BAB II
LANDASAN TEORI

2.1 Teori Permainan

Teori permainan (*games theory*) merupakan salah satu solusi dalam merumuskan keadaan persaingan antara berbagai pihak dan berbagai kepentingan. Pendekatan dalam teori permainan akan memberikan suatu gambaran yang sistematis dari para pelaku persaingan atau kita sebut para pemain, dalam memaksimumkan usaha untuk mencapai tujuannya. Teori ini menjadi terkenal oleh Jon Von Neumann dalam karyanya yang berjudul "Theory and Practice of Games and Economic Behaviour", yang dipublikasikan pada tahun 1944.

Titik perhatian dalam melakukan analisis keputusan dengan menggunakan teori permainan ini adalah tingkah laku strategis pemain atau pengambil keputusan. Langkah strategis yang digunakan adalah berupa strategi dari tiap pemain untuk menjadi pemenang dalam permainan. Jika seorang pemain menggunakan strategi A, maka pemain lainnya akan menentukan suatu strategi B untuk mengantisipasi strategi A dari pemain lawan. Hal tersebut akan berlaku sebaliknya atau terjadi timbal balik.

Keputusan yang dilakukan oleh satu pemain bisa disebabkan oleh keputusan yang dilakukan oleh pemain lawannya. Masalahnya, seorang pemain bisa merencanakan berbagai alternatif keputusan, sehingga pemain lawan pun akan menyediakan berbagai alternatif keputusan untuk antisipasi. Keuntungan bagi yang satu merupakan kerugian bagi yang lain. Tiap peserta memilih dan melaksanankan strategi-strategi yang ia percaya akan menghasilkan kemenangan. Setiap pemain dianggap mempunyai kemampuan untuk mengambil keputusan secara bebas dan rasional.

Beberapa unsur dasar yang sangat penting dalam pemecahan setiap kasus dengan teori permaianan, di mana matriks *pay-off*nya ditunjukkan dalam Tabel 2.1

Tabel 2.1 Matriks Permainan

		Pemain II			
Pemain I		Y_{21}	Y_{22}	$\cdots$	Y_{2n}
	X_{11}	h_{11}	h_{12}	$\cdots$	h_{1n}
	X_{12}	h_{21}	h_{22}	$\cdots$	h_{2n}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	X_{1m}	h_{m1}	h_{m2}	$\cdots$	h_{mm}

Dengan:

Y_{2j} : Alternatif strategi yang dimiliki pemain II

X_{1i} : Alternatif strategi yang dimiliki pemain I

h_{mn} : Nilai permainan yang diketahui oleh masing-masing pemain

$i\,:\,1, 2, \cdots, m$

$j\,:\,1, 2, \cdots, n$

Berdasarkan Tabel 2.1 di atas, dapat dijelaskan dasar-dasar teori permainan sebagai berikut:

1. $h_{11}, h_{12}, \cdots, h_{mx}$ menunjukkan hasil-hasil atau *pay-off* dari strategi-strategi permainan yang berbeda-beda, di mana hasil-hasil merupakan ukuran efektivitas. Bilangan positif menunjukkan keuntungan bagi pemain baris (*maximizing player*) dan kerugian bagi pemain kolom (*minimizing player*).
2. $X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1i}$ dan $Y_{21}, Y_{22}, \cdots, Y_{2j}$ merupakan alternatif strategi-strategi yang dimiliki oleh masing-masing pemain I dan II. Suatu strategi permainan adalah rangkaian rencana yang menyeluruh dari pemain sebagai reaksi atas aksi yang mungkin dilakukan oleh pesaing.
3. Nilai permainan adalah hasil yang diperkirakan permaianan atau rata-rata *pay-off* sepanjang permainan. Suatu permaianan dikatakan adil apabila nilainya sama dengan nol.
4. Suatu strategi dikatakan dominan terhadap strategi lainnya apabila memiliki nilai *pay-off* yang lebih baik dari strategi lainnya. Maksudnya, bagi pemain/perusahaan baris, nilai positif (keuntungan) yang diperoleh dari suatu strategi yang digunakan menghasilkan nilai positif yang lebih besar dari hasil

penggunaan strategi lainnya. Bagi pemain kolom, nilai negatif (kerugian) yang diperoleh dari suatu strategi yang digunakan menghasilkan nilai negatif yang lebih kecil dari hasil penggunaan strategi lainnya.

