# MODIFIKASI BARIS DAN KOLOM PADA ATURAN SARRUS UNTUK MENGHITUNG DETERMINAN MATRIKS $3 \times 3$

## TUGAS AKHIR

Diajukan sebagai Salah Satu Syarat
untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada Jurusan Matematika

**Oleh :**

**ADRIANTO**
**10654004462**

**FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI**
**UNIVERSITAS ISLAM NEGERI SULTAN SYARIF KASIM RIAU**
**PEKANBARU**
**2010**

# MODIFIKASI BARIS DAN KOLOM PADA ATURAN SARRUS UNTUK MENGHITUNG DETERMINAN MATRIKS $3\times 3$


**ADRIANTO**
**NIM: 10654004462**



Tanggal Sidang : 30 Juni 2010
Periode Wisuda : Oktober 2010



Jurusan Matematika
Fakultas Sains dan Teknologi
Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
Jl. HR. Soebrantas No.155 Pekanbaru


## ABSTRAK


Tugas akhir ini membahas tentang metode baru untuk menghitung determinan matriks $3\times 3$ dengan cara memodifikasi baris dan kolom pada Aturan Sarrus. Sebelumnya, dalam menghitung determinan matriks $3\times 3$ dengan menggunakan aturan Sarrus hanya menghasilkan satu skema saja, namun setelah dimodifikasi baris dan kolomnya menggunakan persamaan bentuk umum $\det(A) = |A| = \sum (\pm)\, a_{1j_1} a_{2j_2} \ldots\ldots a_{nr_n}$ maka diperoleh beberapa skema baru untuk menghitung determinan matriks $3\times 3$.



**Kata Kunci :** Aturan Sarrus, Modifikasi baris dan kolom untuk menghitung determinan Matriks $3\times 3$.

***ROWS AND COLUMNS MODIFICATION ON SARRUS RULE TO COMPUTE THE DETERMINANT OF A $3\times 3$ MATRIX***


**ADRIANTO**
**NIM: 10654004462**



*Date of Final Exam: 30 June 2010*
*Graduation Cremony Priod: October 2010*



*Mathematic Departement*
*Faculty of Sciences and Technology*
*State Islamic University of Sultan Syarif Kasim Riau*
*Jl. HR. Soebrantas No 155 Pekanbaru*


## *ABSTRACT*


*This Thesis study about new method to compute the determinant of a* $3\times 3$ *matrix using modification rows and columns on Sarrus Rule. Before that, to compute the determinant of a matrix* $3\times 3$ *using Sarrus Rule only has one scheme, after using modification rows and column using fromm equation* $\det(A) = |A| = \sum (\pm)\ a_{1j_1} a_{2j_2} ......a_{nr_n}$ *has some new scheme to compute the determinant of a* $3\times 3$ *matrix.*



***Keywords**: Rows and columns modification to compute determinant of a* $3\times 3$ matrix, *Sarrus Rule*.

# DAFTAR ISI

# BAB I
# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi saat ini sudah sangat maju dan berlaku untuk semua bidang. Kemajuan ini merupakan manifestasi atas kemajuan dalam bidang ilmu pengetahuan dan teknologi. Sehingga tidak mengherankan apabila matematika sebagai bagian dari ilmu pengetahuan turut mendukung perkembangan teknologi dan memegang peranan yang penting.

Matematika mempunyai beberapa cabang ilmu terapan, seperti : ilmu statistik, komputasi, aljabar dan lain sebagainya. Pada ilmu Aljabar dikenal suatu istilah yang disebut matriks. Matriks merupakan salah satu materi dasar untuk mempelajari ilmu matematika khusunya masalah aljabar. Masalah matriks ini sudah tidak asing bagi mahasiswa karena matriks sudah dipelajari sejak duduk di bangku sekolah menengah. Ada berbagai jenis matrik, setiap matriks mempunyai orde yang berbeda-beda. Selain itu, untuk menyelesaikan suatu matriks dapat dilakukan dengan berbagai cara, salah satunnya dengan menghitung determinan dari matriks tersebut.

Berdasarkan jurnal yang berjudul ”Metode baru untuk menghitung determinan matriks $3\times3$” karangan Dadan Hajrizaj yang membahas tentang beberapa cara untuk menghitung determinan dari suatu matriks, maka penulis mencoba membahas dan mengembangkan metode yang ada pada jurnal tersebut. Salah satunya dengan menggunakan Aturan Sarrus. Aturan Sarrus digunakan untuk menghitung determinan matriks bujur sangkar berukuran $2\times2$ dan $3\times3$.

Berdasarkan latar belakang di atas, maka penulis tertarik untuk mengembangkan aturan Sarrus tersebut. Oleh karena itu, penulis akan mengangkat permasalahan ini dalam sebuah tulisan yang berjudul “ **Modifikasi Baris dan Kolom pada Aturan Sarrus untuk Menghitung Determinan Matriks** $3\times3$”.

## 1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada penelitian ini, yaitu bagaimana cara baru untuk menghitung determinan matriks $3 \times 3$ dengan cara memodifikasi baris dan kolom pada aturan Sarrus.

## 1.3 Batasan Masalah

Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ dengan memodifikasi aturan Sarrus penulis batasi hanya dengan cara memodifikasi baris dan kolomnya saja.

## 1.4 Tujuan dan Manfaat Penelitian

### 1.4.1 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mencari determinan matriks $3 \times 3$ dengan cara memodifikasi aturan sarrus.

