

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

## BAB II

### LANDASAN TEORI

#### 2.1 Model Transportasi

Model transportasi berkaitan dengan masalah pendistribusian barang-barang dari pusat pengiriman (sumber) ke pusat penerimaan (tujuan) ” Model transportasi memecahkan masalah pendistribusian barang dari sumber ke tujuan dengan biaya total distribusi minimum ” (Siswanto, 2006). Menurut Dimiyati (1999), transportasi membahas masalah pendistribusian suatu komoditas atau produk dari sejumlah sumber (*supply*) kepada sejumlah tujuan (*demand*). Model transportasi digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi.

Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi, dengan kendala-kendala (Aminudin : 2005).

- a. Setiap permintaan tujuan terpenuhi.
- b. Sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitasnya.

Menurut Dimiyati (2009), ciri-ciri khusus masalah transportasi adalah:

- a. Terdapat sejumlah sumber dan sejumlah tujuan tertentu.
- b. Kuantitas barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan, besarnya tertentu.
- c. Komoditas yang dikirim atau diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya sesuai dengan permintaan atau kapasitas sumber.
- d. Ongkos pengangkutan komoditas dari suatu sumber ke suatu tujuan, besarnya tertentu.

Masalah transportasi dibedakan menjadi dua macam yaitu masalah transportasi *fuzzy* dan masalah transportasi linear.

### a. Transportasi Linear

Secara umum model transportasi dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Minimum } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n$$

di mana:

$x_{ij}$  : banyak unit barang yang akan diangkut dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$c_{ij}$  : biaya angkut per satuan barang dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$a_i$  : persediaan ke  $i$

$b_j$  : permintaan ke  $j$

Tabel untuk model transportasi linear dapat disusun seperti Tabel 2.1 berikut:

**Tabel 2.1 Model Transportasi Linear**

Sumber	Tujuan				$a_i$
	$d_1$	$d_2$	...	$d_n$	
$S_1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
...	...	...	...	...	...
$S_m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
$b_j$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Keterangan :

$a_i$  : persediaan ke  $i$  ,  $i = 1, 2, \dots, m$

$b_j$  : permintaan ke  $j$  ,  $j = 1, 2, \dots, n$

$c_{ij}$  : biaya transportasi per unit dari asal  $i$  ke tujuan  $j$

$x_{ij}$  : banyak unit barang yang diangkut dari asal  $i$  ke tujuan  $j$

dengan  $i = 1, 2, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, \dots, n$

Model transportasi :

1. Fungsi tujuan

$$\text{Minimumkan } Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n} \\ + c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn}$$

2. Fungsi kendala

a) Persediaan :  $x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1$

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2$$

$$\vdots \quad \ddots \quad \vdots$$

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m$$

b) Permintaan :  $x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1$

$$x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2$$

$$\vdots \quad \ddots \quad \vdots$$

$$x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n$$

## 2.2 Keseimbangan Model Transportasi

Suatu model transportasi dikatakan seimbang apabila jumlah persediaan dari beberapa sumber sama dengan jumlah permintaan, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (2.3)$$

Persoalan yang sebenarnya, kasus seimbang sangat jarang ditemui dan yang sering ditemui adalah kasus tidak seimbang, dimana jumlah persediaan lebih besar atau lebih kecil dari jumlah permintaan, sehingga dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\sum_{j=1}^n b_j > \sum_{i=1}^m a_i \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n b_j < \sum_{i=1}^m a_i$$

Setiap permasalahan transportasi dapat dibuat seimbang dengan cara memasukkan variabel semu (*artificial variabel*). Jika jumlah permintaan (*demand*) melebihi jumlah persediaan (*supply*), maka dibuat suatu sumber dummy yang akan mensupply kekurangan, yaitu sebanyak

$$\sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i \quad (2.5)$$

Sebaliknya, jika jumlah persediaan (*supply*) melebihi jumlah permintaan (*demand*), maka dibuat suatu tujuan *dummy* yang akan menyerap kelebihan tersebut, yaitu sebanyak

$$\sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j \quad (2.6)$$

Ongkos transportasi per unit ( $c_{ij}$ ) dari sumber *dummy* keseluruhan tujuan adalah nol. Hal ini dapat dipahami karena pada kenyataannya dari sumber *dummy* tidak terjadi pengiriman.

