BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Penulisan tugas akhir ini membahas penyelesaian kestabilan model linier kuadratik waktu diskrit menggunakan metode transformasi ke bentuk kanonik terkontrol. Dalam penelitian ini akan dilakukan tahapan-tahapan sebagai berikut:

3.1 Sistem Dinamik Diskrit Untuk Matriks $2x2$

1. Berdasarkan persamaan (2.35) dibentuk persamaan karakteristik dinamik untuk $n = 2$, sebagai berikut:
   $y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$
2. Persamaan karakteristik pada langkah no.1 dirubah ke *fungsi pulse transfer* dengan transformasi z sebagai berikut:
   $y(k) = y(z)$ dan $y(k-i) = z^{-i} y(k)$ dan $u(k) = u(z)$ dan $u(k-i) = z^{-i} u(z)$
3. Berdasarkan *pulse transfer* pada langkah no.2 dibentuk kanonik terkontrol. Dengan fungsi tujuan sebagai berikut:
   $$J = \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_N^T S_N \boldsymbol{x}_N + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (\boldsymbol{x}_k^T Q_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{u}_k^T R_k \boldsymbol{u}_k),$$
4. Dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan persamaan dinamik diskrit dan fungsi tujuan diskrit pada langkah no.3 dengan persamaan sebagai berikut:
   $$\boldsymbol{H} = L^k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) + \lambda_{k+1}^T \boldsymbol{f}^k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k)$$
5. Selanjutnya, dibentuk persamaan *state*, *costate* dan persamaan *stationer* dari persamaan Hamilton dengan persamaan sebagai berikut:
   Persamaan *state* : $\boldsymbol{x}_{k+1} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_{k+1}}$
   Persamaaan *costate* : $\lambda_k = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}_k}$
   Persamaan *stationer* : $0 = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{u}_k}$
6. Berdasarkan langkah no.5, dibentuk persamaan Riccati.

7. Kemudian dicari solusi dari persamaan Riccati pada langkah no 6.
8. Selanjutnya solusi persamaan Riccati dari langkah no 7, akan dibentuk fungsi kendali.
9. Berdasarkan fungsi kendali yang diperoleh dari langkah no 8, disubstitusikan fungsi kendali tersebut kebentuk kanonik terkontrol yang diperoleh pada langkah no 3, kemudian akan dianalisa kestabilannya.

3.2 Sistem Dinamik Diskrit Untuk Matriks nxn

1. Diketahui persamaan karakteristik dinamik diskrit pada persamaan (2.35) yaitu:
   $y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \cdots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \cdots + b_n u(k-n)$

2. Persamaan karakteristik pada langkah no.1 dirubah ke *fungsi pulse transfer* dengan transformasi z yang didapat pada persamaan (2.36) sebagai berikut:
$$\frac{y(z)}{u(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \cdots + b_n}{z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_n}$$
3. Berdasarkan *pulse transfer* pada langkah no.2 dibentuk kanonik terkontrol sebagai berikut :
$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k+1) \\ x_n(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \vdots \\ x_{n-1}(k) \\ x_n(k) \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$
   Dengan fungsi tujuan sebagai berikut:
$$J = \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_N^T S_N \boldsymbol{x}_N + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (\boldsymbol{x}_k^T Q_k \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{u}_k^T R_k \boldsymbol{u}_k),$$

4. Dibentuk persamaan Hamilton berdasarkan persamaan dinamik diskrit dan fungsi tujuan diskrit pada langkah no.3 dengan persamaan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{H} = L^k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k) + \lambda_{k+1}^T \boldsymbol{f}^k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{u}_k)$$

5. Selanjutnya, dibentuk persamaan *state*, *costate* dan persamaan *stationer* dari persamaan Hamilton dengan persamaan sebagai berikut:

   Persamaan *state* : $\boldsymbol{x}_{k+1} = \frac{\partial H}{\partial \lambda_{k+1}}$

   Persamaaan *costate* : $\lambda_k = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{x}_k}$

   Persamaan *stationer* : $0 = \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{u}_k}$

6. Berdasarkan langkah no.5, dibentuk persamaan Riccati.
7. Kemudian dicari solusi dari persamaan Riccati pada langkah no 6.
8. Selanjutnya solusi persamaan Riccati dari langkah no 7, akan dibentuk fungsi kendali.
9. Berdasarkan fungsi kendali yang diperoleh dari langkah no 8, disubstitusikan fungsi kendali tersebut kebentuk kanonik terkontrol yang diperoleh pada langkah no 3, kemudian akan dianalisa kestabilannya.