### 1.4.2 Manfaat Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah dan tujuan penelitian yang telah dikemukakan di atas, maka manfaat yang dapat diambil adalah sebagai berikut :

a. Penulis mengharapkan dapat mengembangkan wawasan keilmuan dalam bidang matematika mengenai matriks.
b. Penulis dapat mengetahui lebih banyak tentang materi matriks yang tentunya akan
sangat memberikan konstribusi untuk mempermudah dalam menyelesaikan soal-soal yang berhubungan dengan determinan matriks.

## 1.5 Sitematika Penulisan

Sistematika penulisan skripsi ini mencakup lima bab yaitu :

**BAB I Pendahuluan**

Berisi tentang latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan.

**BAB II Landasan Teori**

Berisi teori-teori yang mendukung tentang matriks.

**BAB III Metodologi Penelitian**

Berisi mengenai studi pustaka atau literatur, yaitu dengan membaca buku-buku dan sumber-sumber lain yang berhubungan dengan matriks.

**BAB IV Pembahasan**

Bab ini berisikan pemaparan cara-cara dengan teoritis dalam mendapatkan hasil penelitian tersebut.

**BAB V Penutup**

Bab ini akan dijelaskan mengenai kesimpulan dan saran.

# BAB II
# LANDASAN TEORI

Landasan teori yang digunakan Penulis dalam penyusunan tugas akhir yang berjudul **"Modifikasi Baris dan Kolom pada Aturan Sarrus untuk Menghitung Determinan Matriks** $3 \times 3$**"** adalah sebagai berikut :

## 2.1 Matriks.

**Definisi. 2.1.1 (Hadley, 1992) :** Matriks didefinisikan sebagai susunan persegi panjang dari bilangan - bilangan yang diatur dalam baris dan kolom. Matriks ditulis sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Susunan di atas disebut sebuah matriks *m* kali *n* ( ditulis $m \times n$) karena memiliki *m* baris dan *n* kolom.Sebagai aturan, kurung siku $[\ ]$, kurung biasa $(\ )$, atau dengan huruf yang dicetak tebal.

**Contoh :** Berikut ini adalah matriks.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tetapi

$$\begin{bmatrix} a & \\ c & d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 & \\ 0 & & 0 \end{bmatrix}$$

bukan matriks karena bukan susunan persegi panjang yang diatur dalam baris dan kolom.

**Definisi 2.1.2. (Hadley, 1992) :** Dua matriks **A** dan **B** dikatakan sama**,** ditulis **A = B,** jika keduanya identik, yaitu jika elemen – elemen bersesuaian sama. Maka **A = B**, jika dan hanya jika $a_{ij} = b_{ij}$ untuk setiap $i, j$. Jika **A** tidak sama dengan **B**,kita tulis**A** $\neq$ **B.**

**Contoh :**

**1)** **A =** $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, **B =** $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, **A = B**

**2)** **A =** $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, **B =** $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, **A** $\neq$ **B** karena $a_{12} \neq b_{12}$, $a_{22} \neq b_{22}$

**Definisi 2.1.3. (Howard, 2000) :** Jika **A** dan **B** adalah matriks berukuran sama, maka penjumlahan dari matriks $A + B$ diperoleh dengan menjumlahkan elemen dari matriks **A** dan elemen dari matriks **B**, dan pengurangan dari matriks $A - B$ diperoleh dengan mengurang elemen dari matriks A dan elemen dari matriks B**.** Matriks yang ukurannya berbeda tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.

**Contoh :**

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

Maka

$$\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 7 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ dan } \quad \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -5 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & 5 \\ 1 & -4 & 11 & -5 \end{bmatrix}$$

Sedangkan

$A + C$, $B + C$, $A - C$, $B - C$ hasilnya tidak terdefinisi, karena ukurannya tidak sama.

**Definisi 2.1.4**

**1) Perkalian matriks dengan skalar ( Howard, 2000).**

Jika $A$ adalah matriks dan $k$ adalah skalar, maka perkalian matriks $kA$ adalah matriks yang diperoleh dengan mengalikan elemen pada matriks $A$ dengan $k$. Matriks $kA$ disebut juga perkalian skalar A, dapat dinotasikan sebagai berikut :

Jika A = $\left[a_{ij}\right]$ maka $\left[kA\right]_{ij} = k\left[A\right]_{ij} = ka_{ij}$

**Contoh :** $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ maka $2A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 2 & 6 & 2 \end{bmatrix}$

**2) Perkalian dua buah matriks ( Howard, 2000).**

Jika diberikan matriks $m \times n$ **A** dan matriks $n \times r$ **B,** maka hasil kali matriks **A.B** didefinisikan sebagai matriks $m \times r$ **C** **,** yang elemen-elemennya dihitung dari elemen-elemen dari **A,B** menurut :

**AB = C** $= [c_{ij}] = \sum_{k=i}^{m} a_{ik} b_{kj}$ , $i = 1, 2, 3, \ldots, n$ ; $j = 1, 2, 3, \ldots, p$.

Perkalian dua buah matriks dapat dilakukan jika banyaknya kolom pada matriks pertama sama dengan banyaknya baris pada matriks yang kedua. Operasi perkalian dilakukan dengan menjumlahkan hasil kali setiap elemen baris pada matriks pertama dengan setiap elemen kolom pada matriks kedua yang bersesuaian.