5. Tujuan dari model permaianan adalah mengidentifikasi strategi mana yang optimal untuk setiap pemain.

Dalam teori permainan lawan disebut sebagai pemain (*player*). Hasil (*pay-off*) dari sejumlah permainan diringkaskan sebagai fungsi dari strategi yang berbeda-beda dari setiap pemain.

Faktor-faktor yang mempengaruhi penggunaan teori permainan yaitu :

1. Banyaknya pemain
2. Jumlah keuntungan dan kerugian
3. Banyaknya strategi yang dilakukan dalam permainan

Jika jumlah kerugian dan keuntungan dari permainannya adalah nol, disebut sebagai permainan sejumlah nol (*zero-sum game*), sebaliknya jika nilai permainan antara dua pemain berbeda maka disebut sebagai permainan berjumlah bukan nol (*non-zero-sum game*). Pada tugas akhir ini yang akan dibahas adalah model two-person *zero-sum game* dan penyelesaian persoalan *mixed-strategy* game dengan program linier.

2.2 *Two-Person Zero-Sum Game*

Teori permainan dengan jumlah nol dari dua pemain, merupakan interaksi antara dua pemain yang saling bersaing terhadap masing-masing kepentingan. Keuntungan yang didapat oleh salah satu pemain merupakan kekalahan bagi pemain lainnya, sehingga bila dijumlahkan akan sama dengan nol. Misalnya, salah satu pemain mendapatkan keuntungan sebesar 10 poin, berarti pemain lainnya mengalami kekalahan sebesar -10 poin. Jika dijumlahkan hasil yang didapat kedua pemain akan sama dengan nol $[10 + (-10) = 0]$ atau disebut juga *Zero Sum Games*.

Ada dua macam permainan ini, pertama permainan strategi murni (*Pure Strategy Game*) di mana setiap pemain hanya menjalankan strategi tunggal, dan yang kedua adalah permainan strategi campuran (*Mixed Strategy Game*) di mana kedua pemain menjalankan beberapa strategi yang berbeda-beda.

2.2.1 *Pure Strategy Game* (Strategi Murni)

Pure Strategy Game, pemain yang akan memaksimumkan akan mengidentifikasi strategi yang optimumnya dengan menggunakan kriteria maksimin, sedangkan pemain yang akan meminimumkan akan mengidentifikasi strategi optimumnya dengan menggunakan kriteria minimaks, maka permainan telah terpecahkan. (untuk menguji hal ini, nilai tersebut harus merupakan nilai maksimum bagi kolom yang bersangkutan, dan sekaligus merupakan nilai minimum bagi baris yang bersangkutan). Dalam kasus seperti ini maka telah mencapai titik keseimbangan. Titik ini dikenal dengan titik sadel (*saddle point*).

Jika nilai maksimin tidak sama dengan nilai minimaks, maka titik keseimbangan tidak akan dapat tercapai. Hal ini berarti bahwa saddle point-nya tidak ada dan permainan tidak dapat diselesaikan dengan strategi murni. Kriteria nilai maksimin dan kriteria nilai minimaks adalah sebagai berikut :

1. Kriteria nilai maksimin (untuk pemain yang memaksimumkan)

Dapatkan nilai minimum dari masing-masing baris. Nilai terbesar (nilai maksimum) dari nilai-nilai minimum ini adalah nilai maksimin. Dengan demikian, maka untuk permainan dengan strategi murni ini, strategi optimumnya adalah baris tempat nilai maksimin tersebut.

2. Kriteria nilai minimaks (untuk pemain yang meminimumkan)

Dapatkan nilai maksimum pada masing-masing kolom. Nilai terkecil (nilai minimum) dari nilai-nilai maksimum ini adalah nilai minimaks. Dengan demikian, maka untuk permainan dengan strategi murni ini, strategi optimumnya adalah kolom tempat nilai minimaks terletak.