Langkah – langkah untuk mendapatkan penyelesaian masalah transportasi adalah sebagai berikut:

**Langkah 1.** Menyeimbangkan masalah yang di berikan. Menyeimbangkan berarti mengecek jumlah persediaan harus sama dengan jumlah permintaan, yaitu  $\sum a_i = \sum b_j$  Jika sudah sama, maka menuju langka 2. Jika

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

tidak, masalah di seimbangkan dengan menambahkan baris dummy atau kolom dummy. Koefisien biaya dari dummy adalah nol jika  $\sum a_i$  lebih besar dari  $\sum b_j$ , maka ditambahkan kolom dummy yang permintaanya sama dengan  $\sum a_i - \sum b_j$  dan biaya pada kotak tersebut adalah nol. Pada kasus jika  $\sum b_j$  lebih besar dari  $\sum a_i$  maka ditambahkan baris dummy yang persediaannya sama dengan  $\sum b_j - \sum a_i$  dan biaya pada kotak tersebut adalah nol. Jika sudah seimbang menuju langkah 2.

**Langkah 2.** Sebuah solusi awal dapat diperoleh dengan tiga metode, yaitu:

- a. Metode Barat Laut (Metode *North West Conner*)
- b. Metode Biaya Terkecil (Metode *Least Cost Cell*)
- c. Metode *Vogel's Approximation*, yang dikenal sebagai VAM

Setelah mendapat solusi awal, dilakukan uji optimalitas untuk mengetahui apakah solusi tersebut optimal atau belum. Terdapat dua metode untuk uji optimalitas, yaitu:

- a. Metode *Stepping Stone*
- b. MODI di sebut juga dengan Metode *Modified distribution*

### 2.3 Metode *Stepping Stone*

Metode *Stepping stone* menguji optimalitas dengan cara percobaan untuk memindahkan satu unit beban distribusi ke sel-sel kosong agar bisa diketahui perubahan biayanya (Siswanto, 2006). Metode *Stepping Stone* menguji optimalitas tabel awal dengan cara penghitungan  $C_{ij}$  sel-sel kosong yang dilewati oleh jalur *Stepping Stone*. Tabel awal pada kasus transportasi yang akan di uji optimalitasnya dengan *Stepping Stone* harus memenuhi syarat  $(m + n - 1)$  Siswanto, (2006). Langkah-langkah mencari solusi optimal masalah transportasi dengan metode *Stepping Stone* (Aminudin, 2005) sebagai berikut:

**Langkah 1.** Pilih segi empat tak terpakai yang hendak di evaluasi.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Langkah 2.** Cari jalur terdekat (gerakan hanya secara horizontal atau vertikal) dari segi empat tak terpakai ini melalui pijakan segi empat itu kembali ke segi empat tak terpakai semula. Hanya ada satu jalur terdekat untuk setiap sel tak terpakai dalam suatu pemecahan tertentu. Meskipun kita bisa memakai jalur batu loncatan atau sel tak terpakai secara sembarangan, jalur terdekat hanya ada pada sel yang kita jadikan batu loncatan dan sel tak terpakai yang dinilai.

**Langkah 3.** Tanda tambah (+) dan kurang (-) muncul bergantian pada tiap sudut sel dari jalur terdekat, dimulai dengan tanda tambah pada sel kosong. Berilah tanda putaran searah jarum jam atau sebaliknya.

**Langkah 4.** Jumlahkan unit biaya dalam segi empat dengan tanda tambah sebagai tanda penambahan biaya. Penurunan biaya diperoleh dari penjumlahan unit biaya dalam tiap sel negatif.