**Contoh :**

Jika **A** = $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan **B** = $\begin{bmatrix} 8 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix}$

maka **A.B** = $\begin{bmatrix} 18 & 29 & 43 & 31 \\ 30 & 43 & 62 & 44 \\ 32 & 32 & 41 & 27 \end{bmatrix}$

**Definisi 2.1.5. (Howard, 2000) :** Jika A adalah matriks $m \times n$, maka transpose dari A ditulis dengan $A^T$ yang didefinisikan menjadi hasil dari matriks $m \times n$ yang merupakan perpindahan baris dan kolom A, yang mana kolom pertama dari $A^T$ adalah baris pertama dari A, kolom kedua dari $A^T$ adalah baris kedua dari A, dan seterusnya.

**Contoh :**

Jika **A** = $\begin{bmatrix} 2 & 9 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$, matriks transpose dari **A** atau $A^t$ = $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 9 & 3 \end{bmatrix}$

## 2.2 Beberapa jenis matriks khusus

**2.2.1** Setiap matriks yang memiliki jumlah baris dan jumlah kolom yang sama disebut matriks bujur sangkar.

**Contoh :** $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ adalah matriks berorde $3 \times 3$.

**2.2.2** **Matriks diagonal** adalah matriks bujur sangkar yang semua elemen diluar elemen diagonal utamanya adalah 0.

**Contoh :** **A** = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ adalah matriks diagonal.

**2.2.3** **Matriks nol** adalah matriks yang semua elemennya adalah 0.

**Contoh :** **A** = $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ adalah matriks nol.

**2.2.4** **Matriks Identitas** adalah matriks diagonal yang semua elemen diagonal utamanya sama dengan satu, matriks satuan dinyatakan dengan I.

**Contoh :** **I** = $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ adalah matriks satuan berorde $3 \times 3$.

### 2.2.5 Matriks segitiga atas dan segitiga bawah

**Matrik segitiga atas** adalah semua elemen di bawah diagonal adalah 0 misalnya:

Jika $a_{ij} = 0$ untuk setiap i (baris) > j (kolom) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

**Matrik segitiga bawah** adalah semua elemen di atas diagonal adalah 0. misalnya :

Jika $a_{ij} = 0$ untuk setiap i (baris) > j (kolom) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

## 2.3 Determinan Matriks

**Definisi 2.3.1 (Howard, 2000)**

(i) Permutasi himpunan bilangan - bilangan bulat $(1, 2, 3, \ldots\ldots, n)$ merupakan susunan bilangan – bilangan bulat tersebut dalam suatu urutan tertentu tanpa menghilangkan atau mengulangi bilangan-bilangan tersebut.

(ii) Permutasi umum dari himpunan $(1,2,3,\ldots\ldots,n)$, dituliskan sebagai $(j_1, j_2, j_3, \ldots . j_n)$, dimana $j_1$ adalah bilangan bulat pertama dalam permutasi, $j_2$ adalah bilangan bulat kedua, dan seterusnya.

**Contoh :**

Tentukan permutasi dari himpunan bilangan $\{1,2,3\}$ ?

**Jawab :**

$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

Maka, terdapat 6 buah permutasinya, yaitu :

$(1,2,3)$ $(2,1,3)$ $(3,1,2)$

$(1,3,2)$ $(2,3,1)$ $(3,2,1)$

**Definisi 2.3.2 ( Yusuf Yahya, 2004)**

(i) Inversi pada suatu permutasi $(j_1, j_2, j_3, ....., j_n)$ adalah adanya $j_k < j_i$ ($j_k$ mendahului $j_i$) padahal $j_i < j_k$ ( i dan k $= 1,2,3, ....., n)$.

(ii) Suatu inversi dikatakan terjadi di dalam suatu permutasi $(j_1, j_2, j_3, ....., j_n)$ apabila ditemukan bilangan bulat yang lebih besar berada di depan bilangan kecil dalam urutan permutasi tersebut.

(iii) Sebuah permutasi dikatakan genap jika jumlah total inversi yang terjadi genap dan dikatakan ganjil jika jumlah total inversi yang terjadi ganjil.

(iv) Jika suatu permutasi adalah permutasi genap maka tanda dari hasil perkalian permutasi tersebut adalah (+) dan jika suatu permutasi adalah permutasi ganjil maka tanda dari hasil perkalian permutasinya adalah (-).

**Contoh :**

1) Tentukan berapa banyak inversi dari permutasi $(2,1,4,3)$ ? Apakah termasuk permutasi genap atau permutasi ganjil?

**Jawab :**

Banyak inversi dari permutasi $(2,1,4,3)$ yaitu :

- $j_1 = 2$ mendahului $j_2 = 1$, padahal seharusnya $1 < 2$
- $j_3 = 4$ mendahului $j_4 = 3$, padahal seharusnya $3 < 4$

Maka terdapat 2 inversi dan termasuk permutasi genap.

2) Tentukan berapa banyak inversi dari permutasi $(4,3,1,2)$ ? Apakah termasuk permutasi genap atau permutasi ganji.

**Jawab :**

Banyak inversi dari permutasi $(4,3,1,2)$ yaitu :

- $j_1 = 4$ mendahului $j_2 = 3$, padahal seharusnya $3 < 4$
- $j_1 = 4$ mendahului $j_3 = 1$, padahal seharusnya $1 < 4$

- $j_1 = 4$ mendahului $j_4 = 2$, padahal seharusnya $2 < 4$
- $j_2 = 3$ mendahului $j_3 = 1$, padahal seharusnya $1 < 3$
- $j_2 = 3$ mendahului $j_4 = 2$, padahal seharusnya $2 < 3$

Maka terdapat 5 inversi dan termasuk permutasi ganjil.