Contoh 2.1

Dua buah perusahaan mempunyai strategi yang berbeda untuk menarik konsumen, perusahaan A mempunyai 2 buah strategi dan perusahaan B mempunyai 3 buah strategi. Struktur strategi dan *pay-off* nya adalah sebagai berikut:

Tabel 2.2 Matriks Permasalahan *Pure Strategy Game*

		Perusahaan B		
		B_1	B_2	B_3
Perusahaan A	A_1	3	4	4
	A_2	9	5	6

Berdasarkan kasus di atas, bagaimana strategi yang harus digunakan oleh masing-masing pemain atau perusahaan agar masing-masing mendapatkan hasil yang optimal ?

Penyelesaian :

Langkah 1:

Untuk pemain baris (perusahaan A), pilih nilai yang paling kecil untuk setiap baris (baris satu nilai terkecilnya 3, dan baris dua nilai terkecilnya 5). Selanjutnya dari dua nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang paling besar, yaitu nilai 5.

Langkah 2:

Untuk pemain kolom (perusahaan B), pilih nilai yang paling besar untuk setiap kolom (kolom satu nilai terbesarnya 9, kolom dua nilai terbesarnya 5, kolom tiga nilai terbesarnya 6). Selanjutnya dari tiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang paling kecil, yaitu nilai 5.

Tabel 2.3 *Matriks Pay-Off* Strategi Murni (Maksimin dan Minimaks)

		Perusahaan B			
		B_1	B_2	B_3	Minimum Baris
Perusahaan A	A_1	3	4	4	3
	A_2	9	5	6	5 (Maksimin)
		9	5 (Minimaks)	6	

Langkah 3:

Karena pemain baris A dan pemain kolom B sudah sama, yakni masing-masing memiliki nilai 5, maka permainan ini sudah dapat dikatakan optimal, sudah ditemukan nilai permainan (*saddle point*) yang sama.

2.2.2 *Mixed-Strategy Game* (Strategi Campuran)

Teori permainan dengan jumlah nol dari dua pemain (*Zero Sum Games*) adakalanya tidak mempunyai titik pelana pada matriks *pay-off*nya, sehingga keseimbangan akan dicari dengan cara lain, yaitu dengan permainan strategi campuran. Setiap pemain seringkali tidak mengetahui strategi apa yang dipilih oleh pemain lawan, sehingga dia harus memutuskan suatu strategi yang akan minimal berakibat sama dengan strategi yang dipilih oleh pemain lain. *Pay-off* yang akan coba didapat adalah sama caranya dengan pure strategy yaitu menggunakan konsep Maksimin untuk A (baris) dan konsep Minimaks untuk B (kolom).

Dalam suatu permainan yang diselesaikan dengan strategi campuran, strategi dari setiap pemain akan mempunyai probabilitas yang menunjukkan proposi waktu atau banyaknya bagian yang dipergunakan untuk melakukan strategi tersebut. Pemilihan strategi akan dilakukan secara acak dari beberapa pilihan strategi yang ada. Setiap strategi yang akan dipilih akan ditentukan peluang berupa persentase dari tiap strategi yang dipilih. Peluang ini penting digunakan sebagai pedoman akan prioritas strategi yang akan dilakukan. Peluang yang ditentukan bisa merupakan pengalaman dari pengambil keputusan akan keputusan-keputusan yang pernah dilakukan oleh lawan, atau berdasarkan penelitian yang dilakukan akan kejadian masa depan dari suatu keputusan. Misalkan :

p : Peluang pemain I menggunakan strategi S_{11}.

$1 - p$: Peluang pemain I tidak menggunakan strategi S_{11}.

Sebaliknya jika,

Q : Peluang pemain II menggunakan strategi S_{21}.

$1 - Q$: Peluang pemain II tidak menggunakan strategi S_{21}.

Contoh 2.2

Dua buah perusahaan detergen bersaiang memperebutkan pelanggannya. Dalam rangka promosi, perusahaan A memilih cara (strategi) memberikan undian dan hadiah, sedangkan perusahaan B selain memberikan undian dan hadiah, juga memberikan potongan harga kepada pembeli. Matriks *pay-off*nya ditunjukkan dalam Tabel 2.4

Tabel 2.4 Matriks *Pay-Off* Strategi Campuran

		Perusahaan B		
		Undian	Hadiah	Potongan harga
Perusahaan A	Undian	4	2	3
	Hadiah	3	4	5

Tentukanlah strategi yang optimum untuk kedua perusahaan tersebut !