**Langkah 5.** Ulangi langkah 1 s/d 4 untuk sel kosong lainnya, dan bandingkan hasil evaluasi sel kosong tersebut. Pilih nilai evaluasi yang paling negatif (artinya penuruna biaya yang paling besar), bila tak ada nilai negatif pada evaluasi sel kosong berarti pemecahan sudah optimal.

**Langkah 6.** Lakukan perubahan jalur pada sel yang terpilih dengan cara mengalokasikan sejumlah unit terkecil dari sel bertanda kurang dan tambahkan terhadap sel bertanda tambah.

**Langkah 7.** Ulangi langkah 1 s/d 6 sampai diperoleh indeks perbaikan atau evaluasi sel kosong tidak ada yang bernilai negatif.

#### 2.4 Metode *Zero Point*

Untuk menemukan solusi awal dari masalah transportasi dapat menggunakan Metode *Zero Point* yang di perkenalkan oleh Pandian dan Natarajan (2010).

Langkah-langkah Metode *Zero Point* sebagai berikut:

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

**Langkah 1.** Membuat tabel transportasi dari masalah transportasi yang telah di berikan dan menyeimbangkannya apabila belum seimbang.

**Langkah 2.** Mengurangi tiap elemen dalam baris dengan elemen terkecil pada baris tersebut dan dari tabel pengurangan baris tersebut, tiap elemen dalam kolom dikurangi dengan elemen terkecil pada kolom tersebut.

**Langkah 3.** Mengecek apakah setiap kolom permintaan kurang dari atau sama dengan jumlah baris–baris suplai yang menyuplai kolom permintaan tersebut, dimana baris yang menyuplai adalah baris pada kolom tersebut yang biaya tereduksinya nol. Mengecek apakah setiap baris suplai kurang dari atau sama dengan jumlah kolom-kolom permintaan yang meminta suplai, dimana kolom yang meminta suplai adalah kolom pada baris tersebut yang tereduksi nol. Apabila syarat tersebut terpenuhi, langsung menuju langkah 6.

**Langkah 4.** Menutup semua elemen nol dengan garis mendatar dan tegak seminimal mungkin sehingga beberapa elemen dari kolom-kolom atau /dan baris-baris yang tidak memenuhi syarat pada langkah 3 tidak tertutup.

**Langkah 5.** Membentuk tabel transportasi perbaikan dengan cara:

- a. Menemukan nilai biaya tereduksi yang terkecil pada tabel yang tidak tertutup garis.
- b. Menurunkan nilai tersebut ke semua elemen/ nilai yang tidak tertutup garis dan menambahkan nilai tersebut ke semua elemen/nilai yang tertutup oleh dua garis.

**Langkah 6.** Memilih kotak pada tabel transportasi hasil langkah-langkah di atas yang memiliki biaya tereduksi terbesar dan dinamakan  $(\alpha, \beta)$ . Jika terdapat lebih dari satu kotak, maka dipilih salah satu.

**Langkah 7.** Memilih kotak pada baris  $\alpha$  atau dan kolom  $\beta$  pada tabel transportasi yang memiliki biaya tereduksi nol dan mengisikan semaksimum

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

mungkin pada kotak tersebut sehingga memenuhi suplai dan permintaan.

**Langkah 8.** Membentuk kembali tabel transportasi yang telah di perbaiki setelah menghapus baris suplai yang telah memenuhi nilai maksimum dan kolom permintaan yang telah terpenuhi.