3) Tentukan nilai invers permutasi dari himpunan bilangan $\{1, 2, 3\}$ dan klasifikasikan menjadi permutasi bilangan genap atau ganjil ?

**Jawab :**

| **Permutasi** | **Nilai Invers** | **Klasifikasi** |
|---|---|---|
| ( 1,2,3 ) | 0 | Genap |
| ( 1,3,2 ) | 1 | Ganjil |
| ( 2,1,3 ) | 1 | Ganjil |
| ( 2,3,1 ) | 2 | Genap |
| ( 3,1,2 ) | 2 | Genap |
| ( 3,2,1 ) | 3 | Ganjil |

**Definisi 2.3.3 ( Hadley, 1992) :** Determinan dari sebuah matriks ordo ke-n $A = \|a_{ij}\|$ ditulis $|A|$, didefinisikan sebagai bilangan yang dihitung dari jumlah berikut, melibatkan $n!$ elemen A : $\det(A) = |A| = \sum (\pm)\ a_{1j_1} a_{2j_2} \ldots\ldots a_{nr_n}$

Jumlah diambil terhadap semua permutasi dari subkrip kedua. Sebuah unsur diberi tanda + jika $(i, j, \ldots\ldots, r)$ adalah permutasi genap dari $(1,2,\ldots\ldots, n)$, dan tanda – jika permutasi ganjil.

**Contoh :**

1) Tentukan hasil kali elementer dan determinan dari matriks $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$?

**Jawab :**

| **Perkalian Elementer** | **Permutasi** | **Genap atau ganjil** | **Hasil kali Elementer** |
|---|---|---|---|
| $a_{11}a_{22}$ | ( 1,2 ) | Genap (+) | $a_{11}a_{22}$ |
| $a_{12}a_{21}$ | ( 2,1 ) | Ganjil (-) | $a_{12}a_{21}$ |

$$det(A) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

## 2.4 Nilai Determinan

Nilai atau harga suatu determinan dapat diperoleh dengan berbagi cara, antara lain :

### 2.4.1 Aturan Sarrus.

Metode Sarrus pada dasarnya menggunakan inversi permutasi dan mempunyai bentuk umum sesuai dengan definisi 2.3.3 yaitu $\det(A) = |A| = \sum(\pm)\ a_{1j_1}a_{2j_2}......a_{nr_n}$, tetapi metode ini hanya berlaku untuk menghitung nilai atau harga determinan yang berorde sampai dengan 3. Sedangkan untuk determinan matriks berorde lebih dari 3 digunakan metode ekspansi.

Misalkan diketahui matriks berorde 3

A = $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, berarti terdapat $3! = 3\times2\times1 = 6$ permutasi..

- $a_{11}a_{22}a_{33}$, permutasi $(1,2,3)$ banyak inversi 0 (+)
- $a_{12}a_{23}a_{31}$, permutasi $(2,3,1)$ banyak inversi 2 (+)
- $a_{13}a_{21}a_{32}$, permutasi $(3,1,2)$ banyak inversi 2 (+)
- $a_{13}a_{22}a_{31}$, permutasi $(3,2,1)$ banyak inversi 3 (-)
- $a_{11}a_{23}a_{32}$, permutasi $(1,3,2)$ banyak inversi 1 (-)
- $a_{12}a_{21}a_{33}$, permutasi $(2,1,3)$ banyak inversi 1 (-)

$$\text{Jadi } \det(A) = \begin{array}{lll} +a_{11}a_{22}a_{33} & +a_{12}a_{23}a_{31} & +a_{13}a_{21}a_{32} \\ -a_{13}a_{22}a_{31} & -a_{11}a_{23}a_{31} & -a_{12}a_{21}a_{33} \end{array}$$

Untuk mudah mengingat maka kita pakai aturan SARRUS.

$$\det(\text{A}) = \left|\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}\right.$$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

**Contoh :**

Hitung determinan matriks di bawah ini dengan aturan Sarrus?

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

**Jawab :**

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} 0 & 1 & 5 & 0 & 1 \\ 3 & -6 & 9 & 3 & -6 \\ 2 & 6 & 1 & 2 & 6 \end{array}\right. = 0.(-6).1 + 1.9.2 + 5.3.6 - 1.3.1 - 0.9.6 - 5.(-6).2$$

$$= 0 + 18 + 90 - 3 - 0 + 60 \quad = 165$$

### 2.4.2 Metode Ekspansi dengan Minor dan kofaktor.

Ekspansi baris dan kolom biasanya digunakan untuk menghitung determinan

matriks orde *nxn*, dengan cara mengikuti aturan pola kotak-kotak berikut ini :

$$\begin{bmatrix} + & - & + & \cdots \\ - & + & - & \cdots \\ + & - & + & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

- **Minor**

  Minor dari matrik A → $[a_{ij}] = M_{ij}$

  $M_{ij}$ adalah matrik yang berasal dari matrik yang baris ke-I dan kolom ke-j dihilangkan.

