 \\
&\vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\
&a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots + a_{mn}X_n + d_m^- - d_m^+ = b_m
\end{aligned}$$

dan

$$X_j, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \; untuk \;\; i = 1, 2, \ldots, m \; dan \;\; j = 1, 2, \ldots, n$$

dengan:

d_i^+ : Penyimpangan di atas sasaran

d_i^- : Penyimpangan di bawah sasaran

Contoh Soal:

Pertamina UPms VII Depot Donggala merupakan penyalur bahan bakar minyak ke seluruh daerah di Sulawesi tengah untuk memenuhi kebutuhan masyarakat. Pertamina tersebut, menyalurkan dua jenis BBM untuk kebutuhan konsumen yaitu premium dan solar. Keuntungan penjualan BBM untuk premium Rp 200/liter dan solar sebesar Rp 300/liter. Dimana keuntungan yang di targetkan oleh perusahaan sebesar Rp 329.200.000/bulan. Berapakah banyaknya persediaan optimal BBM serta besarnya keuntungan yang ingin dicapai?

Adapun dalam kasus diatas telah ditetapkan tiga macam sasaran dengan urutan prioritas sebagai berikut:

1. Prioritas $1\,(P_1)$: Tersedianya jenis bahan bakar premium sesuai dengan tingkat persediaan aman.
2. Prioritas $2\,(P_2)$: Tersedianya jenis bahan bakar solar sesuai dengan tingkat persediaan aman.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

3. Prioritas $3\ (P_3)$: Target Keuntungan rupiah yang ingin dicapai.

Data yang dibutuhkan adalah data penyaluran dan kebutuhan BBM bulan Januari. Data tersebut dapat dilihat pada tabel 2.1 sebagai berikut.

Tabel 2.1 Penyaluran dan Kebutuhan BBM Bulan Januari pada Tahun 2014

No	Konsumsi BBM	Jenis BBM	
		Premium	Solar
1	Penyaluran	33273	13300
2	Kebutuhan	1.057.108,30	726.798,80

Pada Tabel 2.1 dapat dilihat bahwa penyaluran BBM pada bulan Januari 2014 terdapat 2 jenis BBM yaitu Premium dan Solar.

Penyelesaian:

Variabel keputusan:

X_1: Banyaknya penyaluran premium per bulan

X_2: Banyaknya penyaluran solar per bulan

Persoalan di atas akan diselesaikan dengan metode GP sebagai berikut:

a. Formulasi model matematik penyaluran BBM

Sasaran yang ingin dicapai dalam formulasi ini adalah memaksimalkan persedian bahan bakar minyak, maka deviasi negatif (kekurangan persedian bahan bakar minyak) diusahakan nol. Model Goal Programming untuk mengoptimalkan persediaan bahan bakar minyak adalah:

$$33.273X_1 + d_1^- - d_1^+ = 1.057.108,30 \qquad (2.9)$$

$$13.300X_2 + d_2^- - d_2^+ = 726.798,80$$

b. Formulasi model matematik target keuntungan

Setelah memformulasikan model penyaluran bahan bakar minyak kita harus memformulasikan target keuntungan diamana setiap perusahaan mengharapkan suatu keuntungan yang maksimal. Maka dari itu kita harus menetapkan keuntungan yang ingin dicapai berada diatas perkiraan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Model goal programming untuk memaksimalkan keuntungan bahan bakar minyak adalah:

$$200X_1 + 300X_2 + d_3^- - d_3^+ = 329.200.000 \qquad (2.10)$$

c. Fungsi tujuan dan kendala tujuan

Setelah menentukan prioritas dan urutannya, fungsi tujuan yang terbentuk adalah:

$$Z_{\min} = P_1(d_1^- + d_1^+) + P_2(d_2^- + d_2^+) + P_3(d_3^- + d_3^+) \qquad (2.11)$$

Kendala Tujuan:

$$33.273X_1 + d_1^- - d_1^+ = 1.057.108,30$$
$$13.300X_2 + d_2^- - d_2^+ = 726.798,80$$
$$200X_1 + 300X_2 + d_3^- - d_3^+ = 329.200.000$$

Tahap awal simpleks model matematis diatas akan ditunjukkan pada Tabel 2.2 berikut ini:

Tabel 2.2 Tahap Awal Simpleks

		C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	
P_k	C_i	VB	X_1	X_2	d_1^+	d_1^-	d_2^+	d_2^-	d_3^+	d_3^-	b_i
P_1	1	d_1^-	33.273	0	-1	1	0	0	0	0	1.057.108,30
P_2	1	d_2^-	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
P_3	1	d_3^-	200	300	0	0	0	0	-1	1	329.200.000
Z_j		P_1	33.273	0	-1	1	0	0	0	0	1.057.108,30
		P_2	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
		P_3	200	300	0	0	0	0	-1	1	329.200.000
$Z_j - Cj$		P_1	-33.273	0	2	0	1	1	1	1	
		P_2	0	-13.300	1	1	2	0	1	1	
		P_3	-200	-300	1	1	1	1	2	0	