Penyelesaian:

Langkah 1:

Untuk pemain baris (perusahaan A), pilih nilai yang paling kecil untuk setiap baris (baris satu nilai terkecilnya 2, dan baris kedua nilai terkecilnya 3). Selanjutnya dari dua nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang paling besar, yaitu nilai 3.

Langkah 2:

Untuk pemain kolom (perusahaan B), pilih nilai yang paling besar untuk setiap kolom (kolom satu nilai terbesarnya 4, kolom kedua nilai terbesarnya 4, kolom ketiga nilai terbesarnya 5). Selanjutnya dari tiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang paling kecil, yaitu nilai 4.

Tabel 2.5 Matriks *Pay-Off* Strategi Campuran (Maksimin dan Minimaks)

		Perusahaan B			Minimum Baris
		Undian	Hadiah	Potongan harga	
Perusahaan A	Undian	4	2	3	2
	Hadiah	3	4	5	3 (maksimin)
Maksimum kolom		4	4 (minimaks)	5	

Langkah 3:

Berdasarkan tabel 5 di atas terlihat pilihan pemain baris A dan pemain baris B tidak sama, dimana pemain atau perusahaan A memilih nilai 3 dan pemain atau perusahaan B memilih nilai 4, dengan demikian maka permainan ini belum optimal, karena belum ditemukan nilai permainan (*saddle point*) yang sama.

Langkah 4:

Pemain akan menghilangkan strategi yang menghasilkan keuntungan atau kerugian paling buruk. Bila diperhatikan Tabel 2.5, pemain B strategi potongan harga adalah paling buruk karena kerugiannya yang bisa terjadi paling besar.

Tabel 2.6 Matriks *Pay-Off* Tereduksi

		Perusahaan B		Minimum Baris
		Undian	Hadiah	
Perusahaan A	Undian	4	2	2
	Hadiah	3	4	3 (maksimin)
Maksimum kolom		4	4 (minimaks)	

Langkah 5:

Langkah selanjutnya adalah dengan memberikan nilai probabilitas terhadap kemungkinan digunakannya kedua strategi bagi masing-masing perusahaan. Untuk perusahaan A, misalkan P adalah kemungkinan (probabilitas) perusahaan A menggunakan strategi undian dan $(1 - P)$ adalah kemungkinan menggunakan strategi hadiah. Begitu pula dengan perusahaan B misalkan perusahaan B mempunyai kemungkinan menggunakan strategi undian sebesar Q, maka kemungkinan keberhasilan digunakannya strategi hadiah adalah $(1 - Q)$.

Langkah 6:

Selanjutnya mencari nilai besaran probabilitas setiap strategi yang akan digunakan dengan menggunakan nilai-nilai yang ada serta nilai probabilitas masing-masing strategi untuk menghitung saddle point yang optimal, dengan cara sebagai berikut:

1) Untuk perusahaan A

Anggap B menggunakan strategi undian, maka harapan menang untuk perusahaan A adalah:

$4(P) + 3(1 - P) = -P + 3$

Dan bila B menggunakan strategi hadiah, maka harapan menang perusahaan A adalah:

$2(P) + 4(1 - P) = 2P + 4$

Strategi optimal untuk perusahaan A diperoleh dengan cara menyamakan kedua harapan menang tersebut,

$P + 3 = -2P + P$

$3P = 1$ sehingga $P = 1/3$

Ini berarti perusahaan A seharusnya mempergunakan strategi undian sebesar 33,33% dan sisanya 66,67% strategi hadiah. Kemudian harapan menang perusahaan A adalah

= 4(1/3) + 3(2/3) = 10/3

= 2(1/3) + 4(2/3) = 10/3

2) Untuk perusahaan B

Dengan cara yang sama, anggap A menggunakan strategi undian, maka harapan kalah B adalah:

$4(Q) + 2(1 - Q) = 2Q + 2$

Jika A menggunakan strategi hadiah maka harapan kalah B adalah:

$3(Q) + 4(1 - Q) = -Q + 43$

Dengan menyamakan harapan kalah maka:

$2Q + 2 = -Q + 4$

$3Q = 2$, maka $Q = 2/3$

Ini berarti perusahaan B seharusnya menggunakan strategi optimalnya untuk undian adalah 66,67% dan strategi hadiah 33,33%, harapan kalah adalah:

= 4 (2/3) + 2(1/3)

= 3(2/3) + 4(1/3)

= 10/3

Berdasarkan perhitungan di atas dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan strategi campuran dapat dicapai titik ekulibrium di mana keuntungan yang diharapkan permainan oleh pemain baris (perusahaan A), sama dengan kerugian yang diharapkan oleh pemain kolom (perusahaan B). dengan menggunakan strategi campuran kedua perusahaan dapat memperbaiki posisi mereka. Perusahaan A telah menaikkan keuntungan yang diharapkan dari 3 menjadi 10/3, dan perusahaan B telah menurunkan kerugian dari 4 menjadi 10/3.

2.3 Metode Simpleks

George B. Dantzig merupakan ahli matematika yang diakui sebagai pioneer program linier. Selama perang dunia II Dantzig bekerja pada Angkatan Udara Amerika Serikat, dia bekerjasama dengan Von Neumann, Hurwicz, dan Koopmans melahirkan " Program Saling Ketergantungan Kegiatan-kegiatan dalam Struktur Linier", kemudian disebut *Linear Programming.*

Pada tahun 1974 Dantzig mempublikasikan "metode simpleks". Kemudian bekerjasama dengan Marshall Wood dan Alex Orgen dalam pengembangan "metode simpleks". Pada awalnya metode simpleks diterpakan pada masalah-masalah militer seperti logistik, transportasi, dan perbekalan. Sejalan dengan perkembangannya, program linier sudah diaplikasikan hampir kesemua bidang yang didukung dengan perkembangan yang sangat pesat bidang ilmu komputer.

Metode simpleks merupakan salah satu teknik penyelesaian dalam program linier yang digunakan sebagai teknik pengambilan keputusan dalam permasalahan yang berhubungan dengan pengalokasian sumber daya secara optimal. Metode simpleks digunakan untuk mencari nilai optimal dari program linier yang melibatkan banyak *constraint* (pembatas) dan banyak variabel (lebih dari dua variabel) (Dian, 2009).

2.3.1 Solusi Permainan dengan Metode Simpleks

Metode di atas mempunyai keterbatasan terutama untuk kasus permainan yang berdimensi lebih besar. Untuk menyelesaikannya maka digunakan pendekatan model program linear. Langkah awal bila model ini dipecahkan dengan model program linear adalah menyederhanakan matriks *pay-off*nya, selanjutnya di bentuk program liniernya dan di cari solusi optimumnya.

Model program linier untuk pemain baris (P_1)adalah sebagai berikut:

Meminimumkan $Z = \frac{1}{V} = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$

Berdasarkan kendala :

$$
\begin{aligned}
a_{11} X_1 + a_{21}\ X_2 + \cdots + \ a_{m1} X_n &\geq 1 \\
a_{12} X_1 + a_{22}\ X_2 + \cdots + \ a_{m2} X_m &\geq 1 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad & \vdots \\
a_{1n} X_1 + a_{2n}\ X_2 + \cdots + a_{mn} X_m &\geq 1
\end{aligned}
$$

$$X_1, X_2, \cdots, X_m \geq 0$$

Sedangkan model program linear untuk pemain kolom (P_2) adalah sebagai berikut:

Memaksimumkan $Z = \frac{1}{V} = Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n$

Berdasarkan kendala :

$$a_{11} Y_1 + a_{12} Y_2 + \cdots + a_{n1} Y_n \leq 1$$
$$a_{21} Y_1 + a_{22} Y_2 + \cdots + a_{2n} Y_n \leq 1$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$a_{m1} Y_1 + a_{m2} Y_2 + \cdots + a_{mn} Y_n \leq 1$$
$$Y_1, Y_2, \cdots, Y_n \geq 0$$

Keterangan:

V : Nilai permainan

X_i : Probalitas pemain (P_1) memilih strategi ke-*i*

Y_j : Probalitas pemain (P_1) memilih strategi ke-*j*

a_{ij} : Nilai pembayaran yang bersesuaian dengan strategi ke-i pemaian P_1 dan ke-*j* pemain P_2.