  Misal:

  $$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \; ; \; M_{12} = .......?$$

  $M_{12}$ : dari matrik A, baris ke-1 dan kolom ke-2 dihilangkan.

  $$M_{12} = \begin{bmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{bmatrix}$$

  $$M_{23} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$$

  $$M_{31} = \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

- **Kofaktor**

  $A_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$

  Dengan i : nomor baris

  j : nomor kolom

  Misal:

  $$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

  Maka:

  $$\begin{aligned} A_{12} &= (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} \\ &= -(a_{21} \cdot a_{33} - a_{23} \cdot a_{31}) \\ &= a_{23} \cdot a_{31} - a_{21} \cdot a_{33} \end{aligned}$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$
$$= a_{12} \cdot a_{23} - a_{13} \cdot a_{22}$$

Nilai determinan matriks A dapat dihitung dengan menggunakan minor $M_{ij}$ dan kofaktor $A_{ij}$

- Ekspansi baris pertama atau kedua

$$|A| = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$$
$$|A| = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$$

- Ekspansi kolom pertama

$$|A| = a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32}$$

**Contoh :**

1. Hitung determinan matriks di bawah ini dengan minor dan kofaktor

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian:

- Cara 1

Mengitung nilai minor dan kofator dilanjutkan dengan ekspansi baris

$$A_{11} = +\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -17$$
$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = +13$$
$$A_{31} = +\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -1$$

$$|A| = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$$
$$= 1 \cdot (-17) + 2 \cdot 13 - 1 \cdot 1$$
$$= 8$$

- Cara 2, langsung ekspansi baris ke-3

$$
\begin{aligned}
|A| &= +1\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 1\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \\
&= 1 + 10 - 1 \\
&= 8
\end{aligned}
$$

2. Hitung determinan dari (4x4)

$$
\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}
$$

Penyelesaian :

$$
\begin{bmatrix} \overset{+}{2} & \overset{-}{1} & \overset{+}{3} & \overset{-}{1} \\ \overset{-}{1} & \overset{+}{0} & \overset{-}{2} & \overset{+}{5} \\ \overset{+}{2} & \overset{-}{1} & \overset{+}{1} & \overset{-}{3} \\ \overset{-}{1} & \overset{+}{3} & \overset{-}{0} & \overset{+}{2} \end{bmatrix}
$$

Ekspansi baris ke-2

$$
|A| = -1\cdot\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 0\cdot\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} - 2\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} + 5\cdot\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}
$$

$$
\begin{aligned}
&= -\left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 0 \end{array}\right| - 2\cdot\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 3 \end{array}\right| + 5\cdot\left|\begin{array}{ccc|cc} 2 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right| \\
&= -(1\cdot1\cdot2 + 3\cdot3\cdot3 - 1\cdot1\cdot3 - 3\cdot1\cdot2) - 2(2\cdot1\cdot2 + 1\cdot3\cdot1 + 1\cdot2\cdot3 - 1\cdot1\cdot1 - 2\cdot3\cdot3 - 1\cdot2\cdot2) \\
&\quad + 5(1\cdot1\cdot1 + 3\cdot2\cdot3 - 3\cdot1\cdot1 - 2\cdot1\cdot3) \\
&= (2 + 27 - 3 - 6) - 2(4 + 3 + 6 - 1 - 18 - 4) + 5(1 + 18 - 3 - 6) \\
&= -20 + 20 + 50 \\
&= 50
\end{aligned}
$$

## 2.5 Sifat-Sifat Determinan

a. jika A adalah matriks bujur sangkar yang memiliki baris atau kolom yang elemen-elemennya nol maka *det(A) = 0*, misalnya :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ maka } det(A) = 0.$$

b. Jika A adalah matriks bujur sangkar, maka $det(A^t) = det(A)$, misalnya :

$\mathbf{A} = A^T$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}$$

Maka :

$$\det(A) = a_{11.}a_{22} - a_{12}.a_{21} \quad = \quad \det(A^T) = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$$

c. Apabila suatu determinan terdapat 2 baris atau 2 kolom yang identik, maka harga determinan itu = 0.

Contoh : $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ maka $|A| = 0$

d. Nilai determinan akan berubah tanda bila salah satu baris atau kolom dipertukarkan dengan baris atau kolom lain.