**Langkah 9.** Mengulangi langkah 6 sampai langkah 8 sampai baris suplai dan kolom permintaan terpenuhi.

**Langkah 10.** Tabel hasil pengisian tersebut merupakan penyelesaian masalah Transportasi.

**Contoh 2.1 Masalah Transportasi Seimbang**

Suatu perusahaan P mempunyai tiga daerah penambangan minyak (sumber). Yaitu A B dan C yang masing-masing menghasilkan minyak 70.000, 170.000 dan 160.600 galon. Minyak tersebut akan di kirim ke empat daerah pemasaran, yaitu DP I, DP II, DP III dan DP IV yang masing- masing memiliki daya tampung 100.000, 130.000 dan 150.000 galon. biaya pengangkutan per 10.000 galon adalah sebagai berikut (dalam puluhan ribu rupiah);

**Tabel 2.2 Biaya Transportasi Perusahaan P**

Sumber	Daerah Perusahaan			
	DP I	DP II	DP III	DP IV
A	3	2	2	1
B	4	7	7	9
C	4	1	3	1

Jika perusahaan ingin meminimalkan biaya angkut yang dikeluarkannya maka berikanlah saran kepada perusahaan tersebut untuk mendistribusikan hasil minyak sebaik-baiknya.



- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

### Penyelesaian:

Variabel Keputusan:

- $x_{11}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber A ke DP I
- $x_{12}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber A ke DP II
- $x_{13}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber A ke DP III
- $x_{14}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber A ke DP IV
- $x_{21}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber B ke DP I
- $x_{22}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber B ke DP II
- $x_{23}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber B ke DP III
- $x_{24}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber B ke DP IV
- $x_{31}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber C ke DP I
- $x_{32}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari sumber C ke DP II
- $x_{33}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari pabrik C ke DP III
- $x_{34}$  : banyaknya minyak (galon) yang dikirim dari pabrik C ke DP IV

Minimumkan

$$z = 3x_{11} + 2x_{12} + 2x_{13} + 1x_{14} + 4x_{21} + 7x_{22} + 7x_{23} + 9x_{24} + 4x_{31} + 1x_{32} + 3x_{33} + 1x_{34}$$

dengan kendala:

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 7$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 17$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 16$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 10$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 2$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 13$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 15$$

$$x_{ij} \geq 0$$

- Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang
1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
    - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
    - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
  2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Ke daerah pemasaran manakah minyak didistribusikan sehingga meminimumkan biaya distribusi?

Penyelesaian dengan Metode *Zero Point*

**Langkah 1:** Dari permasalahan di atas dapat dibuat tabel biaya transportasinya sebagai berikut: (dalam puluhan ribu)

**Tabel 2.3 Biaya Transportasi Perusahaan P Serta Suplai dan Permintaan**

Sumber	Daerah Perusahaan				Persediaan
	DP I	DP II	DP III	DP IV	
A	3	2	2	1	7
B	4	7	7	9	17
C	4	1	3	1	16
Permintaan	10	2	13	15	

Dari tabel biaya di atas diketahui bahwa jumlah permintaan sama dengan jumlah persediaan sehingga masalah transportasi di atas seimbang.

**Langkah 2:** Langkah selanjutnya mengurangi setiap elemen dalam baris dengan nilai terkecilnya, sehingga diperoleh tabel biaya tereduksi sebagai berikut:

**Tabel 2.4 Reduksi Pertama pada Baris**

2	1	1	0	7
0	3	3	5	17
3	0	3	0	16
10	2	13	15	

**Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang**

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

Kemudian melanjutkan mengurangi tiap elemen dalam kolom dengan nilai terkecilnya dan menghasilkan tabel biaya tereduksi sebagai berikut:

**Tabel 2.5 Reduksi Kedua pada Kolom**

2	1	0	0	7
0	3	2	5	17
3	0	1	0	16
10	2	13	15	

**Langkah 3:** Mengecek apakah setiap kolom permintaan kurang dari atau sama dengan jumlah baris-baris persediaan (suplai) menyuplai kolom permintaan begitu sebaliknya, dimana baris yang menyuplai adalah baris pada kolom yang bernilai nol. Apabila syarat terpenuhi lanjut ke langkah 6.

