BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dari penyelesaian masalah kendali waktu berhingga dengan dua kendali, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan berikut:

1. Persamaan dinamik yaitu:
   a. Matriks 2×2

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

   b. Matriks $n \times n$

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

2. Persamaan Riccati:
   a. Matriks 2×2

$$S_k = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} + Q$$

   b. Matriks $n \times n$

$$S_k = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix}_k + Q,$$

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:
   a. Matriks 2×2

$$\boldsymbol{u}_k = -R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q) \boldsymbol{x}_k$$

b. Matriks $n \times n$

$$\boldsymbol{u}_k = -R^{-1}\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}^T\left(\begin{bmatrix}p_1 & 0 & \cdots & 0\\0 & p_2 & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\0 & 0 & \cdots & p_n\end{bmatrix}^T\right)^{-1}(S_k - Q)\boldsymbol{x}_k$$

4. Persamaan karakteristik dinamik dengan mensubstitusikan fungsi kendali akan menjadi:

a. Matriks 2×2

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix}p_1 & 0\\0 & p_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}R^{-1}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}^T\left(\begin{bmatrix}p_1 & 0\\0 & p_2\end{bmatrix}^T\right)^{-1}(S_k - Q)\right)\boldsymbol{x}_k$$

b. Matriks $n \times n$

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix}p_1 & 0 & \cdots & 0\\0 & p_2 & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\0 & 0 & \cdots & p_n\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}R^{-1}\begin{bmatrix}1\\1\\\vdots\\1\end{bmatrix}^T\left(\begin{bmatrix}p_1 & 0 & \cdots & 0\\0 & p_2 & \cdots & 0\\\vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\0 & 0 & \cdots & p_n\end{bmatrix}^T\right)^{-1}(S_k - Q)\right)\boldsymbol{x}_k$$

5. Dikatakan stabil jika nilai eigen dari persamaan karakteristik bernilai positif.

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus matriks, kemudian menguji kestabilan dan sistem kendalinya. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa jurusan Matematika FST UIN Suska Riau penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus dua kendali dalam waktu diskrit.