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 0 \end{vmatrix}$$

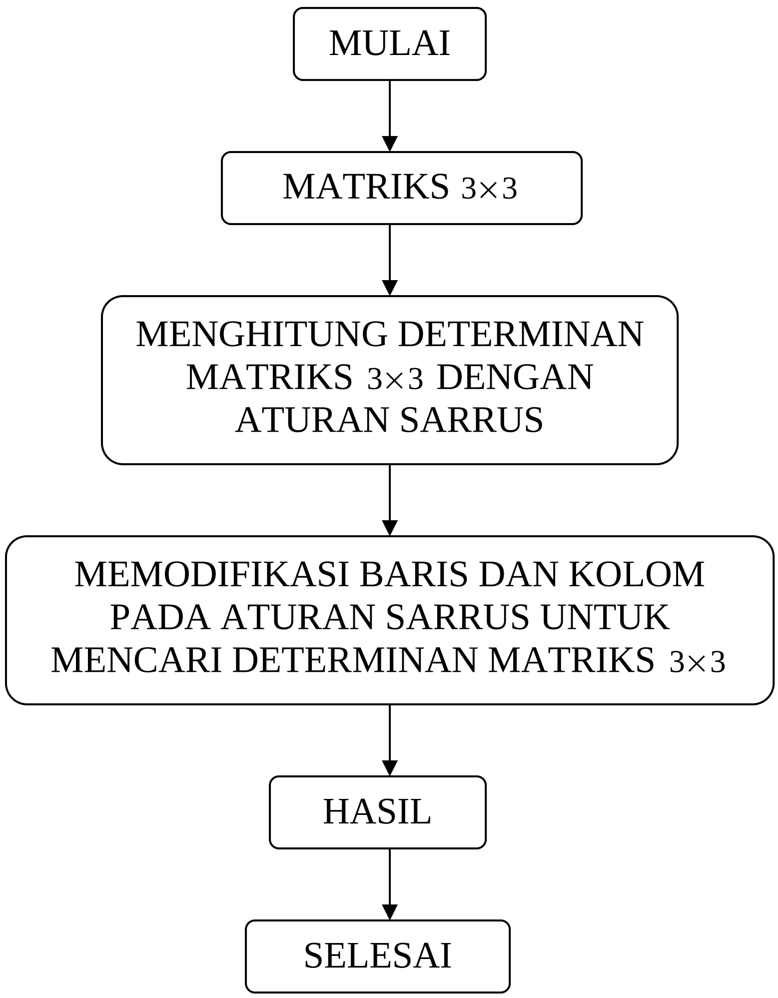
# BAB III

# METODOLOGI PENELITIAN

Metodologi penelitian yang penulis gunakan adalah studi literatur dengan langkah-langkah sebagai berikut :

1) Diketahui suatu matriks $3x3$ yaitu : $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$
2) Dihitung determinan matriks tersebut dengan metode Sarrus.
3) Memodifikasi baris dan kolom pada aturan Sarrus sehingga diperoleh cara baru untuk menghitung determinan matriks $3x3$ tersebut.

Langkah - langkah metodologi penelitian di atas dapat digambarkan dalam *flowchart* sebagai berikut :



# BAB IV

## MODIFIKASI BARIS DAN KOLOM PADA ATURAN SARRUS UNTUK MENGHITUNG DETERMINAN MARIKS $3\times3$

Berdasarkan uraian dari landasan teori pada Bab III, maka pada bab ini akan dibahas penulis tentang proses terbentuknya metode baru untuk menghitung determinan matriks $3\times3$ dengan cara memodifikasi baris dan kolom pada Aturan Sarrus.

### 4.1 Menghitung determinan matriks $3\times3$ menggunakan Aturan Sarrus.

Menghitung determinan matriks $3\times3$ menggunakan Aturan Sarrus dapat dilakukan dengan cara memindahkan kolom ke-1 $(a_{11}, a_{21}, a_{31})$ dan kolom ke-2 $(a_{12}, a_{22}, a_{32})$ ke samping kanan kolom ke-3. Selanjutnya, akan dihitung dengan menggunakan aturan permutasi. Sehinggga diperoleh skema sebagai berikut.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \Rightarrow \quad |A| = \left| \begin{array}{ccc|cc} + & + & + & & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & & \end{array} \right.$$

$$|A| = a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

### 4.2 Modifikasi baris dan kolom pada Aturan Sarrus.

Berdasarkan perhitungan di atas, maka Aturan Sarrus tersebut dapat dimodifikasi baris dan kolomnya dengan menggunakan aturan pada definisi 2.3.3 yang mempunyai bentuk umum $\det(A) = |A| = \sum (\pm)\ a_{1j_1} a_{2j_2} ......a_{nr_n}$ , sehingga akan menghasilkan beberapa skema baru untuk menghitung determinan matriks $3\times3$ yang dapat dijabarkan sebagai berikut :

### 4.2.1 Skema 1.

Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 1 dapat dilakukan dengan cara memindahkan kolom ke-2 $(a_{12}, a_{22}, a_{32})$ dan kolom ke-3 $(a_{13}, a_{23}, a_{33})$ ke-samping kiri kolom ke-1 dari matriks **A,** sehingga diperoleh skema 1 berikut ini :

$$|A| = \begin{array}{cc|ccc|} a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{cc|ccc|} + & + & + & & \\ a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ - & - & - & & \end{array}$$

$$|A| = a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

### 4.2.2 Skema 2.

Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 2 dapat dilakukan dengan cara memindahkan baris ke-1 $(a_{11}, a_{12}, a_{13})$ dan baris ke-2 $(a_{21}, a_{22}, a_{23})$ ke bawah baris ke-3 dari matriks **A ,** sehingga diperoleh skema 2 berikut ini :

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \hdashline a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{c|ccc|c} + & a_{11} & a_{12} & a_{13} & - \\ + & a_{21} & a_{22} & a_{23} & - \\ + & a_{31} & a_{32} & a_{33} & - \\ \hdashline & a_{11} & a_{12} & a_{13} & \\ & a_{21} & a_{22} & a_{23} & \end{array}$$

$$|A| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

### 4.2.3 Skema 3.

Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 3 dapat dilakukan dengan cara memindahkan baris ke-2 $(a_{21}, a_{22}, a_{23})$ dan baris ke-3 $(a_{31}, a_{32}, a_{33})$ ke atas baris ke-1 dari matriks **A,** sehingga diperoleh skema 3 berikut ini :