**Tabel 2.6 Reduksi Kedua dengan Langkah 3**

2	1	0	0	7
0	3	2	5	17
3	0	1	0	16
10	2	13	15	

Dari tabel 2.5 dapat diketahui bahwa:

- a. Permintaan 1  $\leq$  Persediaan 2
- b. Permintaan 2  $\leq$  Pesediaan 3
- c. Permintaan 3  $>$  Persediaan 1
- d. Permintaan 4  $\leq$  Persediaan 1 + Pesediaan 2
- e. Persediaan 1  $\leq$  Permintaan 3 + Permintaan 4

- f. Persediaan 2 > Permintaan 1
- g. Persediaan 3 ≤ Permintaan 2 + Permintaan 4

Karena syarat pada Metode *Zero Point* Langkah 3 belum terpenuhi, maka menuju ke langkah 4

**Langkah 4:** Semua elemen nol ditutup dengan garis mendatar dan tegak seminimal mungkin sehingga baris atau/ dan kolom yang belum terpenuhi tidak tertutup garis.

**Tabel 2.7 Reduksi Kedua dengan Langkah 4**

2	1	0	0	7
0	3	2	5	17
3	0	1	0	16
10	2	13	15	

Untuk memenuhi syarat pada langkah 4 dapat dibentuk tabel sebagai berikut:

**Tabel 2.8 Reduksi Kedua dengan Langkah 4**

2	1	0	0	7
0	3	2	5	17
3	0	1	0	16
10	2	13	15	

**Langkah 5:** Penutupan elemen nol pada tabel 2.7 dapat di bentuk tabel perbaikan sebagai berikut:

**Tabel 2.9 Hasil Reduksi Kedua dengan Langkah 4**

4	1	0	0	7
0	1	0	3	17
5	0	1	0	16
10	2	13	15	

Kemudian kembali ke langkah 3, yaitu mengecek kolom permintaan dan baris persediaan:

- Permintaan 1  $\leq$  Persediaan 2
- Permintaan 2  $\leq$  Persediaan 3
- Permintaan 3  $\leq$  Persediaan 1 + Persediaan 2
- Permintaan 4  $\leq$  Persediaan 1 + Persediaan 3
- Persediaan 1  $\leq$  Permintaan 3 + Permintaan 4
- Persediaan 2  $\leq$  Permintaan 1 + Permintaan 3
- Persediaan 3  $\leq$  Permintaan 2 + Permintaan 4

Karena tabel perbaikan tersebut sudah memenuhi syarat, maka dilakukan pengalokasian pada variabel basis dimana variabel basisnya adalah kotak-kotak pada tabel perbaikan yang biaya tereduksinya nol.

**Langkah 6:** Langkah selanjutnya memilih kotak dengan biaya tereduksi terbesar pada tabel perbaikan, yaitu biaya tereduksi 5 pada (3.1)

**Langkah 7:** Selanjutnya, pengisian pertama adalah pada kotak yang terletak pada baris ke-3 atau/dan kolom ke-1 terlihat hanya memiliki satu elemen nol sehingga pada (2.1) dialokasikan 10 selanjutnya, pada baris ke-3 terdapat dua elemen nol, tetapi pada kolom ke-2 hamnya terdapat satu elemen nol, sehingga pada (3.2) dialokasikan 2 dan pada (3.4) dialokasikan  $(16-2) = 14$ , pengisian selanjutnya dengan mencari

biaya tereduksi terbesar selanjutnya dan dengan cara yang sama di peroleh tabel pengalokasian sebagai berikut:

**Tabel 2.10 Hasil Reduksi dengan Langkah 7**

		6	1	7
10		7		17
	2		14	16
10	2	13	15	

Tabel di atas merupakan solusi awal dari masalah transportasi yang di berikan, dari solusi awal tersebut diuji optimalitas dengan *Stepping Stone*.

**Tabel 2.11 Biaya Transportasi Pemecahan Awal dengan Zero Point**

Sumber	Daerah perusahaan				Persediaan
	DP I	DP II	DP III	DP IV	
A	3	2	2	1	7
B	4	7	7	9	17
C	4	1	3	1	16
permintaan	10	2	13	15	

Dalam penyelesaian tabel biaya transportasi dengan Metode *Stepping Stone*, dapat dilakukan perubahan jalur, perubahan jalur dimulai dari sel kosong yang pertama.

