

## BAB V PENUTUP

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dari penyelesaian masalah kendali waktu berhingga dengan dua kendali, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan berikut:

1. Persamaan dinamik yaitu:

a. Matriks  $2 \times 2$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

b. Matriks  $n \times n$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

2. Persamaan Riccati:

a. Matriks  $2 \times 2$

$$S_k = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left( I + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} + Q$$

b. Matriks  $n \times n$

$$S_k = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left( I + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & p_n \end{bmatrix}_k + Q,$$

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:

a. Matriks  $2 \times 2$

$$\mathbf{u}_k = -R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left( \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q) \mathbf{x}_k$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:

- a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
- b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.

2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

b. Matriks  $n \times n$

$$\mathbf{u}_k = -R^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}^T \left( \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q) \mathbf{x}_k$$

4. Persamaan karakteristik dinamik dengan mensubstitusikan fungsi kendali akan menjadi:

a. Matriks  $2 \times 2$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \left( \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q) \mathbf{x}_k$$

b. Matriks  $n \times n$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \left( \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_n \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q) \mathbf{x}_k$$

5. Dikatakan stabil jika nilai eigen dari persamaan karakteristik bernilai positif.

## 5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus matriks, kemudian menguji kestabilan dan sistem kendalinya. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa jurusan Matematika FST UIN Suska Riau penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus dua kendali dalam waktu diskrit.