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \hdashline a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ \\ \\ \end{array} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ \hdashline a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{array}{c} - \\ - \\ - \\ \\ \\ \end{array}$$

$$|A| = a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

### 4.2.4 Skema 4.

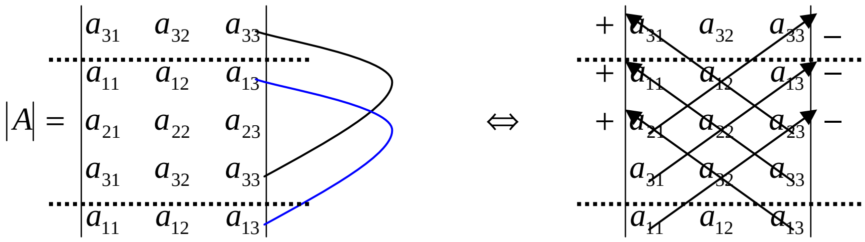
Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 4 dapat dilakukan dengan cara memindahkan kolom ke-1 $(a_{11}, a_{21}, a_{31})$ kesamping kanan kolom ke-3 dan memindahkan kolom ke-3 $(a_{13}, a_{23}, a_{33})$ ke samping kiri kolom ke-1 dari matriks **A,** sehingga diperoleh skema 4 berikut ini :

$$|A| = \begin{matrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{matrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{matrix} \Rightarrow \begin{array}{ccccc} + & + & + & & \\ a_{13} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} \\ a_{23} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} \\ a_{33} & a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} \\ - & - & - & & \end{array}$$

$$|A| = a_{13}a_{21}a_{32} + a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

### 4.2.5 Skema 5.

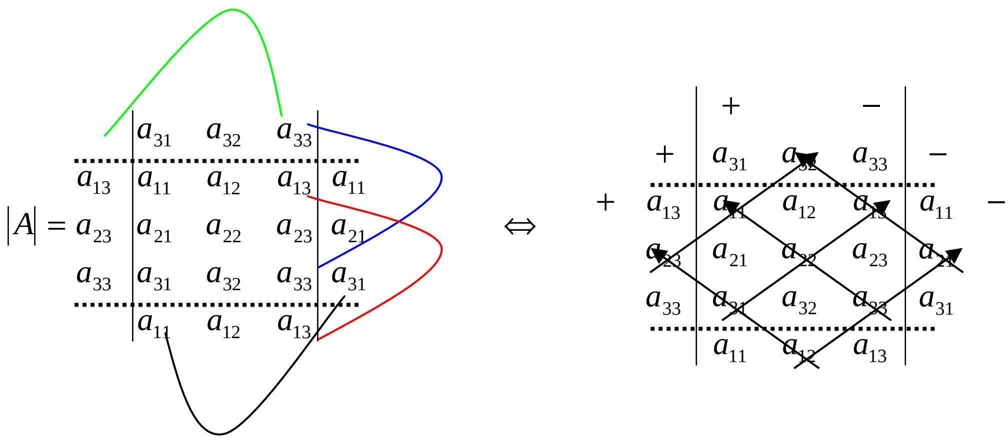
Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 5 dapat dilakukan dengan cara memindahkan baris ke-1 $(a_{11}, a_{12}, a_{13})$ ke bawah baris ke-3 dan memindahkan baris ke-3 $(a_{31}, a_{32}, a_{33})$ ke atas baris ke-1 dari matriks **A,** sehingga diperoleh skema 5 berikut ini :




$$|A| = a_{12}a_{23}a_{31} + a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

### 4.2.6 Skema 6.

Menghitung determinan matriks $3 \times 3$ pada skema 6 dapat dilakukan dengan cara memindahkan kolom ke-1 $(a_{11}, a_{21}, a_{31})$ ke samping kanan kolom ke-3, memindahkan kolom ke-3 $(a_{13}, a_{23}, a_{33})$ ke samping kiri kolom ke-1, emindahkan baris ke-1 $(a_{11}, a_{12}, a_{13})$ ke bawah baris ke-3 dan memindahkan baris ke-3 $(a_{31}, a_{32}, a_{33})$ ke atas baris ke-1 dari matriks **A,** sehingga diperoleh skema 6 berikut ini :




$$|A| = a_{12}a_{23}a_{31} + a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33}$$

**Contoh :**

1. Tentukan nilai determinan dari matriks $|A| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ ?

**Jawab :**

Determinan matriks di atas dapat diselesaikan dengan beberapa cara berikut ini :

- Menghitung determinan dengan Aturan Sarrus.

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} + & + & + & & \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ - & - & - & & \end{array}\right| = (1.3.1) + (2.4.1) + (3.2.5) - (3.3.1) - (1.4.5) - (2.2.1)$$

$$= 3 + 8 + 30 - 9 - 20 - 4 = 8$$

- Menghitung determinan dengan beberapa metode baru

1) Skema 1

$$|A| = \begin{array}{cc} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{array} \left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{array}\right| \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{cc|ccc} + & + & + & & \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 1 & 5 & 1 \\ - & - & - & & \end{array}\right|$$

$$\begin{aligned} |A| &= (2.4.1) + (3.2.5) + (1.3.1) - (1.4.5) - (2.2.1) - (3.3.1) \\ &= 8 + 30 + 3 - 20 - 4 - 9 \\ &= 8 \end{aligned}$$

2) Skema 2.