Pada Tabel 2.4 di bawah yang menjadi kolom kunci adalah kolom kesatu, dimana $C_j - Z_j$ memiliki nilai negatif terbesar yaitu -33.273 dan yang menjadi baris kunci adalah baris kesatu karena memiliki rasio $\frac{b_i}{a_{ij}}$ terkecil yaitu:

$$b_1 = \frac{1.057.108,30}{33.273} = 31,7$$

$$b_2 = \frac{762.798,80}{0} = \infty$$

$$b_3 = \frac{329.200.000}{200} = 1.646.000$$

Tabel 2.3 Tabel Awal Simpleks (Pemilihan Kolom Kunci dan Baris Kunci)

		C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	
P_k	C_i	VB	X_1	X_2	d_1^+	d_1^-	d_2^+	d_2^-	d_3^+	d_3^-	b_i
P_1	1	d_1^-	33.273	0	-1	1	0	0	0	0	1.057.108,30
P_2	1	d_2^-	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
P_3	1	d_3^-	200	300	0	0	0	0	-1	1	329.200.000
Z_j		P_1	33.273	0	-1	1	0	0	0	0	1.057.108,30
		P_2	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
		P_3	200	300	0	0	0	0	-1	1	329.200.000
$Z_j - Cj$		P_1	-33.273	0	2	0	1	1	1	1	
		P_2	0	-13.300	1	1	2	0	1	1	
		P_3	-200	-300	1	1	1	1	2	0	

Langkah selanjutnya adalah mencari sistem kanonikal yaitu sistem dimana nilai elemen pivot bernilai 1 dan elemen lain bernilai nol dengan cara melalukan OBE pada baris selain baris kunci maka hasilnya didapatkan pada Tabel 2.4.

Tabel 2.4 Tabel Simpleks Iterasi 1

		C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	
P_k	C_i	VB	X_1	X_2	d_1^+	d_1^-	d_2^+	d_2^-	d_3^+	d_3^-	b_i
P_1	0	X_1	1	0	-0,00003	0,00003	0	0	0	0	31,7
P_2	1	d_2^-	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
P_3	1	d_3^-	0	300	0,006	-0,006	0	0	-1	1	329.193.600
Z_j		P_2	0	13.300	0	0	-1	1	0	0	762.798,80
		P_3	0	300	0,006	-0,006	0	0	-1	1	329.193.600
$Z_j - Cj$		P_2	0	-13.300	1	1	2	0	1	1	
		P_3	0	-300	0,994	1,006	1	1	2	0	

Dengan perhitungan yang sama, dilakukan iterasi II karena nilai $C_j - Z_j$ masih terdapat negatif, maka perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 2.5.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau

Tabel 2.5 Tabel Simpleks Iterasi 2

		C_j	0	0	1	1	1	1	1	1	
P_k	C_i	VB	X_1	X_2	d_1^+	d_1^-	d_2^+	d_2^-	d_3^+	d_3^-	b_i
P_1	0	X_1	1	0	-0,00003	0,00003	0	0	0	0	31,7
P_2	0	X_2	0	1	0	0	-0,00007	0,00007	0	0	54,6
P_3	1	d_3^-	0	0	0,006	-0,006	0,021	-0,021	-1	1	329.191.980
Z_j		P_3	0	0	0,006	-0,006	0,021	-0,021	-1	1	329.191.980
$Z_j - Cj$		P_3	0	0	0,994	1,006	0,979	1,021	2	0	

Berdasarkan Tabel 2.5 diperoleh solusi optimal, karena seluruh $C_j - Z_j \geq 0$. Dengan demikian solusi yang optimal adalah perusahaan menyalurkan premium pada bulan Januari X_1 sebanyak 32 kali dan menyalurkan solar X_2 sebanyak 55 kali.

Nilai X_1 dan X_2 disubstitusikan ke dalam persamaan (2.9) sehingga diperoleh:

$$33.273X_1 + d_1^- - d_1^+ = 1.057.108,30$$

$$33.273(32) + d_1^- - d_1^+ = 1.057.108,30$$

$$1.064.736,00 + d_1^- - d_1^+ = 1.057.108,30$$

Persediaan optimal untuk Premium pada bulan Januari sebesar $1.064.736,00$ liter. Langkah selanjutnya denga cara yang sama diperoleh persediaan optimal Solar sebesar $731.500,00$ liter serta keuntungan sebesar $\text{Rp}\,432.397.200,00$, sehingga dapat disimpulkan bahwa keuntungan tersebut memiliki kelebihan capaian sebesar $\text{Rp}103.197.200,00$ dari target yang ditetapkan.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.
© Hak cipta milik UIN Suska Riau
State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau
UIN SUSKA RIAU