Perubahan jalur pertama pada sel kosong  $x_{11}$

**Tabel 2.12 Jalur pada Sel Kosong  $x_{11}$**

	3		2	-	2		1
				6		1	
10	4		7		7		9
				7			
	4		1		3		1
		2				14	

Perubahan jalur kedua pada sel kosong  $x_{12}$

**Tabel 2.13 Jalur pada Sel Kosong  $x_{12}$**

	3	+	2		2		-	1
				6		1		
10	4		7		7			9
				7				
	4	-	1		3		+	1
		2				1		

Perubahan jalur ketiga pada sel kosong  $x_{22}$

**Tabel 2.14 Jalur pada Sel Kosong  $x_{22}$**

	3		2	+	2		-	1
				6		1		
10	4	+	7		7			9
				7				
	4	-	1		3		+	1
		2				14		

Perubahan jalur keempat pada sel kosong  $x_{24}$

**Tabel 2.15 Jalur pada Sel Kosong  $x_{24}$**

	3		2	+	2		-	1
				6		1		
10	4		7	-	7		+	9
				7				
	4		1		3			1
		2				14		

Perubahan jalur kelima pada sel kosong  $x_{31}$

**Tabel 2.16 Jalur pada Sel Kosong  $x_{31}$**

	3		2	-	2		+	1
				6		1		
-	4		7	+	7			9
10				7				
	4		1		3			1
+		2				14		-

Perubahan jalur keenam pada sel kosong  $x_{33}$

**Tabel 2.17 Jalur pada Sel Kosong  $x_{33}$**

	3		2	-	2		+	1
				6		1		
10	4		7		7			9
				7				
	4		1		3			1
		2		+		14		-

Hitung indeks perbaikan tiap-tiap sel kosong:

$$Z_{11} - C_{11} = 3 - 4 + 7 - 2 = 4$$

$$Z_{12} - C_{12} = 2 - 1 + 1 - 1 = 1$$



Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
  - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
  - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

$$Z_{22} - C_{22} = 7 - 1 + 1 - 1 + 2 - 7 = 1$$

$$Z_{24} - C_{24} = 9 - 1 + 2 - 7 = 3$$

$$Z_{31} - C_{31} = 4 - 4 + 7 - 2 + 1 - 1 = 5$$

$$Z_{33} - C_{33} = 3 - 2 + 1 - 1 = 1$$

Karena perhitungan indeks tiap-tiap sel kosong semuanya bernilai positif atau  $Z_{ij} - C_{ij} \geq 0$ , maka solusi awal tersebut sudah optimal sehingga solusi awal tersebut merupakan solusi optimal dari masalah transportasi yang diberikan.

Jadi diperoleh biaya minimum sebagai berikut:

$$\begin{aligned} Z &= (2 \times 6) + (1 \times 1) + (10 \times 4) + (7 \times 7) + (2 \times 1) + (14 \times 1) \\ &= 12 + 1 + 40 + 49 + 2 + 14 \\ &= 118 \end{aligned}$$

Dari hasil di atas dapat disimpulkan biaya minimum pengangkutan pada perusahaan P adalah sebagai berikut: (dalam puluhan ribu)

1. Sumber A mengirimkan minyak sebanyak 60.000 galan ke DP III, dengan biaya 120.000
2. Sumber A mengirimkan minyak sebanyak 10.000 galon ke DP IV, dengan biaya 10.000
3. Sumber B mengirimkan minyak sebanyak 100.000 galon DP I, dengan biaya 400.000
4. Sumber B mengirimkan minyak sebanyak 70.000 galon DP III, dengan biaya 490.000
5. Sumber C mengirimkan minyak sebanyak 20.000 galon DP II, dengan biaya 20.000
6. Sumber C mengirimkan minyak sebanyak 140.000 galon DP IV, dengan biaya 140.000

Diperoleh biaya minimum sebesar Rp 1.180.000