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \\ \hdashline 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{array}\right| \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{c} + \\ + \\ + \\ \\ \\ \end{array} \left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \\ \hdashline 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{array}\right| \begin{array}{c} - \\ - \\ - \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{aligned}|A| &= (1.3.1)+(2.5.3)+(1.2.4)-(3.3.1)-(4.5.1)-(1.2.2)\\ &= 3+30+8-9-20-4\\ &= 8\end{aligned}$$

3) Skema 3.

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\end{array}\right| \Leftrightarrow \begin{array}{c} +\\ +\\ +\\ \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{ccc} 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\end{array}\right|\begin{array}{c} -\\ -\\ -\\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{aligned}|A| &= (2.5.3)+(1.2.4)+(1.3.1)-(4.5.1)-(1.2.2)-(3.3.1)\\ &= 30+8+3-20-4-9\\ &= 8\end{aligned}$$

4) Skema 4.

$$|A| = \begin{array}{c}3\\4\\1\end{array}\left|\begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\end{array}\right|\begin{array}{c}1\\2\\1\end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc|c} + & + & + & & \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1\\ 4 & 2 & 3 & 4 & 2\\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1\\ - & - & - & & \end{array}$$

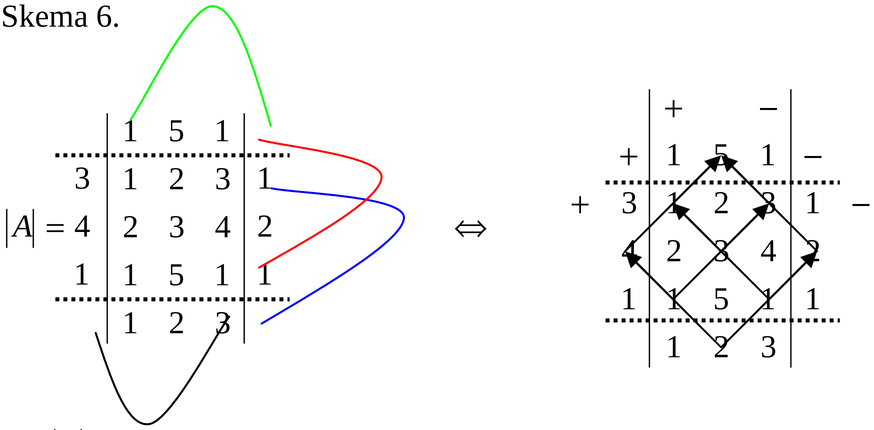
$$\begin{aligned}|A| &= (3.2.5)+(1.3.1)+(2.4.1)-(2.2.1)-(3.3.1)-(1.4.5)\\ &= 30+3+8-4-9-20\\ &= 8\end{aligned}$$

5) Skema 5.

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc} 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\end{array}\right| \Leftrightarrow \begin{array}{c} +\\ +\\ +\\ \\ \\ \end{array}\left|\begin{array}{ccc} 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 4\\ 1 & 5 & 1\\ \hdashline 1 & 2 & 3\end{array}\right|\begin{array}{c} -\\ -\\ -\\ \\ \\ \end{array}$$

$$
\begin{aligned}
|A| &= (1.2.4)+(1.3.1)+(2.5.3)-(1.2.2)-(3.3.1)-(4.5.1)\\
&= 8+3+30-4-9-20\\
&= 8
\end{aligned}
$$

6) Skema 6.




$$
\begin{aligned}
|A| &= (5.3.2)+(1.3.1)+(4.1.2)-(5.1.4)-(3.3.1)-(2.1.2)\\
&= 30+3+8-20-9-4\\
&= 8
\end{aligned}
$$

Berdasarkan contoh di atas dapat disimpulkan bahwa hasil determinan yang diperoleh dengan menggunakan aturan Sarrus sama dengan hasil determinan yang diperoleh dari skema-skema baru modifikasi baris dan kolom pada aturan Sarrus.

# BAB V

# KESIMPULAN DAN SARAN

## 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan Bab IV dengan menggunakan bentuk umum untuk menghitung determinan matriks dengan menggunakan aturan sarrus pada definisi 2.3.3 yaitu : $\det(A) = |A| = \sum (\pm)\ a_{1j_1} a_{2j_2} ......a_{nr_n}$ , maka diperoleh enam skema baru untuk menghitung determinan matriks $3 \times 3$ yang diperoleh dari modifikasi baris dan kolom pada aturan Sarrus.

## 5.2 Saran

Diketahui pada skripsi ini, untuk menghitung determinan matriks $3 \times 3$ dengan memodifikasi baris dan kolom menggunakan Aturan Sarrus menghasilkan Enam skema baru. Oleh karena itu, penulis menyarankan bagi pembaca yang ingin melanjutkan skripsi ini agar meneliti lebih lanjut untuk menghitung determinan matriks $4 \times 4$ dengan menggunakan metode baru yang dapat diperoleh melalui referensi dari jurnal yang berjudul "Metode baru untuk menghitung determinan matriks $4 \times 4$ ."

# DAFTAR PUSTAKA

Anton Howard, *Elemantary Linier Algebra*, Eight Edition, Drexel University, United State of America, 2000.

Hajrizi,D. *New methode to compute the determinant of a 3x3 matrix.* Department of Telecommunication, Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Prishtina, Bregu I Diellit p.n, 10000 Prishtina, kosofo,5 (2009)211-219.

Hadley,G. *Aljabar Linier*. Edisi revisi, Erlangga, Jakarta.1992.

Yahya,Yusuf. *Matematika dasar.* Ghalia Indonesia, Jakarta. 2004.