

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dari penyelesaian masalah kendali waktu berhingga dengan satu kendali, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

a. Untuk matriks 2×2

1. Bentuk kanonik terkontrol yaitu:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_k$$

2. Persamaan Riccati

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} + Q_k$$

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k &= -R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \lambda_{k+1} \\ &= -R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q_k) \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

b. Untuk matriks $n \times n$

1. Bentuk kanonik terkontrol yaitu:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_k$$

2. Persamaan Riccati

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \vdots & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} + Q_k$$

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_k &= -R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \lambda_{k+1} \\ &= -R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q_k) \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

c. Persamaan karakteristik dinamik dengan mensubstitusikan fungsi kendali akan menjadi:

1. Matriks 2×2

$$\mathbf{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q_k) \right) \mathbf{x}_k$$

Persamaan (4.19) akan dianalisa menggunakan persamaan (2.8) dengan menentukan matriks S jika matriks S adalah definit positif maka persamaan (4.19) stabil.

2. Matriks $n \times n$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T R_k^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q_k) \right) \mathbf{x}_k \end{aligned}$$

Persamaan (4.38) akan dianalisa menggunakan persamaan (2.8) dengan menentukan matriks S jika matriks S adalah definit positif maka persamaan (4.38) stabil.

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus matriks, kemudian menguji kestabilan dan sistem kendalinya. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa Matematika FST UIN Suska Riau penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus lainnya dalam waktu diskrit.

Hak Cipta Dilindungi Undang-Undang

1. Dilarang mengutip sebagian atau seluruh karya tulis ini tanpa mencantumkan dan menyebutkan sumber:
 - a. Pengutipan hanya untuk kepentingan pendidikan, penelitian, penulisan karya ilmiah, penyusunan laporan, penulisan kritik atau tinjauan suatu masalah.
 - b. Pengutipan tidak merugikan kepentingan yang wajar UIN Suska Riau.
2. Dilarang mengumumkan dan memperbanyak sebagian atau seluruh karya tulis ini dalam bentuk apapun tanpa izin UIN Suska Riau.