$i: 1, 2, \ldots, m$

$j: 1, 2, \ldots, n$

Menurut (Bambang, 2007) langkah-langkah penyelesaian program linier dengan metode simpleks sebagai berikut:

1. Mengubah fungsi tujuan dan fungsi kendala
   Fungsi tujuan diubah menjadi bentuk baku. Fungsi pembatas sebelum dimasukkan dalam tabel ditambahkan *slack* variabel atau dikurangkan *surplus* variabel. Fungsi kendala dengan pertidaksamaan ≤ maka fungsi kendala tersebut ditambahkan *slack* variabel ($+x_{n+1}$), sedangkan untuk fungsi kendala dengan pertidaksamaan ≥ maka fungsi kendala tersebut dikurangkan *surplus* variabel ($-x_{n+1}$).
2. Menyusun persamaan-persamaan ke dalam tabel.

Bentuk tabel awal simpleks, sebagai berikut:

Tabel 2.7 Tabel Awal Simpleks dalam Bentuk Simbol

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	...	X_n	X_{n+1}	X_{n+2}	...	X_{n+m}	**NK**
Z	1	$-c_1$	$-c_2$	...	$-c_n$	0	0	...	0	0
X_{n+1}	0	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	1	0	...	0	b_1
X_{n+2}	0	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	0	1	...	0	b_1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
X_{n+m}	0	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	0	0	...	1	b_m

NK adalah Nilai Kanan dari fungsi kendala

3. Memilih kolom kunci

   Kolom kunci adalah kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar.

4. Memilih baris kunci

   Baris kunci ditentukan berdasarkan nilai indeks positif terkecil. Cara menentukan indeks sebagai berikut:

   $$I = \frac{NK}{K_c} \tag{2.11}$$

   dengan:

   I : Indeks

   NK : Nilai kanan batasan

   K_c : Nilai kolom kunci

5. Mengubah nilai-nilai baris kunci

   Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci.

6. Mengubah nilai-nilai selain baris kunci sehingga nilai-nilai kolom kunci (selain baris kunci) $=$ 0.

7. Melanjutkan perbaikan-perbaikan (langkah 3-6) sampai baris Z tidak ada yang bernilai negatif pada permasalahan maksimum.

Model program linear tersebut diselesaikan dengan metode simpleks.

Contoh 2.3

Matriks *pay-off* dari suatu permainan adalah sebagai berikut:

Tabel 2.8 Matiks *Pay-off* Contoh 2.3

		Pemain B		
		B_1	B_2	B_3
Pemain A	A_1	3	-1	-3
	A_2	-3	3	-1
	A_3	-4	-3	3

Tentukan strategi optimum untuk masin masing pemain!

Penyelesaian:

Berdasarkan matriks *pay-off* di atas kita tahu bahwa nilai maksiminnya adalah -3 sehingga nilai permainannya dapat berharga negatif atau nol. Karena itu, diperlukan suatu konstanta k yang harganya paling sedikit sama dengan nilai maksimin yang negatif itu. Konstanta k itu kemudian ditambahkan kepada seluruh elemen matriks. Misalnya digunakan k = 5, maka matriksnya menjadi:

Tabel 2.9 Matriks *Pay-Off* dengan ditambahkan K

		Pemain B		
		B_1	B_2	B_3
Pemain A	A_1	8	4	2
	A_2	2	8	4
	A_3	1	2	8

Formulasi program linear untuk pemain B adalah:

Maks. $W = Y_1 + Y_2 + Y_3$

Kendala:

$$8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 \leq 1$$
$$2Y_1 + 8Y_2 + 4Y_3 \leq 1$$
$$Y_1 + 2Y_2 + 8Y_3 \leq 1$$
$$Y_1 , Y_2 , Y_3 \geq 0$$

Langkah 1:

Mengubah fungsi tujuan dan kendala dalam bentuk baku :

$$Z - Y_1 - Y_2 - Y_3 = 0$$

kendala

$$8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 + S_1 = 1$$
$$2Y_1 + 8Y_2 + 4Y_3 + S_2 = 1$$
$$Y_1 + 2Y_2 + 8Y_3 + S_3 = 1$$
$$Y_1, Y_2, Y_3, S_1, S_2, S_3 \geq 0$$

Setelah mengubah fungsi tujuan dan kendala dalam bentuk baku maka didapatkan tabel simpleks sebagai berikut :

Tabel 2.10 Tabel Simpleks

BV	Z	Y_1	Y_2	Y_3	S_1	S_2	S_3	RHS	$Rasio$
Z	1	-1	-1	-1	0	0	0	0	0
S_1	0	8	4	2	1	0	0	1	1/8
S_2	0	2	8	4	0	1	0	1	1/2
S_3	0	1	2	8	0	0	1	1	1

Langkah 2: Menenentukan kolom kunci.

Kolom kinci ditentukan berdasarkan kolom yang mempunyai nilai pada baris Z yang bernilai negatif dengan angka terbesar yaitu pada kolom Y_1.

Langkah 3: Menentukan baris kunci.

Baris kunci ditentukan berdasrkan nilai indeks positif terkecil dengan membagi nilai ruas kanan dengan nilai-nilai kolom kunci dan memilih nilai positif terkecil yaitu pada baris S_1.

Langkah 4: Melakukan operasi gauss-jordan untuk memperbaharui tabel baru (lihat Tabel 2.11).

Langkah 5

Hitung baris Z baru.

Berikut diperoleh solusi optimal pada iterasi terakhir yang disajikan pada Tabel 2.11 di bawah ini:

Tabel 2.11 Nilai Optimum dengan Metode Simpleks

Basis	Y_1	Y_2	Y_3	S_1	S_2	S_3	Solusi
W	0	0	0	5/49	11/196	1/4	45/196
	1	0	0	1/7	-1/14	0	1/14
	0	1	0	-3/98	31/196	-1/14	11/196
	0	0	1	-1/98	-3/98	1/7	5/49

Sehingga diperoleh:

$v^* = \frac{1}{W} - k = \frac{196}{45} - 5 = -\ \frac{29}{45}\ = -0{,}644 = -64{,}4\%$

$Y_1{}^* = \frac{Y_1}{W} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{45}{196}} = \frac{14}{45}\ = 0{,}311 = 31{,}1\%$

$Y_2{}^* = \frac{Y_2}{W} = \frac{\frac{11}{196}}{\frac{45}{196}} = \frac{11}{45}\ = 0{,}244 = 24{,}4\%$

$Y_3{}^* = \frac{Y_3}{W} = \frac{\frac{5}{49}}{\frac{45}{196}} = \frac{20}{45}\ = 0{,}444 = 44{,}4\%$

Strategi optimum untuk pemain A diperoleh dari solusi dual persoalan di atas, maka :

Z = W = $\frac{45}{196}$, $X_1 = \frac{5}{49}$, $X_2 = \frac{11}{196}$, $X_3 = \frac{1}{14}$

Sehingga:

$X_1{}^* = \frac{X_1}{Z} = \frac{\frac{5}{49}}{\frac{45}{196}} = \frac{20}{45}\ = 0{,}444 = 44{,}4\%$

$X_2{}^* = \frac{X_2}{Z} = \frac{\frac{11}{196}}{\frac{45}{196}} = \frac{11}{45}\ = 0{,}244 = 24{,}4\%$

$X_3{}^* = \frac{X_3}{Z} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{45}{196}} = \frac{14}{45}\ = 0{,}311 = 31{,}3\%$

Berdasarkan hasil di atas, dapat dilihat bahwa nilai permainannya adalah –0,644 atau –64,4%. Strategi Y_1 digunakan sebesar 31,1%, strategi Y_2 digunakan sebesar 24,4% dan strategi Y_3 digunakan sebesar 44,4%. Sedangkan strategi X_1 digunakan sebesarnya 44,4%, strategi X_2 digunakan sebesar 24,4% dan strategi X_3 digunakan sebesar 31,1%.