BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan dari penyelesaian masalah kendali waktu berhingga degan satu kendali, maka dapat diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

a. Untuk matriks $2x2$

1. Bentuk kanonik terkontrol yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_k$$

2. Persamaan Riccati

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} R_k{}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} + Q_k$$

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{u}_k = -R_k{}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \lambda_{k+1}$$

$$= -R_k{}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (S_k - Q_k) \boldsymbol{x}_k$$

b. Untuk matriks nxn

1. Bentuk kanonik terkontrol yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_k$$

2. Persamaan Riccati

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} R_k{}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} + Q_k$$

3. Solusi dari fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{u}_k = -{R_k}^{-1}\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}^T \lambda_{k+1}$$

$$= -{R_k}^{-1}\begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1\end{bmatrix}^T\right)^{-1} (S_k - Q_k)\boldsymbol{x}_k$$

c. Persamaan karakteristik dinamik dengan mensubstitusikan fungsi kendali akan menjadi:

1. Matriks $2x2$

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix}0 & 1\\ a_2 & a_1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} {R_k}^{-1} \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix}0 & 1\\ a_2 & a_1\end{bmatrix}^T\right)^{-1} (S_k - Q_k)\right)\boldsymbol{x}_k$$

Persamaan (4.19) akan dianalisa menggunakan persamaan (2.8) dengan menentukan matriks S jika matriks S adalah definit positif maka persamaan (4.19) stabil.

2. Matriks nxn

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \left(\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1\end{bmatrix} - \right.$$

$$\left. \begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix} {R_k}^{-1} \begin{bmatrix}0\\0\\\vdots\\0\\1\end{bmatrix}^T \left(\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1\\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \cdots & -a_1\end{bmatrix}^T\right)^{-1} (S_k - Q_k)\right)\boldsymbol{x}_k$$

Persamaan (4.38) akan dianalisa menggunakan persamaan (2.8) dengan menentukan matriks S jika matriks S adalah definit positif maka persamaan (4.38) stabil.

5.2 Saran

Tugas akhir ini membahas tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus matriks, kemudian menguji kestabilan dan sistem kendalinya. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa Matematika FST UIN Suska Riau penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan karakteristik dinamik untuk kasus lainnya dalam waktu diskrit.