BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan yang dilakukan pada Bab IV dapat disimpulkan bahwa, untuk kasus $n \times n$ maka Persamaan dinamik kanonik teramati yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_n \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & -a_2 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ \vdots \\ b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_k$$

Diberikan fungsi tujuan sebagai berikut :

$$j = \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_N^T S_N \boldsymbol{x}_N + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (\boldsymbol{x}_k^T Q \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{u}_k^T R \boldsymbol{u}_k)$$

Dengan Persamaan Riccati pada waktu diskrit sebagai berikut:

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} S_{k+1}$$

$$\left(I + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix} + Q$$

Dengan fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{u}_{k=} - R^{-1} \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}^{-1} (S^k - Q) \boldsymbol{x}_k$$

Dengan persamaan dinamik yang telah diberikan fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -a_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}$$

$$\left(-R^{-1} \begin{bmatrix} b_n - a_n b_0 \\ \vdots \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}^{-1} (S^k - Q)\boldsymbol{x}_k \right)$$

Selanjutnya Persamaan di atas akan di analisa kestabilan menggunakan persamaan (2.7) dengan menentukan matrik S. Jika matrik S adalah definit positif maka Persamaan di atas stabil.

Selanjutnya untuk kasus matriks 2x2 maka Persamaan dinamik kanonik teramati yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} \boldsymbol{u}_k$$

Dengan Persamaan Riccati pada waktu diskrit sebagai berikut:

$$S_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} S_{k+1} \left(I + \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}^T S_{k+1} \right)^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -a_2 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix} + Q$$

Diberikan fungsi tujuan sebagai berikut :

$$j = \frac{1}{2} \boldsymbol{x}_N^T S_N \boldsymbol{x}_N + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} (\boldsymbol{x}_k^T Q \boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{u}_k^T R \boldsymbol{u}_k)$$

Dengan fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{u}_k = -R^{-1} \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}^{-1} (S_k - Q)\boldsymbol{x}_k$$

Dengan Persamaan dinamik kanonik teramati yang telah diberikan fungsi kendali yaitu:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \\ 1 & -a_1 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}_k + \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix} - R^{-1} \begin{bmatrix} b_2 - a_2 b_0 \\ b_1 - a_1 b_0 \end{bmatrix}^T$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}^{-1} (S_k - Q)\boldsymbol{x}_k$$

Selanjutnya persamaan di atas akan di analisa kestabilan menggunakan Persamaan (2.7) dengan menentukan matrik S. Jika matrik S adalah definit positif maka persamaan di atas stabil.

5.2 Saran

Tugas akhir ini memaparkan tentang persamaan sistem dinamik satu kendali untuk waktu diskrit dengan metode persamaan kanonik teramati, kemudian menentukan fungsi kendali optimal dan menganalisa kestabilannya. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan dapat disimpulkan bahwa persamaan yang diberikan stabil. Bagi para pembaca, khususnya mahasiswa jurusan Matematika FST UIN Suska Riau penulis menyarankan pada penelitian selanjutnya untuk dapat mengembangkan lebih lanjut tentang persamaan dinamik satu kendali menggunakan metode yang lain.